الأهرام

الرياضيات

أكثر من 2500 مسألة متدرجة ومتنوعة

2025

الصف الثاني الإعدادي 2

الفصل الدراسي الثاني

كتاب الشرح والتدريبات

المحتويات

توزيع محتوى منهج الرياضيات للصف الثانى الإعدادى

للعام الدراسى (٢٠٢٤ - ٢٠٢٥) - الفصل الدراسى الثانى

الخطة الأسبوعية : ٣ فترة

الشهر	م	التاريخ	الموضوعات		التقييمات والاختبارات	ملاحظات
			الجبر والإحصاء (فترة ونصف)	الهندسة (فترة ونصف)		
فبراير ٢٠٢٥	١	٢٠٢٥/٢/٨	الوحدة الأولى: تحليل المقدار الثلاثى	الوحدة الرابعة: تساوى مساحتى متوازيا الأضلاع / نظرية (١)		
	٢	٢٠٢٥/٢/١٥	تحليل المقدار الثلاثى فى صورة المربع الكامل	نتائج على نظرية (١)	تقييم أسبوعى	
	٣	٢٠٢٥/٢/٢٢	تحليل الفرق بين المربعين / تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما	تساوى مساحتى مثلثين نظرية (٢) ونتائجها	تقييم أسبوعى	
مارس ٢٠٢٥	٤	٢٠٢٥/٣/١	التحليل بالتقسيم	نظرية (٣)	تقييم أسبوعى	
	٥	٢٠٢٥/٣/٨	التحليل بإكمال المربع	مساحة بعض الأشكال الهندسية	تقييم أسبوعى	
	٦	٢٠٢٥/٣/١٥	حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا	تمارين على الوحدة الرابعة	الاختبار الشهرى	
	٧	٢٠٢٥/٣/٢٢	تمارين على الوحدة الأولى	الوحدة الخامسة: التشابة	تقييم أسبوعى	
	٨	٢٠٢٥/٣/٢٩				إجازة عيد الفطر المبارك
إبريل ٢٠٢٥	٩	٢٠٢٥/٤/٥	الوحدة الثانية: القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح	عكس نظرية فيثاغورث	تقييم أسبوعى	
	١٠	٢٠٢٥/٤/١٢	- قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح - قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح	المساقط	تقييم أسبوعى	
	١١	٢٠٢٥/٤/١٩	العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة	نظرية إقليدس		إجازة ٢١ إبريل شم النسيم إجازة ٢٥ إبريل عيد تحرير سيناء
مايو ٢٠٢٥	١٢	٢٠٢٥/٤/٢٦	الوحدة الثالثة: الاحتمال	تمارين على نظرية إقليدس	الاختبار الشهرى	إجازة عيد العمل
	١٣	٢٠٢٥/٥/٣	تابع الاحتمال	التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه		
	١٤	٢٠٢٥/٥/١٠	تمارين على الوحدة الثالثة	تمارين على الوحدة الخامسة	تقييم أسبوعى	
	١٥	٢٠٢٥/٥/١٧	مراجعة عامة على المنهج			
	١٦	٢٠٢٥/٥/٢٤	بداية امتحانات الفصل الدراسى الثانى			

رمـــوز ريـاضيـــة

ط	مجموعة الأعداد الطبيعية
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة
ن	مجموعة الأعداد النسبية
ن'	مجموعة الأعداد غير النسبية
∅	المجموعة الخالية
ح	مجموعة الأعداد الحقيقية
ح*	مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر
$\sqrt{أ}$	الجذر التربيعى الموجب للعدد أ حيث أ ≥ ٠
$\sqrt[٣]{أ}$	الجذر التكعيبى للعدد أ
[أ ، ب]	الفترة المغلقة
]أ ، ب[	الفترة المفتوحة
]أ ، ب]	فترة نصف مفتوحة أو نصف مغلقة
[أ ، ∞[	فترة غير محدودة

ل (أ)	احتمال وقوع الحدث أ
≡	تطابق
⊥	عمودى على
//	يوازى
$\overline{أب}$	القطعة المستقيمة أ ب
$\overrightarrow{أب}$	الشعاع أ ب
ق (∠أ)	قياس زاوية أ
<	أكبر من
≥	أكبر من أو يساوى
>	أقل من
≤	أقل من أو يساوى
م	مساحة سطح

أولًا: الجبر والإحصاء

الوحدة الأولى 1

التحليل

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون الطالب قادرًا على أن:

الدرس الأول تحليل المقدار الثلاثى

- يتعرف معنى تحليل مقدار جبرى.
- يتعرف المقدار الثلاثى.
- يحلل مقدارًا ثلاثيًا تحليلًا كاملًا.

الدرس الثانى تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل

- يتعرف المقدار الثلاثى المربع الكامل.
- يحلل المقدار الثلاثى المربع الكامل تحليلًا كاملًا.

الدرس الثالث تحليل الفرق بين مربعين

- يحلل الفرق بين مربعين تحليلًا كاملًا ويستخدم تحليل الفرق بين المربعين لتسهيل إيجاد بعض العمليات الحسابية ويستخدمه فى حساب قيمة.

الدرس الرابع تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

- يحلل مجموع مكعبين والفرق بينهما تحليلًا كاملًا.

الدرس الخامس التحليل بالتقسيم

- يحلل مقدارًا جبريًا يتكون من أكثر من ثلاثة حدود باستخدام التحليل بالتقسيم.

الدرس السادس التحليل بإكمال المربع

- يحلل مقدارًا جبريًا بإكمال المربع.

الدرس السابع حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

- يستخدم التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يستخدم المعادلات لحل المسائل اللفظية فى الجبر.

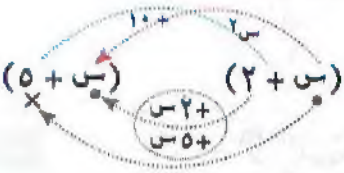
الدرس ١ ذاكر

تحليل المقدار الثلاثى

شاهد فيديو الشرح

تذكر وفكر: سبق أن تعلمت:

- الضرب بمجرد النظر **مثل:** (س + ٢) (س + ٥) = س^{٢} + ٧ س + ١٠



- يكون ناتج الضرب مقدارًا جبريًا يتكون من ثلاثة حدود:

١ الحد الأول : ناتج من ضرب س × س = س^{٢}

٢ الحد الثانى (الحد الأوسط) : [(س × ٥) + (٢ × س)] = ٥ س + ٢ س = ٧ س

٣ الحد الثالث : ناتج من ضرب ٢ × ٥ = ١٠

أولًا تحليل المقدار الثلاثى على صورة س^{٢} + ب س + حـ

تحليل المقدار الثلاثى س^{٢} + ب س + حـ يعنى وضع المقدار فى صورة حاصل ضرب عاملين وكل عامل مكون من حدين.

مثال ١

حلل المقدار س^{٢} + ٧س + ١٠

الحل

١ نحلل الحد الأول (س^{٢}) إلى س × س وكتابتها داخل القوسين هكذا (س....) (س....)

٢ نبحث عن عددين حاصل ضربهما ١٠ ومجموعهما ٧ ، سنجد أنهما +٢ ، +٥

ثم نضعهما داخل القوسين فى الفراغ كما يلى (س + ٢) (س + ٥)

أى أن: س^{٢} + ٧س + ١٠ = (س + ٢) (س + ٥)

إجراء بعض المحاولات للحصول على معامل الحد الأوسط

حاصل ضربهما ١٠			المجموع
١	×	١٠	١١
-١	×	-١٠	-١١
٢	×	٥	٧
-٢	×	-٥	-٧

مثال ٢

حلل المقدار س^{٢} − ٨س + ١٢

الحل

١ نحلل الحد الأول س^{٢} إلى س × س

٢ نبحث عن عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما − ٨ فنجد أنهما −٢ ، −٦

أى أن: س^{٢} − ٨س + ١٢ = (س − ٢) (س − ٦)

إجراء بعض المحاولات للحصول على معامل الحد الأوسط

حاصل ضربهما ١٢			المجموع
-١	×	-١٢	-١٣
-٢	×	-٦	-٨
-٣	×	-٤	-٧

مثال ٣

حلل كلًّا مما يأتي:

١ $س^٢ - ٣ س - ١٠$ ٢ $س^٢ + ٧ س ص - ١٨ ص^٢$

الحل

١ $س^٢ - ٣ س - ١٠ = (س - ٥)(س + ٢)$

حاصل ضربهما (-١٠)

مجموعهما (-٣)

- نحلل الحد الأول ($س^٢$) إلى س × س
- نبحث عن عددين حاصل ضربهما (-١٠) ومجموعهما (-٣)

∵ حاصل الضرب إشارته سالبة

∴ العددان مختلفان فى الإشارة

$-١٠ = (-٥) \times ٢$ ، $(-٥) + ٢ = -٣$

٢ $س^٢ + ٧ س ص - ١٨ ص^٢ = (س + ٩ ص)(س - ٢ ص)$

حاصل ضربهما (-١٨)

مجموعهما (٧)

- نحلل الحد الأول ($س^٢$) إلى س × س
- نبحث عن عددين حاصل ضربهما -١٨ ومجموعهما ٧

$-١٨ = ٩ \times (-٢)$ ، $٩ + (-٢) = ٧$

نقاط هامة

قبل تحليل المقادير الجبرية يجب اتباع الخطوات الآتية:

- فك الأقواس إن وجدت واختصار المقدار الجبرى.
- ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز الجبرية.
- إخراج العامل المشترك الأعلى ع. م. أ إن وجد.

سؤال ١

١ (أ) أوجد عددين حاصل ضربهما ٢٠ ومجموعهما ٩

(ب) أوجد عددين حاصل ضربهما -١٥ ومجموعهما -٢

٢ حلل كلًّا مما يأتي:

(أ) $س^٢ + ٧ س + ١٢$ (ب) $س^٢ - ٨ س + ١٥$

(جـ) $ص^٢ + ٦ ص - ١٦$ (د) $س^٢ - ٥ س - ٦$

مثال ٤

حلل كلًّا مما يأتى:

١ ٧ س^{٣} − ١٤ س^{٢} − ٢١ س

٢ أ (أ + ٥) − ٦

الحل

١ ٧ س^{٣} − ١٤ س^{٢} − ٢١ س = ٧ س (س^{٢} − ٢ س − ٣) — نأخذ (٧ س) عاملًا مشتركًا

= ٧ س (س − ٣) (س + ١) — تحليل المقدار الثلاثى

٢ أ (أ + ٥) − ٦ = أ^{٢} + ٥ أ − ٦ — بفك الأقواس

= (أ + ٦) (أ − ١) — تحليل المقدار الثلاثى

(+٦أ) (−أ) (+٥أ)

مثال ٥

أوجد قيم (أ) الصحيحة التى تجعل المقدار التالى قابلًا للتحليل: س^{٢} + أ س + ١٢

الحل

لكى يكون المقدار س^{٢} + أ س + ١٢ قابلًا للتحليل: يجب أن يكون أ هو مجموع عددين حاصل ضربهما = ١٢

حاصل ضربهما ١٢	مجموعهما
١ × ١٢ = ١٢	١ + ١٢ = ١٣
٢ × ٦ = ١٢	٢ + ٦ = ٨
٣ × ٤ = ١٢	٣ + ٤ = ٧
−١ × −١٢ = ١٢	(−١) + (−١٢) = −١٣
−٢ × −٦ = ١٢	(−٢) + (−٦) = −٨
−٣ × −٤ = ١٢	(−٣) + (−٤) = −٧

لاحظ أن

العدد ١٢ يمكن تحليله إلى حاصل ضرب عددين صحيحين كما بالجدول المقابل:

أى أن: قيم أ الصحيحة الممكنة هى مجموع الرقمين اللذين حاصل ضربهما ١٢

∴ قيم أ الممكنة: ١٣ ، ٨ ، ٧ ، −١٣ ، −٨ ، −٧

سؤال ٢

١ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

(أ) ٣س − س^{٢} + ١٠ (ب) س (س − ١) − ٦

٢ أوجد قيم « ب » الصحيحة الموجبة التى تجعل المقدار الثلاثى التالى قابلًا للتحليل: س^{٢} + ب س − ٩

مثال ٦

حلل كلًّا مما يأتى:

١ $أ^٢ب^٢ - ٢٤ أ ب^٢ + ١٤٣ ب^٢$ ٢ $س^٤ - ١٢ س^٢ص^٢ - ١٣ ص^٤$

الحل

١ $أ^٢ب^٢ - ٢٤ أ ب^٢ + ١٤٣ ب^٢ = ب^٢(أ^٢ - ٢٤أ + ١٤٣)$

$= ب^٢(أ - ١٣)(أ - ١١)$

٢ $س^٤ - ١٢ س^٢ص^٢ - ١٣ ص^٤ = (س^٢ - ١٣ ص^٢)(س^٢ + ص^٢)$

لاحظ أن

يمكنك التحقق من صحة الحل بضرب القوسين بمجرد النظر للحصول على المقدار الأصلى قبل التحليل.

مثال ٧

أوجد بعض قيم (حـ) الصحيحة التى تجعل المقدار $س^٢ - ٥ س + حـ$ قابلًا للتحليل

الحل

نبحث عن رقمين مجموعهما = −٥ ، فتكون (حـ) حاصل ضرب هذين الرقمين.

ناتج الجمع = −٥	حاصل الضرب = حـ
(−١) + (−٤) = −٥	(−١) × (−٤) = ٤
(−٢) + (−٣) = −٥	(−٢) × (−٣) = ٦
(−٦) + ١ = −٥	(−٦) × ١ = −٦
(−٧) + ٢ = −٥	(−٧) × ٢ = −١٤
(−٨) + ...	(−٨) × ..... = ...
.....	.....

بعض قيم (حـ) الممكنة هى ٤ ، ٦ ، −٦ ، −١٤ ، ..... ، ..... ، .....

سؤال ٣

١ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

(أ) $٣ س^٢ - ٣٠ س + ٦٣$ (ب) $س^٤ - ٨ س^٢ص^٢ + ١٥ ص^٤$

٢ أوجد: بعض قيم (حـ) الصحيحة التى تجعل المقدار: $ص^٢ + ٦ ص + حـ$ قابلًا للتحليل.

ثانيًا تحليل المقدار الثلاثى على صورة أ س^{٢} + ب س + جـ (حيث أ ≠ ±١)

سبق أن درسنا الضرب بمجرد النظر، فمثلًا لإيجاد ناتج (٢س + ٣) (س + ٥) نتبع ما يلى:

= ٢س^{٢} + (١٠س + ٣س) + ١٥

حاصل ضرب الحدين الأولين + (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) + حاصل ضرب الحدين الأخيرين

٢س^{٢} + ١٣س + ١٥

نلاحظ أن: (٢ س + ٣) (س + ٥) = ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥

ولإجراء العملية العكسية وهى تحليل المقدار الثلاثى: ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥ عليك أن تتبع الخطوات الآتية كما بالمثال الآتى:

مثال ٨

حلل المقدار ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥

الحل

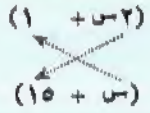
١ تأكد من أن المقدار مرتب تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس س.

٢ استخرج ع. م. أ (إن وجد).

٣ حلل ٢ س^{٢} إلى عاملين: ٢ س ، س.

٤ حلل ١٥ إلى: ١ × ١٥ أو ٣ × ٥

٥ أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) كالآتى:



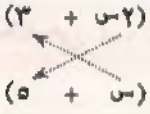
الحد الأوسط = (٢س × ١٥) + (س × ١)

= ٣٠س + س = ٣١س

٣١س ≠ الحد الأوسط

(محاولة خطأ)

أو



الحد الأوسط = (٢س × ٥) + (س × ٣)

= ١٠س + ٣س = ١٣س

١٣س = الحد الأوسط

(محاولة صواب)

أى أن: ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥ = (٢ س + ٣) (س + ٥)

مثال

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ $٢ س^٢ + ٥ س + ٣$ ٢ $٣ أ^٢ - ٧ أ + ٢$ ٣ $٥ ب^٢ - ٥١ ب + ١٠$

الحل

١ $٢ س^٢ + ٥ س + ٣$

(٢س + ٣)

(س + ١)

الحد الأوسط = (٢س × ١) + (س × ٣)

= ٢س + ٣س = ٥س

(صواب)

$\therefore ٢ س^٢ + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)$

لاحظ أن

إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى موجبة تكون إشارة الحد الثانى فى كل من القوسين هى نفسها إشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى.

٢ $٣ أ^٢ - ٧ أ + ٢$

(٣أ − ١)

(أ − ٢)

الحد الأوسط = (٣أ × (−٢)) + (أ × (−١))

= −٦أ − أ = −٧أ

(صواب)

$\therefore ٣ أ^٢ - ٧ أ + ٢ = (٣ أ - ١) (أ - ٢)$

لاحظ أن

حيث إن إشارة الحد الأخير (+) وإشارة الحد الأوسط (−) فتكون إشارة الحد الثانى فى كلا القوسين هى نفسها إشارة الحد الأوسط (−)

٣ $٥ ب^٢ - ٥١ ب + ١٠$

(٥ب − ١)

(ب − ١٠)

الحد الأوسط = (٥ب × (−١٠)) + (ب × (−١))

= −٥٠ب − ب = −٥١ب

(صواب)

$\therefore ٥ ب^٢ - ٥١ ب + ١٠ = (٥ ب - ١) (ب - ١٠)$

سؤال ٤

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ $٣ س^٢ + ٨ س + ٥$ ٢ $٦ س - ٢٧ + ٥ س^٢$

مثال ١٠

حلل كلًّا من المقادير الجبرية الآتية:

١ ١٥ س^{٢} − ٧ س − ٢ ٢ ٢م^{٢} − ٩ م − ٥ ٣ ٥ س^{٣} − ٤ س^{٢} − ١٢ س

الحل

١ ١٥ س^{٢} − ٧ س − ٢

(٥س + ١)

(٣س − ٢)

∴ ١٥ س^{٢} − ٧ س − ٢ = (٥ س + ١) (٣س − ٢)

٢ ٢م^{٢} − ٩ م − ٥

(٢م + ١)

(م − ٥)

∴ ٢م^{٢} − ٩م − ٥ = (٢م + ١) (م − ٥)

٣ ٥ س^{٣} − ٤ س^{٢} − ١٢ س

= س (٥ س^{٢} − ٤ س − ١٢) (بأخذ س عاملًا مشتركًا)

= س(٥س + ٦) (س − ٢)

(٥س + ٦)

(س − ٢)

لاحظ أن

إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى سالبة تكون إشارة الحد الثانى فى كل من القوسين مختلفة.

مثال ١١

أكمل ما يأتى:

١ إذا كان: س + ٢ ص = ٥ ، س + ٣ ص = ٤

فإن القيمة العددية للمقدار (س^{٢} + ٥ س ص + ٦ ص^{٢}) هى: ....

٢ إذا كان: (٢ س − ١) أحد عوامل المقدار (١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥)

فإن العامل الآخر هو ....

الحل

١ ∵ س^{٢} + ٥ س ص + ٦ ص^{٢} = (س + ٢ ص) (س + ٣ص) ∴ القيمة العددية للمقدار= ٥ × ٤ = ٢٠

٢ ∵ ١٤ س^{٢} - ١٧ س + ٥ = (٢ س - ١) (٧س − ٥) ∴ العامل الآخر هو (٧ س − ٥)

مثال ١٢

حلل المقدار: (٥ س + ١) (س + ٣) − ٨ س

الحل

بفك الأقواس أولًا:

(٥ س + ١) (س + ٣) − ٨ س

= ٥ س^{٢} + ١٥ س + س + ٣ − ٨ س

= ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣

= (٥ س + ٣) (س + ١)

(٥س + ٣)

(س + ١)

الحد الأوسط = (٥س × ١) + (س × ٣)

= ٥س + ٣س = ٨ س

(صواب)

مثال ١٣

مستطيل مساحته (٦س^{٢} + ١٣ س + ٦) سم^{٢}، أوجد بعديه بدلالة س، ثم أوجد محيطه عندما س = ٢

الحل

∵ مساحة المستطيل = (٦ س^{٢} + ١٣ س + ٦) سم^{٢}

= (٢ س + ٣) (٣ س + ٢) سم^{٢}

نفرض أن البعد الأول = (٢ س + ٣) سم.

∴ البعد الثاني = (٣ س + ٢) سم.

عندما س = ٢

∴ البعد الأول = ٢ × ٢ + ٣ = ٧ سم

البعد الثاني = ٣ × ٢ + ٢ = ٨ سم

∴ محيط المستطيل = ٢ (٧ + ٨) = ٢ × ١٥ = ٣٠ سم

سؤال ٥

١ حلل كلًّا مما يأتي:

(أ) ١٥ أ^{٢} − ١٤ أ + ٣ (ب) ٨ ص^{٢} − ٦ ص − ٣٥

(جـ) ٢ س^{٢} (أ − ٣ ب) − ٣ س (أ − ٣ ب) − ٩ (أ − ٣ ب)

٢ مستطيل مساحته (٢ س^{٢} + ٧ س + ٣) سم^{٢} أوجد بعديه بدلالة س ثم أوجد محيطه عندما س = ٥

أولاً تحليل المقدار الثلاثى على صورة س^{٢} + ب س + جـ:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ س^{٢} − ٩ س + ٨ = (س − .....) (س − ١) (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ٨ (ب) −٨ (جـ) ١ (د) −١

٢ إذا كان المقدار س^{٢} + ك س + ٢ قابلًا للتحليل فإن ك = ... (أسوان ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٣ إذا كان المقدار س^{٢} + ٧ س + أ قابلًا للتحليل فإن: أ يمكن أن تساوى ..... (دمياط ٢٠٢٣)

(أ) ١٥ (ب) ١٢ (جـ) ١٨ (د) ٤٩

٤ إذا كان المقدار س^{٢} + ك س − ١٢ قابلًا للتحليل فإن: ك تساوى ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ١٣

٥ إذا كان (س − ١) أحد عاملى المقدار س^{٢} − س فإن العامل الآخر هو..... (الغربية ٢٠١٩)

(أ) (س − ١) (ب) (س + ١) (جـ) س (د) (س^{٢} − س)

٦ إذا كان أحد عاملى المقدار س^{٢} − ٤ س + ٣ هو (س − ١) فإن العامل الآخر هو ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) (س − ٣) (ب) (س + ٣) (جـ) (س + ١) (د) (س − ٤)

٧ العدد الذى يمكن إضافته للمقدار الثلاثى س^{٢} − ٨ س + ٥ حتى يكون قابلًا للتحليل هو ..... . (دمياط ٢٠١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

---

٢ أكمل :

١ س (ص + ٣) + ص (ص + ٣) = (ص + ٣) (..... + ...) (الشرقية ٢٠٢٢)

٢ إذا كان: س^{٢} + ل + ١٥ = (س + ٣) (س + ٥) فإن ل = ... (الدقهلية ٢٠٢٢)

٣ س^{٢} + ١٥ س + ٥٠ = (س + ...) (س + ...) (القاهرة ٢٠١٨)

٤ س^{٢} + ٧ س + ١٢ = (..... + ...) (..... + ...) (سوهاج ٢٠١٩)

٥ س^{٢} − ١٠ س + ١٦ = (..... − .....) (..... − .....) (السويس ٢٠١٨)

٦ س^{٢} + ... + ٤٥ = (..... + ٩) (س + ...) (الجيزة ٢٠١٨)

٧ س^{٢} − ٨ س − ٩ = (..... − .....) (..... + ...) (الجيزة ٢٠٢٣)

٨ (س − ٨) (س + ...) = س^{٢} − ٣ س − . . . . . (القليوبية ٢٠١٩)

٩ إذا كان: (س + ٣) أحد عاملى المقدار س^{٢} + ٩س + ١٨ فإن العامل الآخر = ... (بنى سويف ٢٠١٩)

١٠ إذا كان: (أ − ٧) أحد عوامل المقدار (أ − ٨) (أ − ٢) + ٥ ، فإن العامل الآخر = ...

١١ إذا كان: س + ٢ص = ٤ ، س + ٣ص = ٥ فإن: س^{٢} + ٥سص + ٦ ص^{٢} = ...

١٢ إذا كان: س^{٢} + ٩سص + ٢٠ص^{٢} = ٢٤ ، س + ٤ص = ٨ فإن: س + ٥ص = ...

١٣ إذا كان: ص (س + ٣) (س − ١) = ١٨٠ ، وكان س^{٢} + ٢ س − ٣ = ٦٠ ، فإن: ص = ...

١٤ إذا كان: س = ص فإن قيمة س (س − ص) + ص (س − ص) = ... (المنوفية ٢٠٢٣)

١٥ إذا كانت: مساحة مستطيل = (س^{٢} − س − ٢) سم^{٢} ، وكان عرضه = (س − ٢) سم (المنوفية ٢٠٢٣)

فإن طوله = ... سم.

---

٣ أوجد عددين صحيحين يحققان كلًّا مما يأتي:

١ حاصل ضربهما ١٠ ومجموعهما ٧

٢ حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما ٨

٣ حاصل ضربهما −٢٠ ومجموعهما ١

٤ حاصل ضربهما −١٥ ومجموعهما −١٤

---

٤ حلل كلًّا مما يأتي:

١ س^{٢} − ٥س + ٦ (سوهاج ٢٠٢٢)

٢ س^{٢} + س − ١٢ (الشرقية ٢٠٢٢)

٣ س^{٢} + ١٣س + ٤٢ (أسيوط ٢٠٢٢)

٤ س^{٢} − ٧س + ٦

٥ س^{٢} + ٥س − ١٤ (الإسماعيلية ٢٠٢٣)

٦ س^{٢} − ٦س − ٤٠

٧ س^{٢} + ٥س − ٢٤

٨ ص^{٢} − ١٤ص − ٥١ (الغربية ٢٠٢٣)

---

٥ حلل المقادير الآتية:

١ ٦ + ص^{٢} + ٥ص (القاهرة ٢٠٢٢)

٢ ٤٨ + س^{٢} + ١٤س (أسيوط ٢٠٢٣)

٣ س + س^{٢} − ٦

٤ −١٠ + ٣س + س^{٢}

٥ س^{٢} + ٢١ + ١٠س

٦ ٣س^{٢} − ١٨س − ٤٨

٧ −١٤س − ٣٦ + ٢س^{٢}

٨ ٥س^{٢} + ١٠٥ − ٥٠س (بورسعيد ٢٠٢٣)

---

٦ حلل المقادير الآتية تحليلًا تامًّا:

١ ب^{٢} + ٣ب حـ − ١٠ حـ^{٢}

٢ س^{٤} + ٩س^{٢} + ١٨

٣ س^{٢} − ١٥سص + ٣٦ص^{٢}

٤ س^{٦} − ٧س^{٣} − ١٨

٥ س (س + ٤) − ٦٠

٦ س^{٢} − ٤س − ٣ (س − ٢) (الشرقية ٢٠٢٣)

٧ س^{٣} − ٣س^{٢} − ٢٨س

٨ س^{٢}ص^{٢} − ٢٤سص^{٢} + ١٤٣ص^{٢} (القليوبية ٢٠٢٤)

٩ −س^{٢} + ٣س + ٧٠

١٠ −٢٦أ + ٩أ^{٢} − ٣أ^{٣}

٧ ١ إذا كانت مساحة سطح مستطيل هي: (س^{٢} + ٧س + ١٠) سم^{٢} فأوجد بعديه بدلالة س ثم أوجد محيطه عندما س = ٣

٢ أوجد بعض قيم (حـ) حيث حـ ∈ صـ$_{+}$ والتي تجعل المقدار الجبري الآتي قابلًا للتحليل:

أ^{٢} + أ − حـ

ثانيًا تحليل المقدار الثلاثي على صورة أ س^{٢} + ب س + حـ حيث أ ≠ ± ١

٨ أكمل:

١ ٣س^{٢} + ١٦س + ٥ = (٣س + ...) (..... + ٥)

٢ ٣س^{٢} − ١١س + ٦ = (٣س − .....) (.... .. − .....)

٣ إذا كان (س − ٢) = ٥، (٢س + ٥) = ١٩ فإن القيمة العددية للمقدار ٢س^{٢} + س − ١٠ هي .....

٤ إذا كان (٢س + ١) أحد عامل المقدار ٢س^{٢} + ٣س + ١ فإن العامل الآخر هو ..... (القليوبية ٢٠٢٣)

٥ إذا كان (٥س − ٧) أحد عامل المقدار ٥س^{٢} − ٢س − ٧ فإن العامل الآخر هو ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٩ حلل كلًّا مما يأتي:

١ ٥ص^{٢} − ٧ص + ٢

٢ ٣أ^{٢} + ٧أ + ٢ (القاهرة ٢٠٢٣)

٣ ٣ع^{٢} + ٧ع − ٦

٤ ٣س^{٢} + ١٧س − ٦

٥ ٤س^{٢} − ٢٥س + ٦

٦ ٨س^{٢} − ٦س − ٢٧

٧ ٥أ^{٢} − ١٨أ + ١٦

٨ ٢٠س^{٢} + ١٩س + ٣

٩ ١٥س^{٤} − ٢١ع^{٢} − ٦س^{٢}ع

---

١٠ حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا تامًّا:

١ ١٠أ^{٢} + ١١أب − ١٨ب^{٢}

٢ ٦س^{٢} − ٤٧س ص − ٦٣ص^{٢}

٣ ١٠س^{٢} − ٧س ص − ١٢ص^{٢}

٤ ٣٦س^{٢} + ١٩س ص − ٦ص^{٢}

٥ ١٢س^{٢}ص + ٢٩س ص + ١٤ص

٦ ١٨س^{٢} − ٩س ص − ٢٠ص^{٢}

٧ (٢س + ٣)^{٢} − ٤

٨ ٦م^{٢} + ن (٢ن − ٧م)

٩ ١٥س^{٢} − ٣١س + ١٠

١٠ ١٢س^{٢} − س ص − ٦ص^{٢}

١١ ٦س^{٢} (أ + ب) + ١٣س (أ + ب) + ٦(أ + ب)

١٢ (س − ٣)^{٢} − ٥(س − ٣) − ١٤

١١ أجب عما يأتي:

١ إذ كان: (س + ٣ص) سم هو أحد بعدى مستطيل مساحته: (٣س^{٢} + ١١ س ص + ٦ ص^{٢}) سم^{٢} فأوجد البعد الآخر للمستطيل.

٢ إذا كان: (س + ١) أحد عامل المقدار ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ فأوجد العامل الآخر.

٣ أوجد قيمة حـ التي تجعل المقدار حـ س^{٢} − ١٣ س − ١٦ قابلًا للتحليل حيث حـ ∈ ص ثم حلله.

تحد نفسك

١٢ متوازي أضلاع طول قاعدته (٢ س + ١) سم، ومساحته (٢ س^{٢} + ٣ س + ١) سم٢ أوجد ارتفاعه ثم أوجد مساحته عندما: س = ٢

١٣ إذا كان المقدار ٥هـ^{٢} + ك هـ − ٢٧ قابلًا للتحليل. فأوجد قيمة المقدار (ك − ٥) (ك + ٣) حيث ك عدد صحيح ∈]٠، ٧[

تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (١)

مجاب عنها في ملحق الإجابات

١ أكمل الحدود الناقصة ليكون التحليل صحيحًا:

١) ٣س^{٢} + ٧س − ٦ = (٣س − .....) (..... + ...)

٢) ٢س^{٢} + س − ٦ = (..... − .....) (س + ...) (الدقهلية ٢٠٢٢)

٣) ٥س^{٢} − ٢س − ٧ = (٥س − .....) (س + ...)

٤) ٦س^{٢} − ١١س − ١٠ = (٢س − .....) (..... + ٢)

٥) ٣س^{٢} + ١٠س + ٨ = (..... + ٤) (س + ...) (الدقهلية ٢٠٢٢)

٢ حلل كلًّا مما يأتي:

١) س^{٢} + ١١س + ١٠

٢) س^{٢} − ٧س + ١٠ (القاهرة ٢٠٢٢)

٣) س^{٢} − ٣س − ١٠ (الجيزة ٢٠٢٢)

٤) س^{٢} − ٧س + ١٢ (الإسكندرية ٢٠٢٣)

٥) س^{٢} + ٤س − ١٢

٦) س^{٢} − س − ١٢ (القليوبية ٢٠٢٢)

٧ $س^٢ - ٨س + ١٢$ (الدقهلية ٢٠٢٢)

٨ $ص^٢ - ٢٠ص + ٥١$

٩ $ص^٢ - ٥٠ص - ٥١$

١٠ $٥س^٢ - ١٠س - ١٥$

١١ $س^٤ - ٩س^٢ + ٢٠$

١٢ $س^٣ - ٣س^٢ - ٢٨س$

١٣ $س^٢ - ٥س ص - ٢٤ ص^٢$

١٤ $ب^٢ + ٣ب حـ - ١٠ حـ^٢$

١٥ $-س^٢ + ٢س + ٦٣$

---

٣ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ $٢س^٢ + ٣س + ١$ (الغربية ٢٠٢٢)

٢ $٢ص^٢ + ٥ص + ٣$ (المنوفية ٢٠٢٢)

٣ $٣أ^٢ + ٧أ + ٢$ (الغربية ٢٠٢٢)

٤ $٥ع^٢ - ٧ع + ٢$

٥ $٦س^٢ - ١١س + ٣$ (الدقهلية ٢٠٢٢)

٦ $٣م^٢ - ١٩م + ٦$

٧ $٥س^٢ - ٣س - ٢$

٨ $٣ص^٢ + ٧ص - ٦$ (القاهرة ٢٠٢٢)

٩ $٢م^٢ - ٩م - ٥$

١٠ $٨ع^٢ + ٢ع - ٣$

١١ $٥أ^٢ - ١٨أ + ١٦$

١٢ $٨س^٣ - ٢٧س^٢ - ٢٠س$

١٣ $٦س^٢ - ٤٧س ص - ٦٣ص^٢$

١٤ $١٠أ^٢ + ١١أ ب - ١٨ب^٢$

١٥ $٣س^٢ - ٢٠س ص - ٧ص^٢$

١٦ $٧س^٤ + ٢٣س^٢ ص - ٣٠ص^٢$

١٧ $٦أ^٢ - ١٩أ ب - ٧ب^٢$

١٨ $٥ص^٢ - ٤س (٧ص + ٣س)$

١٩ $١٨س^٥ + ٣٣س^٣ - ٣٠س$

٢٠ $٢٥م - ١٠ + ١٥م^٢$

٢١ $٢١س^٢ ص^٢ - ٦س^٢ ص^٣ - ١٥س^٢ ص^٤$

٢٢ $أ^٢ ب^٢ - ٢٤أ ب^٢ + ١٤٣ب^٢$

---

٤ مستطيل مساحته $(٢س^٢ + ١٩س + ٣٥)$ سم^٢، أوجد بعديه بدلالة س، ثم أوجد محيطه عندما س = ٣

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان س^{٢} + ك س − ٦ = (س + ٣) (س − ٢) فإن ك = ... (الإسكندرية ٢٠٢٢)

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ س^{٢} − ٢ س + ١ = (س − ١) (س − .....). (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) −١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٣ العدد الذى يمكن إضافته للمقدار س^{٢} − ٦ س + ٣ ليكون قابلًا للتحليل هو ..... (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٤ المقدار س^{٢} + ٥ س + ب يقبل التحليل عندما ب = ... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٩

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ المقدار س^{٢} (س + ١) + (س + ١) = (..... + ...) (س + ١) (الدقهلية ٢٠٢٢)

٢ إذا كان (٣ س + ٤) أحد عاملى المقدار ١٥ س^{٢} + ١٧ س − ٤ فإن العامل الآخر هو..... (الجيزة ٢٠٢٢)

٣ إذا كان (س + ٣) أحد عاملى المقدار س^{٢} + س − ٦ فإن العامل الآخر هو ..... (القليوبية ٢٠٢٢)

٤ إذا كان أ + ب = ٦ ، م + ك = ٧ فإن م (أ + ب) + ك (أ + ب) = ... (المنوفية ٢٠٢٣)

---

٣ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ س^{٢} + ٨ س + ١٥ (القاهرة ٢٠٢٢)

٢ ٦ س^{٢} + ٢٠ س + ١٦ (الجيزة ٢٠٢٢)

٣ س^{٢} − س − ٢٠ (الغربية ٢٠٢٢)

٤ ٢ س^{٢} − س − ٦ (بنى سويف ٢٠٢٢)

٥ س^{٢} + ٩ س − ٣٦ (أسيوط ٢٠٢٢)

٦ ٥ س^{٢} + ٩ س − ٢ (الإسكندرية ٢٠٢٢)

الدرس ٢ ذاكر

تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل

تذكر وفكر: سبق أن تعلمنا:

- كيفية إيجاد مفكوك مربع مقدار ذى حدين:

فمثلًا:
- $(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$
- $(٢س + ٣)^٢ = ٤س^٢ + ١٢س + ٩$
- $(ل^٢ - ٥م)^٢ = ل^٤ - ١٠ل^٢م + ٢٥م^٢$

- تسمى كل من المقادير: $أ^٢ + ٢أب + ب^٢$ ، $٤س^٢ + ١٢س + ٩$ ، $ل^٤ - ١٠ل^٢م + ٢٥م^٢$ **بالمقدار الثلاثى المربع الكامل**

أولًا التعرف على المقدار الثلاثى المربع الكامل

يكون المقدار الثلاثى مربعًا كاملًا إذا تحققت الشروط الآتية:

١ أن يكون كل من الحد الأول والحد الثالث مربعًا كاملًا وهما موجبان دائمًا

٢ أن يكون الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

تذكر أن

العدد النسبى المربع الكامل هو العدد الذى يمكن كتابته على صورة (عدد نسبى)^٢

مثال ٩

بيِّن أى المقادير الآتية مربع كامل وأيها ليس مربعًا كاملًا:

١ $٤٩س^٢ + ٤٢س + ٩$ ٢ $١٦س^٢ + ٢٠س + ٢٥$ ٣ $٢٥س^٢ - ٢٠س - ٤$

الحل

١ ∵ $٤٩س^٢ = (٧س)^٢$ مربع كامل موجب ، $٩ = (٣)^٢$ مربع كامل موجب

، ∵ $٢ \times ٧س \times ٣ = ٤٢س$ = الحد الأوسط

∴ المقدار $(٤٩س^٢ + ٤٢س + ٩)$ **مقدار ثلاثى مربع كامل**

٢ ∵ $١٦س^٢ = (٤س)^٢$ مربع كامل موجب ، $٢٥ = (٥)^٢$ مربع كامل موجب

، ∵ $٢ \times ٤س \times ٥ = ٤٠س$ ≠ الحد الأوسط

∴ المقدار $(١٦س^٢ + ٢٠س + ٢٥)$ **ليس مربعًا كاملًا**

٣ المقدار $٢٥س^٢ - ٢٠س - ٤$ **ليس مربعًا كاملًا** ، لأن الحد الثالث (-٤) إشارته سالبة.

نقاط هامة

• إذا كان المقدار الثلاثى مربعًا كاملًا وكان المطلوب إيجاد أى حد مجهول من حدوده نتبع الآتى:

الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

الحد الأول = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^{٢}}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$

الحد الثالث = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^{٢}}{٤ \times \text{الحد الأول}}$

مثال ٢

أوجد الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملًا:

١ ٩ س^{٢} ..... + ٤ ٢ ..... − ٤٠ س + ٢٥ ٣ ١٠٠ س^{٢} + ٦٠ س + ...

الحل

١ ∵ الحد الناقص هو الحد الأوسط

∴ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{٩ \text{س}^{٢}}$ × $\sqrt{٤}$ = ± ٢ × ٣ س × ٢ = ± ١٢ س

٢ ∵ الحد الناقص هو الحد الأول

∴ الحد الأول = $\frac{(-٤٠ \text{س})^{٢}}{٤ \times ٢٥}$ = $\frac{١٦٠٠ \text{س}^{٢}}{١٠٠}$ = ١٦ س^{٢}

٣ ∵ الحد الناقص هو الحد الثالث

∴ الحد الثالث = $\frac{(٦٠ \text{س})^{٢}}{٤ \times ١٠٠ \text{س}^{٢}}$ = $\frac{٣٦٠٠ \text{س}^{٢}}{٤٠٠ \text{س}^{٢}}$ = ٩

سؤال ١

١ بيِّن أى المقادير الآتية مربع كامل وأيها ليس مربعًا كاملًا مع ذكر السبب:

(أ) م^{٢} + ٤م − ٤ (ب) ٤٩ أ^{٢} − ٧٠ أ ب^{٢} + ٢٥ ب^{٤}

٢ أكمل الحد الناقص فى كل مما يأتى ليكون مربعًا كاملًا:

(أ) ٢٥ أ^{٢} ..... + ٩ (ب) ..... + ٨ س + ١

(جـ) ٤٩ أ^{٢} − ٢٨ أ + ...

مثال ٣

أوجد قيمة (أ) التى تجعل كلًّا من المقادير الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا:

١ أ س^{٢} + ٢٤ س + ٩ ٢ ١٢١ س^{٢} − أ س + ٤

٣ ٩ س^{٢} + ٣٠ س ص + أ^{٢} ص^{٢} ٤ أ^{٢} س^{٢} + ١٠ س + $\frac{١}{٤}$

الحل

١ ∵ الحد الأول = $\frac{(٢٤ \text{ س})^{٢}}{٤ \times ٩}$ = $\frac{٥٧٦ \text{ س}^{٢}}{٣٦}$ = ١٦ س^{٢}

∴ أ س^{٢} = ١٦ س^{٢} ∴ أ = ١٦

٢ ∵ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{١٢١ \text{ س}^{٢}}$ × $\sqrt{٤}$ = ± ٢ × ١١ س × ٢ = ± ٤٤ س

∴ − أ س = ± ٤٤ س بالضرب × (−١)

∴ أ = ± ٤٤

٣ ∵ الحد الثالث = $\frac{(٣٠ \text{ س ص})^{٢}}{٤ \times ٩ \text{ س}^{٢}}$ = $\frac{٩٠٠ \text{ س}^{٢} \text{ ص}^{٢}}{٣٦ \text{ س}^{٢}}$ = ٢٥ ص^{٢}

∴ أ^{٢} ص^{٢} = ٢٥ ص^{٢} ∴ أ^{٢} = ٢٥ ∴ أ = ± $\sqrt{٢٥}$ = ± ٥

٤ ∵ الحد الأول = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^{٢}}{٤ \times \text{الحد الثالث}}$

∴ أ^{٢} س^{٢} = $\frac{(١٠ \text{ س})^{٢}}{٤ \times \frac{١}{٤}}$

∴ أ^{٢} س^{٢} = (١٠)^{٢} س^{٢}

∴ أ^{٢} = ١٠٠

∴ أ = ± ١٠

سؤال ٢

أوجد قيمة أ التى تجعل كل مقدار مما يأتى مقدارًا ثلاثيًّا مربعًا كاملًا:

١ ١٢١ س^{٢} + أ س + ٢٥ ٢ ٤ س^{٢} + ٤٤ س ص + أ ص^{٢}

ثانيًا: تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل

لتحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل:

١ تأكد من أن المقدار مرتبٌ تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز الجبرية المعطاة.

٢ حلل المقدار كالآتي: $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^{٢}$

(الإشارة بين $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ ، $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$ تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى المربع الكامل)

مثال ٤

حلل كلًّا من المقادير الجبرية الآتية:

١ $٢٥ س^{٢} + ٧٠ س + ٤٩$

٢ $١٦ ص^{٢} - ٤٠ ص + ٢٥$

٣ $٢٥ أ^{٤} + ٢٠ أ^{٢} ص + ٤ ص^{٢}$

٤ $\frac{٤}{٩} س^{٢} + س + \frac{٩}{١٦}$

الحل

١ $٢٥ س^{٢} + ٧٠ س + ٤٩ = \left(\sqrt{٢٥ س^{٢}} + \sqrt{٤٩}\right)^{٢} = (٥ س + ٧)^{٢}$

٢ $١٦ ص^{٢} - ٤٠ ص + ٢٥ = \left(\sqrt{١٦ ص^{٢}} - \sqrt{٢٥}\right)^{٢} = (٤ ص - ٥)^{٢}$

٣ $٢٥ أ^{٤} + ٢٠ أ^{٢} ص + ٤ ص^{٢} = \left(\sqrt{٢٥ أ^{٤}} + \sqrt{٤ ص^{٢}}\right)^{٢} = (٥ أ^{٢} + ٢ ص)^{٢}$

٤ $\frac{٤}{٩} س^{٢} + س + \frac{٩}{١٦} = \left(\sqrt{\frac{٤}{٩} س^{٢}} + \sqrt{\frac{٩}{١٦}}\right)^{٢} = \left(\frac{٢}{٣} س + \frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

مثال ٥

حلل كلًّا من المقادير الجبرية الآتية:

١ $-١٦ س^{٢} + ٥٦ س - ٤٩$

٢ $٤ س^{٢} - ٧ ص (٤ س - ٧ ص)$

الحل

يجب إخراج (ع. م. أ) قبل إجراء عملية التحليل إن وجد.

١ $-١٦ س^{٢} + ٥٦ س - ٤٩ = -(١٦ س^{٢} - ٥٦ س + ٤٩)$ (ع. م. أ = -١)

$= -(٤ س - ٧)^{٢}$

٢ $٤ س^{٢} - ٧ ص (٤ س - ٧ ص) = ٤ س^{٢} - ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}$ (بفك الأقواس)

$= (٢ س - ٧ ص)^{٢}$

ثالثا استخدام تحليل (المقدار الثلاثى المربع الكامل) لتسهيل بعض العمليات الحسابية

مثال ٦

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى:

١ $(١٠,٣)^{٢} - ٢ \times ١٠,٣ \times ٠,٣ + (٠,٣)^{٢}$

٢ $(١,٤)^{٢} + ٢,٨ \times ٠,٦ + (٠,٦)^{٢}$

الحل

١ $(١٠,٣)^{٢} - ٢ \times ١٠,٣ \times ٠,٣ + (٠,٣)^{٢} = \left(\sqrt{(١٠,٣)^{٢}} - \sqrt{(٠,٣)^{٢}}\right)^{٢}$

$= (١٠,٣ - ٠,٣)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

٢ $(١,٤)^{٢} + ٢,٨ \times ٠,٦ + (٠,٦)^{٢} = (١,٤)^{٢} + ٢ \times ١,٤ \times ٠,٦ + (٠,٦)^{٢}$

$= (١,٤ + ٠,٦)^{٢} = (٢)^{٢} = ٤$

سؤال ٣

١ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $٤ أ^{٢} - ٣٦ أ + ٨١$ (ب) $(س - ص)^{٢} + ٤ س ص$

(جـ) $\frac{٤}{٢٥} س^{٢} - \frac{٣}{٥} س + \frac{٩}{١٦}$ (د) $أ^{٢} - ١١ ب (٢أ - ١١ ب)$

(هـ) $٥ س^{٣} + ٥٠ س^{٢} + ١٢٥ س$

٢ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل مما يأتى:

(أ) $(٣٥)^{٢} + ٢ \times ٣٥ \times ٦٥ + (٦٥)^{٢}$ (ب) $(٧,٣)^{٢} + ٢ \times ٧,٣ \times ٢,٧ + (٢,٧)^{٢}$

(جـ) $(٩)^{٢} + ٢ \times ٩ + ١$ (د) $(٨٧)^{٢} + ٢ \times ١٣ \times ٨٧ + (١٣)^{٢}$

٣ أكمل ما يأتى:

(أ) الحد الأوسط الذى يجب إضافته للمقدار $س^{٢} + ٢٥$ ليكون مربعًا كاملًا هو ..... (الشرقية ٢٠١٨)

(ب) إذا كان $أ^{٢} + ب^{٢} = ١٣$ ، $أب = ٢$ فإن $أ - ب =$ ..... (السويس ٢٠١٨)

(جـ) إذا كان $أ + ب = ٦$ فإن $أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢} =$ ..... (المنيا ٢٠٢٢)

(د) إذا كان المقدار $س^{٢} + \frac{١}{٨} س + \frac{١}{ك^{٢}}$ مربعًا كاملًا ، فإن $ك =$ .....

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

أولاً التعرف على المقدار الثلاثى المربع الكامل:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان س^{٢} + أ س + ٩ مربعًا كاملًا ، فإن أ = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) −٦ (د) ± ٦

٢ إذا كان المقدار س^{٢} + ك س + ٤ مربعًا كاملًا فإن ك يمكن أن تساوى ..... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ± ٢ (ب) −٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٣ إذا كان المقدار ك س^{٢} + ٢٠ س + ٢٥ مربعًا كاملًا ، فإن ك = ... (المنوفية ٢٠٢٢)

(أ) ٩ (ب) ١ (جـ) −٤ (د) ٤

٤ إذا كان المقدار س^{٢} + ١٢ س + أ مربعًا كاملًا فإن أ = ... (أسيوط ٢٠٢٢)

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (جـ) ± ٣٦ (د) ± ١٤٤

٥ إذا كان المقدار س^{٢} − ١٤ س + ب مربعًا كاملًا ، فإن ب = ... (دمياط ٢٠٢٢)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٦ لجعل المقدار ٤ س^{٢} + ٣٦ س + ٨٠ مربعًا كاملًا يجب إضافة ..... إليه. (دمياط ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) −١ (د) −٢

٧ إذا كان المقدار هـ + ٣ س + $\frac{١}{٤}$ مربعًا كاملًا ، فإن هـ = ... (الإسماعيلية ٢٠٢٣)

(أ) ٩ (ب) $\frac{٩}{٤}$ س^{٢} (جـ) ٩ س^{٢} (د) ٤ س^{٢}

---

٢ حدد المقدار الثلاثى المربع الكامل فى كلٍّ مما يأتى، مع ذكر السبب:

١ ٤ س^{٢} − ١٢ س + ٣٦

٢ ٩ س^{٢} − ٢٥ س + ١٦

٣ ٢٥ س^{٢} − ٣٠ س + ٩

٤ − ٨١ س^{٢} + ٣٦ س + ٤ (بنى سويف ٢٠٢٣)

٥ م^{٢} + ٦ م − ٩

٦ ٤ أ^{٢} − ١٤ أ ب + ٤٩ ب^{٢}

٧ ٣٦ س^{٢} + ٦٠ س + ٢٥

٨ ٠,٠٤ س^{٢} − ٠,٤ س + ١

٩ $\frac{١}{٤}$ م^{٢} − ٢ م + ٤

١٠ $\frac{١}{٤}$ س^{٢} + $\frac{١}{٧}$ س + $\frac{١}{٤٩}$ (أسيوط ٢٠١٩)

٣ أكمل الحد الناقص من المقادير الآتية ليكون كل منها مربعًا كاملًا:

١ $٢٥ س^٢ + ... + ٩$ (بني سويف ٢٠١٩)

٢ $٢٥ م^٢ + ١٠ م ن + ...$ (بني سويف ٢٠٢٣)

٣ $١٦ س^٢ + ٥٦ س + ...$ (الغربية ٢٠١٩)

٤ $٩ س^٢ + ٦ س ص + ...$ (الشرقية ٢٠٢٣)

٥ $..... - ١٠ ب^٢ + ٢٥ ب^٤$ (الغربية ٢٠١٨)

٦ $..... + ١٤ ع^٢ ل + ٤٩ ل^٢$

ثانيًا تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل:

٤ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان $أ^٢ + ب^٢ = ١٠$ ، $أ ب = ٣$ فإن $(أ - ب)^٢ = ...$ (المنوفية ٢٠٢٣)

٢ إذا كان $(أ + ب)^٢ = ١٦$ ، $أ^٢ + ب^٢ = ٨$ فإن $أ ب = ...$ (البحيرة ٢٠١٨)

٣ إذا كان $(س + ص)^٢ = ٣٦$ ، $س ص = ٥$ فإن $س^٢ + ص^٢ = ...$ (الإسماعيلية ٢٠٢٣)

٤ إذا كان $(س + ص)^٢ = ٦٤$ ، $س^٢ + ص^٢ = ١٤$ فإن $\sqrt{س ص} = ...$ (القاهرة ٢٠٢٣)

٥ إذا كان $أ + ب = ٧$ فإن $أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢ = ...$ (المنيا ٢٠٢٣)

٦ $(٥أ + ...)^٢ = ... + ٣٠أ + ...$ (السويس ٢٠١٨)

٧ $٢٥ ك^٢ - ٦٠ ك + ... = (. ..... - ٦)^٢$

٨ إذا كان تحليل المقدار $٩ س^٢ + ٣٠ س + ك = (٣س + ٥)^٢$ فإن $ك = ...$

٩ إذا كان $٣أ^٢ + ٣ب^٢ = ٣٦$ ، $٢ أ ب = ١١$ فإن $(أ - ب)^٢ = ...$

١٠ إذا كان $(٢س - ٧)$ أحد عامل المقدار $٤ س^٢ - ٢٨ س + ٤٩$ فإن العامل الآخر هو .....

---

٥ حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا كاملًا:

١ $١٦ س^٢ - ٤٠ س + ٢٥$

٢ $٥٠ س^٢ - ٢٠ س + ٢$

٣ $١٢١ س^٢ + ٢٢ س + ١$

٤ $٤ س^٢ - ٢٠ س ص + ٢٥ ص^٢$ (الجيزة ٢٠٢٣)

٥ $١٠٠ س^٢ + ١٨٠ س + ٨١$

٦ $١ - ١٠ أ^٢ + ٢٥ أ^٤$

٧ $\frac{١}{١٦} أ^٢ + \frac{١}{١٠} أ + \frac{١}{٢٥}$

٨ $٩ أ^٢ + ٤ ب (٤ ب - ٦ أ)$

٩ $٢٥ س^٢ + ٧ ص (٧ص - ١٠ س)$

١٠ $\frac{١}{٣٦} س^٢ - \frac{١}{٦} س + ٠,٢٥$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

١١ $٢ س^٣ - ٢٠ س^٢ + ٥٠ س$ (الغربية ٢٠١٨)

١٢ $٤٠ أ^٢ ب - ٥٠ أ^٤ - ٨ ب^٢$

٦ أوجد قيمة (ك) التى تجعل كلًا من المقادير الآتية مربعًا كاملًا ثم حلل المقدار:

١ $س^٢ - ك س + ١$

٢ $١٦ س^٢ - ك س + ٢٥$ (الإسماعيلية ٢٠١٩)

٣ $ك ص^٢ - ٦ ص + ٩$

٤ $أ^٢ - ١٤ أ + ك^٢$

٥ $٣٦ س^٢ + ٦٠ س + ك^٢$

٦ $ك أ^٢ + ٢٢ أ + ١٢١$

---

٧ إذا كان $س + \frac{١}{س} = ٥$ حيث $س \neq$ صفر فأوجد قيمة $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$ (الشرقية ٢٠٢١)

---

٨ مربع مساحته: $(س^٢ + ١٨ س + ك)$ سم^٢ وطول ضلعه عدد نسبى أوجد:

١ قيمة ك

٢ طول ضلع المربع بدلالة س

٣ محيط المربع عندما: س = ٥

ثالثًا استخدام تحليل (المقدار الثلاثى المربع الكامل) لتسهيل بعض العمليات الحسابية:

٩ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل مما يأتى:

١ $(١٥)^٢ - ٢ \times ١٥ \times ١٣ + (١٣)^٢$

٢ $(٦)^٢ + ٢ \times ٦ \times ٤ + (٤)^٢$ (القاهرة ٢٠١٩)

٣ $(٣٢)^٢ + ٢ \times ٣٢ \times ٦٨ + (٦٨)^٢$

٤ $٣٦ + ٢ \times ٦ \times ٥ + ٢٥$

٥ $(٥٠)^٢ - ٢ \times ٥٠ \times ٤٠ + (٤٠)^٢$

٦ $(٩٩)^٢ - ٢ \times ٩٩ \times ٩٨ + (٩٨)^٢$ (الجيزة ٢٠١٩)

٧ $(٩٧)^٢ + ٦ \times ٩٧ + ٩$

٨ $(١٢,٧)^٢ - ١,٤ \times ١٢,٧ + (٠,٧)^٢$ (قنا ٢٠١٩)

٩ $(٨,٣)^٢ + ٢ \times ٨,٣ \times ١,٧ + (١,٧)^٢$

١٠ $(٩٩)^٢ + ٢ \times ٩٩ + ١$ (الغربية ٢٠١٧)

١١ $٢٥ - ٢ \times ٤٥ + ٨١$ (السويس ٢٠١٨)

١٢ $٩ - ١٠ \times ٣ + ٢٥$

تحد نفسك

١٠ إذا كان $س^٢ + \frac{١}{س^٢} = ١١$ فأوجد قيمة: $س - \frac{١}{س}$

---

١١ استخدم تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل لإيجاد ناتج: $٢٥٦ + ٢ \times ٤٨ + (٣)^٢$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٢)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ أكمل الحد الناقص فى كل مما يأتى ليصبح كل من المقادير الآتية مربعًا كاملًا:

(أ) $٤س^{٢}$ ..... + ١ (ب) $أ^{٢}$ − ٦أ ب + ...

(جـ) ..... − ١٨ $ص^{٢}$ + ٨١ (د) $\frac{١}{٢٥}س^{٢}$ ..... + $\frac{١}{٤}ص^{٢}$

(هـ) ٢٥$م^{٢}$ + ٢٠م ن ..... (و) $ع^{٤}$ ..... + ٤٩$ل^{٢}$

---

٢ حدد: أى المقادير الآتية مربع كامل؟ ثم حلل المقدار إذا كان مربعًا كاملًا:

(أ) $س^{٢}$ − ١٢س + ٣٦ (ب) ٢٥$س^{٢}$ − ١٥س + ٩

(جـ) $م^{٢}$ − ٦م − ٩ (د) ٤$أ^{٢}$ + ١٤أ ب + ٤٩$ب^{٢}$

(هـ) ٠,٠١$س^{٢}$ − ٠,٢س + ١ (و) $\frac{١}{٤}ص^{٢}$ − ص + ٤

---

٣ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار $س^{٢}$ + ١٤س + ب مربعًا كاملًا فإن ب = ... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٢ إذا كان $(س + ص)^{٢}$ = ٦٤، س ص = ١٥ فإن $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ...

(أ) ٨ (ب) ٣٤ (جـ) −٣٤ (د) ٤٩

٣ إذا كان $أ^{٢}$ + $ب^{٢}$ = ١١ ، أ ب = ٥ فإن أ − ب = ... (المنوفية ٢٠٢٢)

(أ) ٦أ (ب) −١ (جـ) ±١ (د) ١

٤ $(٩٩)^{٢}$ + ٢ (٩٩) + ١ = ...

(أ) ١٠٠ (ب) ١٠٠٠٠ (جـ) ٤١٠ (د) $(٩٨)^{٢}$

٥ إذا كان $أ^{٢}$ + ٢ أ ب + $ب^{٢}$ = ٢٥ فإن أ + ب = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ±٥ (د) ١٢,٥

٦ إذا كان $س^{٢}$ + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا ، فإن ك = ... (دمياط ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ±١٠ (د) ±٥

٤ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $م^{٢} - ٢م + ١$

(ب) $٩س^{٢} + ١٢س + ٤$

(جـ) $٣٦ - ٦٠ك + ٢٥ك^{٢}$

(د) $٤س^{٢} - ٤ س ص + ص^{٢}$

(هـ) $٩أ^{٢} + ٦أ ب + ب^{٢}$ (بورسعيد ٢٠١٩)

(و) $٢٥ب^{٢} - ١٠ب + ١$

---

٥ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $١٨ص^{٢} - ١٢ص + ٢$

(ب) $٢٤س + ٢٤س^{٢} + ٦س^{٣}$

(جـ) $٦أ^{٤} - ١٢أ^{٢}ب^{٢} + ٦ب^{٤}$

(د) $٤ب^{٢}حـ + ب حـ^{٢} + ٤ب^{٣}$

(هـ) $٣ع + ٤٢ع^{٤} + ١٤٧ع^{٧}$

(و) $٢٠أص^{٢} - ٦٠أص + ٤٥أ$

---

٦ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من:

(أ) $(٢٠,٧)^{٢} - ١,٤ \times ٢٠,٧ + (٠,٧)^{٢}$

(ب) $(٩٩٧)^{٢} + ٦ \times ٩٩٧ + ٩$

(جـ) $(٥٧٤)^{٢} - ٢ \times ٥٧٤ \times ٥٧٣ + (٥٧٣)^{٢}$

مجاب عنها في ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار س^{٢} + أ س + ٣٦ مربعًا كاملًا فإن أ = ... (مرماج ٢٠٢٢)

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

٢ إذا كان ١ + ١٨ س + ك^{٢} س^{٢} مربعًا كاملًا ك = ... (السويس ٢٠١٩)

(أ) ٣ (ب) ± ٣ (جـ) ٨١ (د) ٩

٣ إذا كان أ^{٢} + ب^{٢} = ١٥ ، ٢أ ب = ١٠ فإن أ + ب = ... (الغربية ٢٠١٨)

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ± ٥ (د) ٢٥

٤ إذا كان (أ − ب)^{٢} = ٣٥ ، أ^{٢} + ب^{٢} = ١٥ فإن ٣أ ب = ... (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) −١٠ (ب) ١٠ (جـ) −٣٠ (د) ٣٠

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان: ٤ ص^{٢} + أ ص + ٨١ مربعًا كاملًا فإن أ = ... (الفيوم ٢٠٢٣)

٢ المقدار س^{٢} + ٢ س + م يكون مربعًا كاملًا عندما م = ... (الغربية ٢٠٢٣)

٣ إذا كان (س − ٥) أحد عاملي المقدار س^{٢} − ١٠ س + ٢٥

فإن العامل الآخر هو ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

٤ إذا كان ل^{٢} + م^{٢} = ٩ ، ل م = ٣ فإن (ل + م)^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٣ ١ حلل كلًا مما يأتي:

(أ) ٦٤ س^{٢} + ١١٢ س + ٤٩ (بورسعيد ٢٠٢٢) (ب) س^{٢} + ٤ س ص + ٤ ص^{٢} (الشرقية ٢٠١٩)

(جـ) ١٦ س^{٤} − ٢٤ س^{٢} + ٩ (الدقهلية ٢٠١٩) (د) ٢ س^{٣} − ٢٠ س^{٢} + ٥٠ س (الغربية ٢٠١٨)

٢ استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة:

(٣,٧)^{٢} + ٢ × ٣,٧ × ٧,٢ + (٧,٢)^{٢} (السويس ٢٠٢٢)

تابع مستواك

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
كرر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر		

الدرس ٢

تحليل الفرق بين مربعين

تذكر وفكر:

نعلم أن حاصل ضرب (س + ص) (س − ص) = س^{٢} − ص^{٢} (بمجرد النظر)

والمقدار الجبرى الناتج س^{٢} − ص^{٢} يسمى **الفرق بين مربعين**

(ويكون مجموع الكميتين) × (الفرق بين هاتين الكميتين) = **الفرق بين مربعى هاتين الكميتين**

حيث (س + ص) **مجموع الكميتين** ، (س − ص) **الفرق بينهما**

فمثلًا: (٥س + ٣ص) (٥س − ٣ص) = ٢٥ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

$(\frac{٣}{٥}أ + \frac{١}{٢}ب)(\frac{٣}{٥}أ - \frac{١}{٢}ب) = (\frac{٣}{٥}أ)^{٢} - (\frac{١}{٢}ب)^{٢} = \frac{٩}{٢٥}أ^{٢} - \frac{١}{٤}ب^{٢}$

أولًا: تحليل الفرق بين مربعين

تحليل المقدار: س^{٢} − ص^{٢} = (س + ص) (س − ص)

أى إن: تحليل الفرق بين مربعى كميتين = مجموع الكميتين × الفرق بينهما

مثال ١

حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ س^{٢} − ١٦ ٢ ٢٥س^{٢} − ٩ص^{٢} ٣ $\frac{١}{٣}$س^{٢} − ٣ ٤ $\frac{٩}{٢٥}$م^{٢} − $\frac{٤}{٤٩}$

الحل

١ س^{٢} − ١٦ = (س + ٤) (س − ٤) ٢ ٢٥س^{٢} − ٩ص^{٢} = (٥س + ٣ص) (٥س − ٣ص)

٣ $\frac{١}{٣}$س^{٢} − ٣ = $\frac{١}{٣}$(س^{٢} − ٩) = $\frac{١}{٣}$(س − ٣) (س + ٣)

٤ $\frac{٩}{٢٥}$م^{٢} − $\frac{٤}{٤٩}$ = ($\frac{٣}{٥}$م + $\frac{٢}{٧}$) ($\frac{٣}{٥}$م − $\frac{٢}{٧}$)

سؤال ١

حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ ٦٢٥أ^{٢} − ٨١ ب^{٢} ٢ س^{٢} − $\frac{١}{٩}$ ٣ $\frac{١}{٢}$س^{٢} − ٢

مثال ٢

حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا كاملًا:

١ $٤س^٣ - ٩س$ ٢ $٧٥س^٢ - ٤٨$ ٣ $٩س^٤ - ١٣س^٢ + ٤$

الحل

١ $٤س^٣ - ٩س = س(٤س^٢ - ٩)$ بأخذ س عاملًا مشتركًا

$= س(٢س - ٣)(٢س + ٣)$

٢ $٧٥س^٢ - ٤٨ = ٣(٢٥س^٢ - ١٦)$ بأخذ ٣ عاملًا مشتركًا

$= ٣(٥س - ٤)(٥س + ٤)$

٣ $٩س^٤ - ١٣س^٢ + ٤ = (٩س^٢ - ٤)(س^٢ - ١) = (٣س - ٢)(٣س + ٢)(س - ١)(س + ١)$

مثال ٣

حلل كلًّا مما يأتي:

١ $٢٥أ^٢(٢أ - ب) - ١٦(٢أ - ب)$ ٢ $(س + ص)^٢ - ٤$

٣ $(أ - ٢ب)(أ + ٢ب) - ٥ب^٢$ ٤ $س^٢(ص + ٥) - (ص + ٥)$

الحل

١ $٢٥أ^٢(٢أ - ب) - ١٦(٢أ - ب) = (٢أ - ب)(٢٥أ^٢ - ١٦)$ (بإخراج ع.م.أ)

$= (٢أ - ب)(٥أ - ٤)(٥أ + ٤)$

٢ $(س + ص)^٢ - ٤ = (س + ص + ٢)(س + ص - ٢)$

٣ $(أ - ٢ب)(أ + ٢ب) - ٥ب^٢ = أ^٢ - ٤ب^٢ - ٥ب^٢ = أ^٢ - ٩ب^٢$

$= (أ + ٣ب)(أ - ٣ب)$

٤ $س^٢(ص + ٥) - (ص + ٥) = (ص + ٥)(س^٢ - ١) = (ص + ٥)(س + ١)(س - ١)$

سؤال ٢

حلل تحليلًا كاملًا:

١ $س^٢(٢أ - ٣) - ٩(٢أ - ٣)$ ٢ $\frac{١}{٥}س^٣ - ٥س$ ٣ $(س + ١)^٢ - ٩$

ثانيًا استخدام تحليل الفرق بين مربعين فى تسهيل العمليات الحسابية

مثال ٤

أكمل يأتى:

١ إذا كان أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٤ فإن $أ^٢ - ب^٢$ = ...

٢ إذا كان $ص^٢ - س^٢$ = ١٥ ، س − ص = ٣ فإن س + ص = ...

الحل

١ ∵ $أ^٢ - ب^٢ = (أ - ب)(أ + ب)$

∴ $أ^٢ - ب^٢ = ٤ \times ٥ = ٢٠$

٢ ∵ $ص^٢ - س^٢ = ١٥$

∴ $س^٢ - ص^٢ = -١٥$

∴ (س − ص) (س + ص) = −١٥

∴ ٣ (س + ص) = −١٥ ∴ س + ص = −٥

مثال ٥

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى:

١ $(٦,٤)^٢ - (٣,٦)^٢$ ٢ $(٥٥)^٢ - (٤٥)^٢$ ٣ ٥٣ × ٤٧

الحل

١ $(٦,٤)^٢ - (٣,٦)^٢ = (٦,٤ + ٣,٦)(٦,٤ - ٣,٦) = ١٠ \times ٢,٨ = ٢٨$

٢ $(٥٥)^٢ - (٤٥)^٢ = (٥٥ + ٤٥)(٥٥ - ٤٥) = ١٠٠ \times ١٠ = ١٠٠٠$

٣ $٥٣ \times ٤٧ = (٥٠ + ٣)(٥٠ - ٣) = (٥٠)^٢ - (٣)^٢ = ٢٥٠٠ - ٩ = ٢٤٩١$

سؤال ٣

١ أكمل يأتى:

(أ) إذا كان س − ص = ٣ ، س + ص = ٧ فإن $س^٢ - ص^٢$ = ...

(ب) إذا كان $أ^٢ - ب^٢ = \frac{٥}{٢}$ ، أ + ب = ٥ فإن ٢ أ − ٢ ب = ...

٢ باستخدام التحليل أوجد قيمة كلٍّ مما يأتى:

(أ) $(٦,٢٥)^٢ - (٣,٧٥)^٢$ (ب) ٩٩ × ١٠١

أولًا تحليل الفرق بين مربعين:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان س^{٢} + ك س − ٦٤ = (س − ٨) (س + ٨) فإن: ك = ... (الغربية ٢٠١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٨

٢ إذا كان س^{٢} − أ = (س − ٥) (س + ٥) فإن: أ = ... (المنيا ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

٣ إذا كان أ^{٢} − ب^{٢} = ٢٧ ، أ + ب = ٩ فإن: أ − ب = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٢٧

٤ مستطيل مساحته (٢٥س^{٢} − ٣٦ص^{٢}) سم^{٢}، فإذا كان (٥س−٦ص) سم هو أحد بعديه فإن: البعد الآخر هو ..... سم. (الشرقية ٢٠١٨)

(أ) س+ص (ب) ٥س+٦ص (جـ) ٢٠س+٣٠ص (د) ٥س−٦ص

٢ أكمل كلًّا مما يأتي:

١ (٥س + ...) (..... − ٣ص) = ٢٥س^{٢} − ٩ص^{٢}

٢ (٧أ + ٦ب) (..... − .....) = ٤٩أ^{٢} − ٣٦ب^{٢}

٣ إذا كان س + ص = ٩ ، س − ص = ١٠ فإن: س^{٢} − ص^{٢} = ... (الإسماعيلية ٢٠٢٣)

٤ إذا كان س^{٢} − ص^{٢} = ٢١ ، س + ص = ١٠ فإن: ص − س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

٥ إذا كان ٣(س − ص) (س + ص) = ٧٥ فإن: س^{٢} − ص^{٢} = ... (أسيوط ٢٠١٧)

٦ إذا كان ٥س^{٢} − ٥ص^{٢} = ١٠٠ ، س − ص = ٤ فإن: س + ص = ...

٧ إذا كان ٤س^{٢} − ٤ص^{٢} = ٤٨ ، ٢س + ٢ص = ٨ فإن: س − ص = ... (المنيا ٢٠١٨)

٣ حلل المقادير الآتية تحليلًا تامًّا:

١ س^{٢} − ٦٤ (الجيزة ٢٠٢٣)

٢ ٤٩س^{٢} − ٢٥ (دمياط ٢٠١٨)

٣ ٨١س^{٢} − ١٠٠ (القاهرة ٢٠٢٣)

٤ ١٠٠س^{٢} − ١

٥ ٦٤ − ص^{٢}

٦ ٢٢٥س^{٢} − ٤ص^{٢}

٧ س^{٢} − $\frac{١}{١٦}$

٨ ٠,٢٥س^{٢} − ٠,١٦

٩ $س^٣ص - س ص^٣$ ١٠ $٣س^٢ - ٤٨ ص^٢$ (الغربية ٢٠٢٣)

١١ $\frac{١}{٣} ص^٢ - ٣$ ١٢ $(٢ص - ٣)^٢ - ١$

١٣ $٢٧ م^٣ - ٤٨ م ن^٢$ ١٤ $(س + ص)^٢ - (س - ص)^٢$

ثانيًا استخدام تحليل الفرق بين مربعين فى تسهيل العمليات الحسابية:

٤ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $(٤٩)^٢ - ١ =$ .....

(أ) ٤٩٠٠ (ب) ٢٤٠٠ (جـ) ٢٤٩٠ (د) ٢٥٠٠

٢ إذا كان $(١٧)^٢ - (١٥)^٢ = ٤س$ فإن س = ... (الإسكندرية ٢٠٢٣)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٢ (جـ) ١٦ (د) ٨

٣ $(٢٥)^٢ - (١٥)^٢ = ١٠ \times$ ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ١٠ (ب) ١٧ (جـ) ٤٠ (د) ٢٥

٤ إذا كان $(٩٩)^٢ - ٤٩ ص = ١$ فإن ص = ... (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ١٠٠ (ب) ٩٩ (جـ) ٤٩ (د) ٢٠٠

٥ استخدم التحليل لحساب قيمة كلٍّ مما يأتى:

١ $(٦٦)^٢ - (٣٤)^٢$ ٢ $(١١٢)^٢ - (١٢)^٢$

٣ $(٩٩)^٢ - ١$ ٤ $(٣٥)^٢ - ٢٥$

٥ $(٨,٥٥)^٢ - (١,٤٥)^٢$ ٦ ٢٧×٣٣

٧ ٤٩×٥١ ٨ ٧٢×٦٨

٩ ٩٩٧×١٠٠٣ ١٠ ١٠٥×٩٥

تحد نفسك

٦ إذا كان: $٨١ س^٤ - ١٦ ص^٤ = ٨٠$ ، وكان $٩ س^٢ + ٤ ص^٢ = ١٠$ ، $٣ س - ٢ ص = ٤$

فأوجد قيمة: (٣س + ٢ ص)

٧ إذا كان $(٣٩)^٢ = ٤٠ س + ١$ فأوجد قيمة: س

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٣)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ حلل كلًّا من المقادير الآتية إن أمكن ذلك:

(أ) $س^٢ - ٤$ (القاهرة ٢٠٢٢) (ب) $٩ - ص^٢$ (جـ) $-٩س^٢ + ٢٥$ (القاهرة ٢٠٢٢)

(د) $٨ س^٢ - ٥٠$ (هـ) $أ^٢ - ب^٢ حـ^٤$ (و) $٢٢٥ س^٢ - ص^٢$

(ز) $(س+١)^٢ - (س-١)^٢$ (ح) $٩(م-١)^٢ - ٢٥(م+١)^٢$ (ط) $س^{١٠٠} - ١$

---

٢ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من:

(أ) $(٧٧)^٢ - (٢٣)^٢$ (بنى سويف ٢٠٢٣) (ب) $(٨,٢٧)^٢ - (١,٢٣)^٢$

(جـ) ٣١×٢٩

(د) طول ضلع القائمة فى المثلث القائم الزاوية الذى طول وتره ٤١ سم، وطول ضلع القائمة الآخر ٤٠ سم.

---

٣ إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س + ص = ١٠$ فأوجد قيمة $س - ص$

---

٤ إذا كان $ل - م = ٩$ ، $ل + م = ١٥$ فأوجد قيمة $ل^٢ - م^٢$

---

٥ إذا كان $٤ س^٢ - ص^٢ = -٣٢$ ، $٢ س + ص = ٨$ فاحسب قيمة $ص - ٢ س$

---

٦ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $(س + ص + ٥)^٢ - (س - ص - ٥)^٢$

(ب) $(أ + ب + حـ)^٢ - (أ - ب - حـ)^٢$

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان س − ص = ٤ ، س + ص = ٧ ، فإن قيمة $س^٢ - ص^٢$ = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ٢٨ (ب) ١٢ (جـ) ٣ (د) ٦٥

٢ إذا كان س − ص = ٣ ، $س^٢ - ص^٢$ = ٢١ فإن س + ص = ... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) ١٨ (ب) ٧ (جـ) −٧ (د) ٦٣

٣ $س^٢ + أ$ = (س − ٣) (س + ٣) فإن أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) −٩ (د) ٤

٤ إذا كان $أ^٢ - ب^٢$ = ٣٦ ، أ − ب = ٤ فإن $\sqrt{أ + ب}$ = ... (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) ٩ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١٢

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان $أ^٢ - ب^٢$ = ٥ ، أ + ب = ٥ ، فإن ب − أ = ... (دمياط ٢٠٢٢)

٢ مستطيل مساحته ($س^٢ - ص^٢$) $سم^٢$ فإذا كان طوله (س+ص) سم فإن عرضه = ... سم. (القاهرة ٢٠١٧)

٣ (س − ٣) (..... + ٣) = $س^٢$ − ..... (القاهرة ٢٠١٩)

٤ إذا كان (س − ٢) أحد عامل المقدار $س^٢$ − ٤ فإن العامل الآخر هو ..... (أسيوط ٢٠٢٢)

---

٣ ١ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

(أ) ٥ $س^٢$ − ٤٥ (أسيوط ٢٠٢٢) (ب) $س^٢$ + س − ١٢ (القاهرة ٢٠٢٢)

(جـ) ٢$س^٢$ − $\frac{١}{٢}$ (القاهرة ٢٠١٩) (د) ٤$س^٤$ − ١٣ $س^٢$ + ٩ (دمياط ٢٠٢٢)

٢ استخدم التحليل لتسهيل حساب:

(أ) ٩٨ × ١٠٢ (الدقهلية ٢٠٢٢)

(ب) ٢ $(٢٦,١٨)^٢$ − ٢ × $(٢٢,٨٢)^٢$ (الشرقية ٢٠١٩)

تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
[illegible]	حل تدريبات أخرى	[illegible]	[illegible]

الدرس ٤ ذاكر

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

تذكر وفكر:

- **العدد المكعب الكامل:** هو العدد الذى يمكن كتابته على صورة (عدد نسبى)^{٣}

تعلم أن: (س + ص)(س^{٢} − س ص + ص^{٢}) = س^{٣} − س^{٢}ص + س ص^{٢} + س^{٢}ص − س ص^{٢} + ص^{٣}

يكون الناتج = س^{٣} + ص^{٣} (ويسمى مجموع مكعبين)

ونعلم أن: (س − ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢}) = س^{٣} + س^{٢}ص + س ص^{٢} − س^{٢}ص − س ص^{٢} − ص^{٣}

يكون الناتج = س^{٣} − ص^{٣} (ويسمى الفرق بين المكعبين)

أولاً تحليل مجموع المكعبين

المقدار س^{٣} + ص^{٣} هو مجموع المكعبين س^{٣} ، ص^{٣}

ويتم تحليل المقدار س^{٣} + ص^{٣} كالآتى:

س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} − س ص + ص^{٢})

وتكون الإشارات: مثلها — عكسها — دائما موجبة

وهذا يعنى أن: (الحد الأول)^{٣} + (الحد الثانى)^{٣} = (الأول + الثانى) [(الأول)^{٢} − (الأول × الثانى) + (الثانى)^{٢}]

مثال ١

حلل كلًّا مما يأتى:

١ س^{٣} + ٨ ٢ ٣٤٣ س^{٣} + ٢٧ ٣ ٢ س^{٤} + ٢٥٠ س

الحل

١ س^{٣} + ٨ = (س)^{٣} + (٢)^{٣} = (س + ٢)(س^{٢} − ٢ س + ٤)

٢ ٣٤٣ س^{٣} + ٢٧ = (٧ س)^{٣} + (٣)^{٣} = (٧ س + ٣)(٤٩ س^{٢} − ٢١ س + ٩)

٣ ٢ س^{٤} + ٢٥٠ س = ٢ س (س^{٣} + ١٢٥) بإخراج (٢ س) عاملًا مشتركًا

= ٢ س (س + ٥)(س^{٢} − ٥ س + ٢٥)

ثانيًا تحليل الفرق بين المكعبين

المقدار $س^٣ - ص^٣$ هو الفرق بين المكعبين $س^٣$ ، $ص^٣$

ويتم تحليل $س^٣ - ص^٣$ كالآتي:

$$س^٣ - ص^٣ = (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$$

وتكون الإشارات: مثلها — عكسها — دائمًا موجبة

أي إن: $(\text{الحد الأول})^٣ - (\text{الحد الثاني})^٣ = (\text{الأول} - \text{الثاني})\left[(\text{الأول})^٢ + (\text{الأول} \times \text{الثاني}) + (\text{الثاني})^٢\right]$

مثال ٢

حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا:

١ $أ^٣ - ٢٧$ ٢ $٢١٦ س^٣ - ١$ ٣ $\frac{١}{٢} س^٤ - ٤ س$

الحل

١ $أ^٣ - ٢٧ = (أ)^٣ - (٣)^٣ = (أ - ٣)(أ^٢ + ٣أ + ٩)$

٢ $٢١٦ س^٣ - ١ = (٦ س - ١)(٣٦ س^٢ + ٦ س + ١)$

٣ $\frac{١}{٢} س^٤ - ٤ س = \frac{١}{٢} س (س^٣ - ٨) = \frac{١}{٢} س (س - ٢)(س^٢ + ٢ س + ٤)$

مثال ٣

متوازي أضلاع مساحته = $(م^٣ - ١٠٠٠)$ وحدة مربعة وكان طول قاعدته = $(م^٢ + ١٠ م + ١٠٠)$ وحدة طول، أوجد الارتفاع المناظر لهذه القاعدة بدلالة م حيث م > ١٠

الحل

∵ الارتفاع المناظر للقاعدة = $\frac{\text{مساحة متوازي الأضلاع}}{\text{طول القاعدة}} = \frac{م^٣ - ١٠٠٠}{(م^٢ + ١٠ م + ١٠٠)}$

$= \frac{(م - ١٠)\cancel{(م^٢ + ١٠ م + ١٠٠)}}{\cancel{(م^٢ + ١٠ م + ١٠٠)}}$

∴ الارتفاع المناظر للقاعدة = $(م - ١٠)$ وحدة طول

نقاط هامة

- إذا كان هناك مقدار يمكن تحليله كفرق بين مكعبين وكفرق بين مربعين فإنه يتم تحليله كفرق بين مربعين أولًا.
- المقدار الثلاثى الناتج من تحليل الفرق بين المكعبين أو مجموع المكعبين لا يحلل مرة أخرى.

مثال ٤

حلل كلًّا من المقادير الجبرية الآتية تحليلًا كاملًا:

١ $٦٤س^٦ - ص^٦$ ٢ $(أ - ٢ب)^٣ + ٨ب^٣$ ٣ $س^٦ - ٧س^٣ - ٨$

الحل

١ $٦٤س^٦ - ص^٦$ أولًا: نحلل الفرق بين مربعين

$= (٨س^٣ - ص^٣)(٨س^٣ + ص^٣)$ ثانيًا: نحلل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين

$= (٢س - ص)(٤س^٢ + ٢س ص + ص^٢)(٢س + ص)(٤س^٢ - ٢س ص + ص^٢)$

٢ $(أ - ٢ب)^٣ + ٨ب^٣ = [(أ - ٢ب) + ٢ب][(أ - ٢ب)^٢ - ٢ب(أ - ٢ب) + ٤ب^٢]$

$= (أ - \cancel{٢ب} + \cancel{٢ب})[أ^٢ - ٤أب + ٤ب^٢ - ٢أب + ٤ب^٢ + ٤ب^٢]$

$= أ(أ^٢ - ٦أب + ١٢ب^٢)$

٣ $س^٦ - ٧س^٣ - ٨ = (س^٣ - ٨)(س^٣ + ١)$

$= (س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)(س + ١)(س^٢ - س + ١)$

سؤال

١ حلل كلًّا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

(أ) $١٢٥أ^٣ + ٨ب^٦$ (ب) $س^٣ + ٣٤٣ص^٣$ (جـ) $س^٣ + \frac{١}{١٢٥}$

(د) $\frac{١}{٩}س^٣ - ٩$ (هـ) $٢س^٤ص - ١٦س ص^٤$ (و) $س^٦ + ٢٦س^٣ - ٢٧$

٢ أكمل ما يأتى:

(أ) إذا كان $س^٣ - ك^٣ = (س - ك)(س^٢ + ٣س + ك^٢)$ فإن: ك = ...

(ب) إذا كان $س^٣ + ص^٣ = ٢٤$ ، س + ص = ٣ فإن: $س^٢ - س ص + ص^٢$ = ...

(جـ) إذا كان س − ص = ٣ ، س ص = ١ فإن: $س^٣ - ص^٣$ = ...

٣ مستطيل مساحته تساوى $(س^٣ + ٨)$ وحدة مساحة (حيث س ≠ −٢) وكان عرض هذا المستطيل يساوى (س + ٢) وحدة طول . أوجد طول المستطيل.

أولًا تحليل مجموع المكعبين:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت: س + ص = ٣ ، س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ٥ فإن: س^{٣} + ص^{٣} = ...

(أ) −١٥ (ب) ١٥ (جـ) ٨ (د) ٧

٢ إذا كانت: س^{٣} + ص^{٣} = ٣٥ ، س + ص = ٥ فإن: س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ...

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ٤٠ (د) ١٧٥

٣ إذا كان: س^{٣} + ص^{٣} = ٢٧ ، س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ٩ فإن: س + ص = ...

(أ) ٣ (ب) ١٨ (جـ) ٣٦ (د) ٣٤٣

٤ إذا كان: ٨ س^{٣} + ٢٧ = (٢ س + ٣) (٤ س^{٢} + ك س + ٩) فإن: ك = ... (اليوم ٢٠٢٣)

(أ) −٣ (ب) ٣ (جـ) −٦ (د) ٦

٢ أكمل كلًّا مما يأتى:

١ س^{٣} + ... = (..... + ...) (..... − ٤ س + ١٦)

٢ ..... + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} − ٣ س + ...)

٣ إذا كانت: (س + ٥) أحد عاملى المقدار س^{٣} + ١٢٥ فإن العامل الآخر هو ..... (الدقهلية ٢٠٢٢)

٤ إذا كان: ٤ أ^{٢} − ٢ أ + ١ أحد عاملى المقدار ٨ أ^{٣} + ١ فإن العامل الآخر هو .....

٥ $\frac{١}{٨}$ س^{٣} + ١ = $\frac{١}{٨}$ (س + ٢) (..... − ..... + ...)

٣ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ س^{٣} + ٢٧ (القاهرة ٢٠٢٢) ٢ س^{٣} + ٨ ص^{٣} ٣ س^{٣} + ٧٢٩

٤ ١٢٥ + س^{٣} (بنى سويف ٢٠٢٣) ٥ ٨ س^{٣} + ١ (القاهرة ٢٠٢٢) ٦ ٢٧ س^{٣} + ٦٤ ص^{٣}

٧ $\frac{٨}{٢٧}$ س^{٣} + ١ ٨ (م − ٢ ن)^{٣} + ٨ ن^{٣} ٩ س^{٤} + س (البحيرة ٢٠٢٢)

١٠ ٤٠ أ^{٣} + ١٣٥ ب^{٣} ١١ (س + ع)^{٣} − س^{٣} ١٢ $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + ٩ (الدقهلية ٢٠٢٢)

٤ إذا كان: ك^{٢} − م^{٢} = ٥٠ ، ك − م = ٥ ، ك^{٢} − ك م + م^{٢} = ٧,٥ فأوجد قيمة م^{٣} + ك^{٣}

ثانيًا تحليل الفرق بين المكعبين:

٥ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت: س − ص = ٣، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧ فإن: س^{٣} − ص^{٣} = ... (القاهرة ٢٠١٩)

(أ) ٢ (ب) −٧ (جـ) ١٢ (د) ٢١

٢ إذا كانت: ص^{٣} − أ = (ص−٣) (ص^{٢} + ٣ص + ٩) فإن: أ = ... (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ٢ (ب) ٢١ (جـ) ٢٧ (د) −٢٧

٣ إذا كانت: س^{٣} − ١٢٥ = (س+ أ) (س^{٢} + ٥س + ٢٥) فإن: أ = ...

(أ) ١٢٠ (ب) ٥٢١ (جـ) ٥٢ (د) −٥

٤ إذا كانت: س^{٢} − ٢س ص + ص^{٢} = ٢٥ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧ فإن: س^{٣} − ص^{٣} = ...

(أ) ± ٣٥ (ب) ١٢ (جـ) ± ٥٢ (د) ٧

٥ إذا كان: (س^{٣} + أ) = (س − ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤) فإن: ٣أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٢٤ (د) −٢٤

٦ أكمل كلًّا مما يأتي:

١ س^{٣} − ١ = (س − .....) (..... + ... + ١) (القاهرة ٢٠١٧)

٢ ..... − ٢٧ = (س − ٣) (س^{٢} + ٣س + ...) (البحيرة ٢٠١٩)

٣ س^{٣} − ..... = (س − ٢) (..... + ٢س + ٤) (الإسكندرية ٢٠١٩)

٤ إذا كانت: س^{٣} − ص^{٣} = ١٢ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٤ فإن: س − ص = ... (كفر الشيخ ٢٠١٩)

٥ إذا كانت: س^{٣} − م^{٣} = (س − م) (س^{٢} + ٥س + م^{٢}) فإن: م = ... (البحيرة ٢٠١٩)

٦ إذا كان: س + ١ = م ، س^{٣} + ١ = ن فإن: س^{٢} − س + ١ = ... (البحيرة ٢٠١٩)

٧ حلل ما يلي تحليلًا كاملًا:

١ س^{٣} − ١٢٥ (القاهرة ٢٠٢٢) ٢ ٢س^{٤} − ١٦س (بورسعيد ٢٠١٨) ٣ $\frac{١}{٣}$ ص^{٣} − ٩ (المنوفية ٢٠١٩)

٤ س^{٣} − ٦٤ (دمياط ٢٠١٨) ٥ س^{٥} − ٢٧س^{٢} ٦ أ^{٦} − ٦٤ب^{٦}

٧ س^{٦} − ٩س^{٣} + ٨ ٨ (أ + ب)^{٣} − ب^{٣} ٩ (س + ٢)^{٣} − ٨

تحد نفسك

٨ إذا كان: س + $\frac{١}{س}$ = ٢ فأوجد قيمة س^{٣} + $\frac{١}{س^{٣}}$

٩ إذا كان: س ص = ٢ ، س − ص = ١ فأوجد قيمة المقدار س^{٣} − ص^{٣}

١٠ إذا كان س = $\sqrt{٤}$ + $\sqrt{٢}$ + ١ فأوجد قيمة $\left(\frac{١}{س} + ١\right)^{٣}$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٤)

مجب عنها فى ملحق الإجابات

١ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

(أ) $\sqrt[3]{٨ س^{٣}}$ = ...

(ب) $\sqrt[3]{-١٢٥ أ^{٦}}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٢)

(جـ) $٢٧ م^{٣} = (.....)^{٣}$

(د) $٣٤٣ س^{٣} ص^{٦} = (.....)^{٣}$

(هـ) $س^{٣} - ١ = (س - ١)$ (..... + ... + ...) (القاهرة ٢٠٢٢)

(و) $٨ أ^{٣} + ١٢٥ =$ (..... + ...) ($٤ أ^{٢} - ١٠ أ$ + ...)

---

٢ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $س^{٣} + ٨$ (القاهرة ٢٠٢٢) (ب) $م^{٣} + ٦٤ ن^{٣}$ (جـ) $س^{٣} - ٧٢٩$

(د) $٨ - ١٠٠٠ ب^{٦}$ (هـ) $س^{١٢} + ص^{١٥}$ (و) $\frac{١}{٨} أ^{٣} - ٨ ب^{٣}$

---

٣ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $٥١٢ س^{٣} - ص^{٣}$ (ب) $٣٤٣ + ٢٧ م^{٣}$ (جـ) $١٦ أ^{٣} ب + ٦٨٦ ب^{٤}$

(د) $٥ س^{٤} - ٤٠ س$ (القاهرة ٢٠٢٢) (هـ) $(س + ٥)^{٣} - ١٢٥$ (و) $(م - ٢ ن)^{٣} - ٨ ن^{٣}$

---

٤ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $(س + ٥)^{٣} + (س - ٥)^{٣}$ (ب) $(س + ص)^{٣} + (س - ص)^{٣}$

(جـ) $(م - ن) + (م - ن)^{٤}$ (د) $س^{٦} - ٧ س^{٣} - ٨$

(هـ) $٠,٠٢٧ م^{٣} - ن^{٣}$ (و) $أ^{٦} - ١٥٦٢٥ ب^{٦}$

---

٥ إذا كان: $س^{٣} - ص^{٣} = ٢٨$ ، $س - ص = ٢$، فأوجد قيمة المقدار $س^{٢} + س ص + ص^{٢}$

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت س − ص = ٥ ، $س^٢$ + س ص + $ص^٢$ = ٧ ، فإن: $س^٣$ − $ص^٣$ = ... (القاهرة ٢٠١٩)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٣٥

٢ (س + ١) ($س^٢$ − س + ١) = ... (القاهرة ٢٠١٩)

(أ) $س^٣$ − ١ (ب) $(س + ١)^٣$ (جـ) $(س − ١)^٣$ (د) $س^٣$ + ١

٣ إذا كان $س^٣$ + ٢٧ = (س + ٣) ($س^٢$ + ك + ٩) ، فإن: ك = ... (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) −٦ س (ب) −٣ س (جـ) ٣ س (د) ٦ س

٤ الحد الناقص فى المقدار: ٩ $س^٢$ + ... + ١٦ $ص^٢$ ليكون مربعًا كاملًا هو ..... (المنوفية ٢٠٢٣)

(أ) ١٢ س ص (ب) ٢٤ $س^٢ص^٢$ (جـ) ٢٤ س ص (د) ١٢ $س^٢ص^٢$

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان س + ص = ٣ ، $س^٢$ − س ص + $ص^٢$ = ٥ فإن: $س^٣$ + $ص^٣$ = ... (دمياط ٢٠٢٢)

٢ إذا كان $س^٣$ − $ص^٣$ = ٢١ ، $س^٢$ + س ص + $ص^٢$ = ٧ ، فإن: س − ص = ... (القاهرة ٢٠٢٢)

٣ $س^٢$ + س − ٦ = (س + ٣) (س − .....) (القاهرة ٢٠١٩)

٤ أبسط صورة للمقدار (س + ٣) ($س^٢$ − ٣س + ٩) − $س^٣$ = ... (البحيرة ٢٠٢٢)

---

٣ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^٣$ + ٦٤ (القاهرة ٢٠٢٢)

٢ ٨$س^٣$ − ١٢٥ (دمياط ٢٠٢٣)

٣ ٢ $س^٤$ − ١٦ س (بورسعيد ٢٠١٨)

٤ ٨ $أ^٣$ + ٢٧ (القليوبية ٢٠٢٢)

٥ ٤ $س^٢$ + ٥ س − ٦ (الفيوم ٢٠٢٢)

٦ ٢ $س^٢$ − ٨ (الغربية ٢٠٢٣)

تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
كرر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	[illegible]	[illegible]

الدرس ٥ ذاكر

التحليل بالتقسيم

تذكر وفكر:

- العامل المشترك الأعلى لعددين: هو أكبر عدد يقسم كلًّا من العددين ويُرمز له بالرمز ع.م.أ

سبق أن درسنا التحليل بإخراج العامل المشترك، ومن أمثلة ذلك:

- ٥س + ٥ص = ٥ (س + ص) العامل المشترك الأعلى هو ٥
- ٣أ (س − ص) − ٢ب (س − ص) = (س − ص) (٣أ − ٢ب) العامل المشترك الأعلى هو (س − ص)

التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود بالتقسيم إلى (حدين، حدين) أو (ثلاثة حدود، حد) كما يلى:

أولًا تقسيم المقدار الجبرى العام تحليله إلى مقدارين كل واحد منهما يحتوى على حدين بينهما عامل مشترك

مثال ١

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ ٥س + ٥ص + س ع + ص ع

٢ أ س + ب ص + ب س + أ ص

الحل

١ ٥س + ٥ص + س ع + ص ع = (٥س + ٥ص) + (س ع + ص ع) تقسيم المقدار إلى مقدارين

= ٥ (س + ص) + ع (س + ص) أخرجنا ع.م.أ من كل من المقدارين

= (س + ص) (٥ + ع) أخرجنا (س + ص) ع.م.أ

٢ أ س + ب ص + ب س + أ ص = (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص) تقسيم المقدار إلى مقدارين

= س (أ + ب) + ص (أ + ب) أخرجنا ع.م.أ من كل مقدار

= (أ + ب) (س + ص) أخرجنا (أ + ب) ع.م.أ للمقدارين

سؤال ١

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ أ س − ٧ أ + ٣ س − ٢١

٢ س^{٣} + س^{٢} + س + ١

نقاط هامة

- إن لم يكن هناك عامل مشترك بين المقدارين فسوف نعيد تقسيم المقدار الجبرى مرة أخرى إلى مقدارين آخرين.

مثال ٢

حلل: $س^٣ - ٣س^٢ - ٦س + ٨$

تذكر أن

$(ب - أ) = -(أ - ب)$

الحل

$س^٣ - ٣س^٢ - ٦س + ٨ = (س^٣ + ٨) + (-٣س^٢ - ٦س)$

$= (س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤) - ٣س(س + ٢)$

$= (س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤ - ٣س)$ بأخذ (س + ٢) عاملًا مشتركًا

$= (س + ٢)(س^٢ - ٥س + ٤)$

$= (س + ٢)(س - ١)(س - ٤)$ تحليل المقدار الثلاثى

مثال ٣

حلل كلًّا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

١ $ص^٣ - ص^٢ - ٩ص + ٩$ ٢ $س^٢ - ٤ص^٢ - ٥س + ١٠ص$ ٣ $٢أ^٢ - ٢ب + أب - ٤أ$

الحل

١ $ص^٣ - ص^٢ - ٩ص + ٩ = (ص^٣ - ص^٢) - (٩ص - ٩) = ص^٢(ص - ١) - ٩(ص - ١)$

$= (ص - ١)(ص^٢ - ٩) = (ص - ١)(ص - ٣)(ص + ٣)$

٢ $س^٢ - ٤ص^٢ - ٥س + ١٠ص = (س^٢ - ٤ص^٢) + (-٥س + ١٠ص)$

$= (س - ٢ص)(س + ٢ص) - ٥(س - ٢ص)$

$= (س - ٢ص)(س + ٢ص - ٥)$

٣ $٢أ^٢ - ٢ب + أب - ٤أ = (٢أ^٢ + أب) + (-٢ب - ٤أ) = أ(٢أ + ب) - ٢(٢أ + ب)$

$= (٢أ + ب)(أ - ٢)$

سؤال ٢

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ $ل م + ن س - ل س - ن م$ ٢ $س^٣ - س^٢ + ٩س - ٩$

٣ $أ^٢ - ٢٥ب^٢ - ٣أ + ١٥ب$

ثانيًا تفسيم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى مربع كامل، والحد الرابع فى صورة مربع كامل، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى كفرق بين مربعين

مثال ٤

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ $٤ س^٢ - ٢٥ + ٤ س ص + ص^٢$

٢ $١٦ س^٢ - أ^٢ + ٦ أ ب - ٩ ب^٢$

٣ $٩ س^٣ + ٢٤ س^٢ ص - ٤٩ س + ١٦ س ص^٢$

الحل

١ $٤ س^٢ - ٢٥ + ٤ س ص + ص^٢ = (٤ س^٢ + ٤ س ص + ص^٢) - ٢٥$

$= (٢ س + ص)^٢ - ٢٥$

$= (٢ س + ص - ٥)(٢ س + ص + ٥)$

٢ $١٦ س^٢ - أ^٢ + ٦ أ ب - ٩ ب^٢ = ١٦ س^٢ - (أ^٢ - ٦ أ ب + ٩ ب^٢)$

$= ١٦ س^٢ - (أ - ٣ ب)^٢$

$= [٤ س - (أ - ٣ ب)] [٤ س + (أ - ٣ ب)]$

$= (٤ س - أ + ٣ ب)(٤ س + أ - ٣ ب)$

٣ $٩ س^٣ + ٢٤ س^٢ ص - ٤٩ س + ١٦ س ص^٢$

$= س (٩ س^٢ + ٢٤ س ص - ٤٩ + ١٦ ص^٢)$

$= س [(٩ س^٢ + ٢٤ س ص + ١٦ ص^٢) - ٤٩]$

$= س [(٣ س + ٤ ص)^٢ - ٤٩]$

$= س (٣ س + ٤ ص - ٧)(٣ س + ٤ ص + ٧)$

سؤال ٣

حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ $١ - س^٢ - ٤ س ص - ٤ ص^٢$

٢ $٢٠ س^٣ - ١٠٠ س^٢ + ١٢٥ س - ٥ أ^٢ س$

الطريقة الأولى: [حدان بينهما عامل مشترك ± حدين بينهما عامل مشترك آخر]

١ أكمل ما يأتى:

١ المقدار أ (ب + ٥) + حـ(ب + ٥) = (ب + ٥) (.....) (التيا ٢٠١٨)

٢ إذا كان أ + ب = ٥، حـ + ء = ٤ فإن أ حـ + أ ء + ب حـ + ب ء = ... (الخبرة ٢٠١٩)

٣ إذا كان أ س + أ ص + ب س + ب ص = ٣٥، أ + ب = ٥ فإن س + ص = ...

٢ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ أ م + أ ن + م + ن

٢ حـ^{٢} + حـ هـ + حـ ء + ء هـ

٣ ٥ س − ٣٠ + أ س − ٦ أ

٤ ٢٥ س − ١٥ ص − ٥ أ س + ٣ أ ص

٥ ٤ س^{٢} + ٣ س ص + ١٢ س + ٩ ص

٦ س^{٣} − س^{٢} + ٢ س − ٢

٧ س^{٥} − ٣ س^{٢} + س^{٣} − ٣

٨ ٢ س ص − ١٠ س + ٣ ص − ١٥ (الخبرة ٢٠٢٣)

٩ س ص + ٣ ص + ٧ س + ٢١ (التجريبية ٢٠٢٣)

١٠ س^{٢} − ٥ س − ٩ ص^{٢} + ١٥ ص

١١ أ^{٣} + ب^{٣} − ٥ أ − ٥ ب

١٢ أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}

الطريقة الثانية: (مقدار ثلاثى مربع كامل) − (حد مربع كامل).

٣ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ أ^{٢} − ٢ أ ب + ب^{٢} − ١٦ (العربية ٢٠٢٣)

٢ س^{٢} + ٤ س + ٤ − ص^{٢}

٣ ١ − س^{٢} − ٤ س ص − ٤ ص^{٢}

٤ ٤ س^{٤} − ٩ س^{٢} + ٦ س − ١

تحد نفسك

٤ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ أ (أ + ٤ ب) + ٤ ب^{٢} − ٩

٢ ١٦ − س^{٢} + ١٠ س ص − ٢٥ ص^{٢}

٣ أ^{٢} (س − ٥) − ٧ أ (س − ٥) − ١٨ س + ٩٠

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٥)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ حلِّل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) أ س + ب س + أ ص + ب ص (القاهرة ٢٠٢٢)

(ب) ٥ل − ١٠م − أل + ٢أم

(جـ) أم − أ ن + م − ن (الدقهلية ٢٠٢٢)

(د) أ^{٣} + أ^{٢} + أ + ١

(هـ) س ص + ٥ ص + ٧س + ٣٥ (الفيوم ٢٠٢٣)

(و) س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٦ س − ١٨ (البحيرة ٢٠٢٢)

---

٢ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) ٣س ص − ٥ ع ل + ٥ ع س − ٣ص ل

(ب) ٨م ن − ٢م^{٢} + ١٢ ن ل − ٣ م ل

(جـ) أ ب + ٦م ن − ٢ ب م − ٣أ ن

(د) ٣أ س − أ − ٦ ب س + ٢ ب

(هـ) ٢س^{٢} ص − س ص^{٢} + ٢أ س − أ ص

(و) أ ب س^{٢} + ب س − أ س − ١

---

٣ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) س^{٢} − ٢س ع − ٢ س ص + ٤ ص ع

(ب) ٢أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} + أ ب

(جـ) أ^{٢} + ٦ أ ب + ٩ ب^{٢} − م^{٢}

(د) ٩ س^{٢} − ٤ أ^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص

(هـ) ١٢١ س^{٤} − ١٠٠ س^{٢} − ٢٠ س − ١

(و) ٤ م^{٤} − ٩ م^{٢} + ٦ م − ١

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ يكون المقدار س^{٢} + س − م قابلًا للتحليل إذا كانت م يساوى ..... (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

٢ إذا كان: ١٦ س^{٢} + ك س + ٨١ مربعًا كاملًا فإن: ك = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ± ٧٢ (ب) ± ١٢ (جـ) ± ١٨ (د) ± ٣٦

٣ إذا كان: س^{٢} + أ = (س − ٤) (س + ٤) فإن: أ = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) −١٦ (د) ١٦

٤ إذا كان: س^{٣} − أ = (س − ٥) (س^{٢} + ٥ س + ٢٥) فإن: أ = ... (أسوان ٢٠٢٢)

(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان: (س + ٢) (س + ٣) = س^{٢} + أ س + ٦ فإن: أ = ... (المنيا ٢٠٢٣)

٢ المقدار س^{٢} (س + ١) + (س + ١) = (.... .... + ...) (س + ١) (الدقهلية ٢٠٢٢)

٣ إذا كان: ع − ص = ٦ ، وكانت س (ع − ص) + ل (ع − ص) = ٢٤ ،

فإن: س + ل = ... (المنيا ٢٠٢٢)

٤ إذا كان: س^{٢} + ص^{٢} = ٥، س ص = ٢ فإن: (س − ص)^{٢} = ... (القليوبية ٢٠٢٣)

---

٣ ١ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

(أ) س ص − ٧ ص + ٣ س − ٢١ (الجيزة ٢٠٢٣)

(ب) ٣أ ب − ٥ أ + ٦ ب − ١٠ (بورسعيد ٢٠٢٢)

(جـ) س^{٢} − ص^{٢} + ٤ س + ٤ ص (الشرقية ٢٠٢١)

(د) س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} − ع^{٢} (الإسكندرية ٢٠٢٣)

٢ إذا كان: أ س − ب س + أ ص − ب ص = ١٢ ، وكان أ − ب = ٣ (الغربية ٢٠٢٢)

فأوجد (مبينًا خطوات الحل) القيمة العددية للمقدار س + ص

تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
[illegible]	حل تدريبات اختبر	[illegible]	[illegible]

الدرس ٦ ذاكر

التحليل بإكمال المربع

تذكر وفكر: سبق أن تعلمت:

المقدار الثلاثى المربع الكامل مثل $س^٢ \pm ٢ س ص + ص^٢$ يتميز بما يلى:

- الحد الأول: هو $(س^٢)$، مربع كامل موجب.
- الحد الثالث: $(ص^٢)$ مربع كامل موجب.
- الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}} = \pm ٢ س ص$ $\therefore س^٢ \pm ٢ س ص + ص^٢ = (س \pm ص)^٢$

التحليل بإكمال المربع

- توجد بعض المقادير ليست مربعات كاملة ولكن يمكننا إكمالها لتكون على صورة:

مقدار ثلاثى مربع كامل - مربع كامل

ثم نقوم بتحليله إلى فرق بين مربعين وهذه الطريقة تسمى طريقة إكمال المربع.

- المقادير التى نحتاج فى تحليلها إلى استخدام هذه الطريقة تشتمل على حدين على الأقل وكل منهما مربع كامل وأس الرمز فى كل من هذين الحدين (إن وجد) يساوى ٤ أو مضاعفاتها.

مثل: $٦٤ س^٤ + ص^٤$ ، $أ^٨ - ١٦$ ، $ب^٤ + ٤$

طريقة التحليل بإكمال المربع:

فمثلاً: المقدار $٤ س^٤ + ص^٤$ (لا يمكن تحليله ويحتوى على حدين مربعين كاملين)

١ نحسب الحد الأوسط الموجب بين الحدين اللذين لهما جذر تربيعى

الحد الأوسط $= ٢\sqrt{٤ س^٤} \times \sqrt{ص^٤} = ٢ \times ٢ س^٢ \times ص^٢ = ٤ س^٢ ص^٢$

٢ نضيف الحد الأوسط ومعكوسه الجمعى إلى المقدار المعطى

$\therefore ٤ س^٤ + ص^٤ = ٤ س^٤ + ص^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ - ٤ س^٢ ص^٢$

$= \underbrace{(٤ س^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ + ص^٤)}_{\text{مقدار ثلاثى مربع كامل}} - \underbrace{٤ س^٢ ص^٢}_{\text{مربع كامل}}$ (نعيد تقسيمه)

٣ نحلل المقدار الثلاثى المربع الكامل: $\therefore ٤ س^٤ + ص^٤ - (٢ س^٢ + ص^٢)^٢ - ٤ س^٢ ص^٢$

٤ نحلل المقدار الناتج إلى فرق بين مربعين:

$\therefore ٤ س^٤ + ص^٤ = (٢ س^٢ + ص^٢ + ٢ س ص)(٢ س^٢ + ص^٢ - ٢ س ص)$

مثال ٤

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

١ $٨١ أ^٤ + ٤ ب^٤$ ٢ $٦٢٥ ص^٨ + ٤ س^٨$

الحل

١ الحد الأوسط الموجب $= ٢ \times \sqrt{٨١ أ^٤} \times \sqrt{٤ ب^٤}$

$= ٢ \times ٩ أ^٢ \times ٢ ب^٢ = ٣٦ أ^٢ ب^٢$

نضيف $(٣٦ أ^٢ ب^٢)$ ومعكوسه الجمعي $(-٣٦ أ^٢ ب^٢)$ إلى المقدار المعطى

$\therefore ٨١ أ^٤ + ٤ ب^٤ = \underbrace{(٨١ أ^٤ + ٣٦ أ^٢ ب^٢ + ٤ ب^٤)}_{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \underbrace{٣٦ أ^٢ ب^٢}_{\text{مربع كامل}}$ إبدال ودمج

$= (٩ أ^٢ + ٢ ب^٢)^٢ - ٣٦ أ^٢ ب^٢$ فرق بين مربعين

$= (٩ أ^٢ + ٢ ب^٢ - ٦ أ ب)(٩ أ^٢ + ٢ ب^٢ + ٦ أ ب)$ تحليل فرق بين مربعين

٢ الحد الأوسط الموجب $= ٢ \times \sqrt{٦٢٥ ص^٨} \times \sqrt{٤ س^٨} = ٢ \times ٢٥ ص^٤ \times ٢ س^٤ = ١٠٠ ص^٤ س^٤$

نضيف $(١٠٠ ص^٤ س^٤)$ ومعكوسه الجمعي $(-١٠٠ ص^٤ س^٤)$ إلى المقدار المعطى

$\therefore ٦٢٥ ص^٨ + ٤ س^٨ = (٦٢٥ ص^٨ + ١٠٠ ص^٤ س^٤ + ٤ س^٨) - ١٠٠ ص^٤ س^٤$ إبدال ودمج

$= (٢٥ ص^٤ + ٢ س^٤)^٢ - ١٠٠ ص^٤ س^٤$ فرق بين مربعين

$\therefore ٦٢٥ ص^٨ + ٤ س^٨ = (٢٥ ص^٤ + ٢ س^٤ - ١٠ ص^٢ س^٢)(٢٥ ص^٤ + ٢ س^٤ + ١٠ ص^٢ س^٢)$

تحليل فرق بين مربعين

سؤال ١

حلل كلًّا مما يأتي:

١ $س^٤ + ٦٤$ ٢ $٤ س^٤ + ١$

مثال ٢

حلل كلًّا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

أ) $١٦ أ^{٤} - ٢٨ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤}$ ب) $٤ س^{٢} (٤ س^{٢} - ٧ ص^{٢}) + ص^{٤}$

الحل

١ الحد الأوسط الموجب $= ٢ \times \sqrt{١٦ أ^{٤}} \times \sqrt{٩ ب^{٤}} = ٢ \times ٤ أ^{٢} \times ٣ ب^{٢} = ٢٤ أ^{٢} ب^{٢}$

نضيف $(٢٤ أ^{٢} ب^{٢})$ ومعكوسه الجمعي إلى المقدار

$\therefore ١٦ أ^{٤} - ٢٨ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤} = ١٦ أ^{٤} - ٢٨ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤} - ٢٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٢٤ أ^{٢} ب^{٢}$

باستخدام خاصيتي الإبدال والدمج

$\therefore$ المقدار $= \underbrace{(١٦ أ^{٤} - ٢٤ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤})}_{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \underbrace{٤ أ^{٢} ب^{٢}}_{\text{مربع كامل}}$

$\therefore$ المقدار $= (٤ أ^{٢} - ٣ ب^{٢})^{٢} - ٤ أ^{٢} ب^{٢}$

$\therefore$ المقدار $= (٤ أ^{٢} - ٣ ب^{٢} - ٢ أ ب)(٤ أ^{٢} - ٣ ب^{٢} + ٢ أ ب)$ تحليل إلى فرق بين مربعين

٢ $٤ س^{٢} (٤ س^{٢} - ٧ ص^{٢}) + ص^{٤} = ١٦ س^{٤} - ٢٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}$ فك الأقواس أولًا

الحد الأوسط الموجب $= ٢ \times \sqrt{١٦ س^{٤}} \times \sqrt{ص^{٤}} = ٨ س^{٢} ص^{٢}$

نضيف $(٨ س^{٢} ص^{٢})$ ومعكوسه الجمعي إلى المقدار

$\therefore$ المقدار $= ١٦ س^{٤} - ٢٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} + ٨ س^{٢} ص^{٢} - ٨ س^{٢} ص^{٢}$

$\therefore$ المقدار $= \underbrace{(١٦ س^{٤} + ٨ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤})}_{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \underbrace{٣٦ س^{٢} ص^{٢}}_{\text{مربع كامل}}$

$= (٤ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} - ٣٦ س^{٢} ص^{٢}$

$\therefore$ المقدار $= (٤ س^{٢} + ص^{٢} - ٦ س ص)(٤ س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص)$ تحليل إلى فرق بين مربعين

مثال ٣

حلل كلًّا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

١ $س^٤ + ٩ س^٢ + ٨١$ ٢ $س^٨ - ١٦ ع^٨$ ٣ $م^٤ - ١١ م^٢ ن^٢ + ن^٤$

الحل

١ الحد الأوسط الموجب $= ٢ \times \sqrt{س^٤} \times \sqrt{٨١} = ١٨ س^٢$

بإضافة $(١٨ س^٢)$ ومعكوسه الجمعي إلى المقدار

$\therefore س^٤ + ٩ س^٢ + ٨١ = س^٤ + ٩ س^٢ + ٨١ + ١٨ س^٢ - ١٨ س^٢$

$= (س^٤ + ١٨ س^٢ + ٨١) - ٩ س^٢$

$= (س^٢ + ٩)^٢ - ٩ س^٢$

$= (س^٢ + ٩ - ٣ س)(س^٢ + ٩ + ٣ س)$

٢ $س^٨ - ١٦ ع^٨ = \underbrace{(س^٤ - ٤ ع^٤)}_{\text{فرق بين مربعين}} \underbrace{(س^٤ + ٤ ع^٤)}_{\text{إكمال مربع}}$

$س^٨ - ١٦ ع^٨ = (س^٢ + ٢ ع^٢)(س^٢ - ٢ ع^٢)\ [(س^٤ + ٤ س^٢ ع^٢ + ٤ ع^٤) - ٤ س^٢ ع^٢]$

$س^٨ - ١٦ ع^٨ = (س^٢ + ٢ ع^٢)(س^٢ - ٢ ع^٢)\ [(س^٢ + ٢ ع^٢)^٢ - ٤ س^٢ ع^٢]$

$\therefore س^٨ - ١٦ ع^٨ = (س^٢ + ٢ ع^٢)(س^٢ - ٢ ع^٢)(س^٢ + ٢ ع^٢ + ٢ س ع)(س^٢ + ٢ ع^٢ - ٢ س ع)$

٣ $م^٤ - ١١ م^٢ ن^٢ + ن^٤ = م^٤ - ١١ م^٢ ن^٢ + ن^٤ + ٢ م^٢ ن^٢ - ٢ م^٢ ن^٢$

$= (م^٤ - ٢ م^٢ ن^٢ + ن^٤) - ٩ م^٢ ن^٢$

$= (م^٢ - ن^٢)^٢ - ٩ م^٢ ن^٢$

$\therefore م^٢ - ١١ م^٢ ن^٢ + ن^٤ = (م^٢ - ن^٢ - ٣ م ن)(م^٢ - ن^٢ + ٣ م ن)$

سؤال ٢

حلل ما يأتي تحليلًا تامًّا:

❶ $٣ م^٤ + ٣ ن^٤ - ٥٤ م^٢ ن^٢$ ❷ $أ^٨ - ٢١ أ^٤ - ١٠٠$

التحليل بإكمال المربع

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ يمكن تحليل المقدار $أ^{٤} + ٦٤$ بإكمال المربع بإضافة الحد ..... ومعكوسه الجمعى إلى المقدار.

(أ) $أ^{٤}$ (ب) $١٦ أ^{٢}$ (جـ) $أ^{٢}$ (د) ١٦ (القاهرة ٢٠١٩)

٢ الحد الذى يجب إضافته هو ومعكوسه الجمعى معًا للمقدار: $س^{٤} + ٤ س^{٢} + ١٦$

ليمكن تحليله بإكمال المربع هو .....

(أ) $س^{٢}$ (ب) $١٦ س^{٢}$ (جـ) $٥ س^{٢}$ (د) $٤ س^{٢}$

٣ $س^{٤} + ٤ = (س^{٢} + ٢)^{٢} - .....$

(أ) $س^{٢}$ (ب) $٢ س^{٢}$ (جـ) $٤ س^{٢}$ (د) $٤ س^{٤}$ (الجيزة ٢٠١٩)

٤ الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى المربع الكامل = ... × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثانى}}$

(أ) ٣ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ± ٢

٢ حلل تحليلًا كاملًا:

١ $س^{٤} + ٤ ص^{٤}$ (الدقهلية ٢٠٢٢)

٢ $٨١ س^{٤} + ٤$

٣ $٢٠ س^{٤} + ٥ ص^{٤}$

٤ $س^{٤} + ٢٥٠٠ ص^{٤}$

٥ $٢ س^{٤} + ١٢٨ ص^{٤}$

٦ $١٢ س^{٤} + ٣ ص^{٤}$ (الجيزة ٢٠١٩)

٧ $٩ أ^{٤} - ١٣ أ^{٢} ب^{٢} + ٤ ب^{٤}$

٨ $س^{٤} + ص^{٤} - ١٨ س^{٢} ص^{٢}$

٩ $أ^{٤} - ١٣ أ^{٢} ب^{٢} + ٤ ب^{٤}$

١٠ $٩ س^{٤} - ٣ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}$

١١ $٢ م^{٤} + ٢ ن^{٤} - ٥٤ م^{٢} ن^{٢}$

١٢ $أ^{٤} + ٣ أ^{٢} ب^{٢} + ٤ ب^{٤}$

تحد نفسك

٣

١ $أ^{٨} - ١٢ أ^{٤} - ٦٤$

٢ $س^{٨} - ٥ س^{٤} ص^{٤} - ٣٦ ص^{٨}$

٤ إذا كانت قيمة المقدار $٤ أ^{٤} + ب^{٤} = ١٢$ وكان $٢ أ^{٢} + ب^{٢} + ٢ أ ب = ٤$

فأوجد قيمة: $٢ أ^{٢} + ب^{٢} - ٢ أ ب$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٦)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $٤ س^٤ + ص^٤$ (بنى سويف ٢٠٢٢)

(ب) $٦٤ م^٤ + ن^٤$ (الجيزة ٢٠١٨)

(جـ) $٤ س^٤ + ٦٢٥ ص^٤$ (القليوبية ٢٠١٧)

(د) $٨١ س^٤ + ٤ ع^٤$

(هـ) $أ^٤ + ٢٥٠٠ ب^٤$

(و) $٨ س^٤ ص^٢ + ١٦٢ ع^٤ ص^٢$

---

٢ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $س^٤ + س^٢ ص^٢ + ٢٥ ص^٤$ (المنوفية ٢٠١٨)

(ب) $أ^٤ + ٤ أ^٢ ب^٢ + ١٦ ب^٤$ (المنيا ٢٠١٨)

(جـ) $م^٤ - ١١ م^٢ ن^٢ + ن^٤$ (المنيا ٢٠١٨)

(د) $س^٤ + ٩ س^٢ + ٨١$

(هـ) $١٦ س^٤ - ٢٨ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤$ (كفر الشيخ ٢٠١٧)

(و) $٤ س^٤ + ٢٥ ص^٤ - ٢٩ س^٢ ص^٢$ (الدقهلية ٢٠١٨)

---

٣ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $٤ س^٢ (٤ س^٢ - ٧ ص^٢) + ص^٤$

(ب) $س^٢ (س^٢ - ١٩ ص^٢) + ٢٥ ص^٤$

(جـ) $٣ م^٤ + ٣ ن^٤ - ٥٤ م^٢ ن^٢$

(د) $٤ أ^٢ (أ^٢ - ٦ ب^٢) + ٩ ب^٤$

(هـ) $٩ س^٤ - ٢٥ س^٢ + ١٦$ (المنوفية ٢٠١٩)

(و) $س^٨ - ١٦ ص^٨$

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٩ ، س ص = ٥ ، فإن: س^{٤} + ص^{٤} = ...

(أ) ٤٥ (ب) ٣٥ (جـ) ٣١ (د) ٢٤ (الغربية ٢٠٢٢)

٢ يمكن تحليل المقدار أ^{٤} + ب^{٤} − ٣أ^{٢} ب^{٢} بإكمال المربع بإضافة الحد ..... ومعكوسه الجمعى.

(أ) أ^{٢} ب^{٢} (ب) ٢ أ^{٢} ب^{٢}

(جـ) ٣ أ^{٢} ب^{٢} (د) ٤ أ^{٢} ب^{٢} (الجيزة ٢٠٢٢)

٣ ٤ س^{٤} + ١ = (٢ س^{٢} + ١)^{٢} − ..... (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) ٤ س^{٢} (ب) −٤ س^{٤} (جـ) ٤ س^{٤} (د) س^{٢}

٤ إذا كان س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = ٤٩ فإن: س + ص = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) −٧ (ب) ٧ (جـ) ± ٧ (د) ٢٢,٥

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ (أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (.....+.....) (المنيا ٢٠٢٣)

٢ س^{٢} + ٤ س − ١٢ = (س − ٢) (.....) (القليوبية ٢٠٢٣)

٣ إذا كانت مساحة مستطيل = (س^{٣} + ١) سم^{٢} وطول أحد بعديه = (س + ١) سم،

فإن طول البعد الآخر = ... (حيث س ≠ −١) (القليوبية ٢٠٢٣)

٤ إذا كانت س + ص = ٧ ، س − ص = ٣ فإن س^{٢} − ص^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٣ ١ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

(أ) ٢ س^{٢} − ٥٠ ص^{٢} (القليوبية ٢٠٢٣) (ب) ٦٢٥ أ^{٨} + ٤ ب^{٨} (الشرقية ٢٠١٩)

(جـ) ٢ س^{٢} − س − ٢١ (المنيا ٢٠٢٣) (د) س^{٣} + ٨ (أسيوط ٢٠٢٣)

٢ (أ) أ^{٢} + ٤ أ ب + ٤ ب^{٢} − ٢٥ جـ^{٢} (السويس ٢٠٢١)

(ب) س^{٤} + ص^{٤} − ٧ س^{٢} ص^{٢} (الفيوم ٢٠٢٢)

الدرس ٧ ذاكر

حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريًا

تذكر وفكر: نعلم أن:

- المعادلة هي جملة رياضية تحتوي على متغير واحد (أو أكثر) وتتضمن علاقة التساوي (=)
- درجة المعادلة: هي أعلى درجة حد جبري تحتوي عليه المعادلة

فمثلًا: ٣س + ٥ = ٨ معادلة من الدرجة الأولى والمتغير هو س ،

٢س + ٣ص = ٧ معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين هما س ، ص ،

س^{٢} − ٥س = ٦ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد لأن أكبر أس للمتغير س هو ٢

- حل المعادلة: هو إيجاد قيم المتغير (المجهول) التي تحقق المعادلة وهذه القيم تسمى جذرًا للمعادلة.

أولًا: حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريًا:

تعريف

أي معادلة يمكن وضعها على الصورة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ ، أ ≠ ٠

هي معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد، وتسمى معادلة تربيعية.

من أمثلة المعادلة التربيعية في متغير واحد:

س^{٢} + ٥س − ٢٤ = ٠	معادلة تربيعية في س
٢ص^{٢} + ٣ص = ٠	معادلة تربيعية في ص
ب^{٢} − ٤ = ٠	معادلة تربيعية في ب

نقاط هامة ..

- إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين، وكان أ × ب = ٠، فإن أ = ٠ أو ب = ٠ (حقيقة)

فمثلًا: إذا كان: س (س − ١) = ٠

فإن: س = ٠ أو س − ١ = ٠

ومنها: س = ١

إذا كان: (س + ٣) (٢س − ٥) = ٠

فإن: س + ٣ = ٠ أو ٢س − ٥ = ٠

ومنها: س = −٣ أو س = $\frac{٥}{٢}$

مثال ١

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح:

١ $س^٢ - ٢س - ١٥ = ٠$ ٢ $٥س^٢ - ٤س - ١٢ = ٠$ ٣ $س^٢ = ٤س$

الحل

١ ∵ $س^٢ - ٢س - ١٥ = ٠$

∴ $(س - ٥)(س + ٣) = ٠$

∴ $س - ٥ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

∴ $س = ٥$ $س = -٣$

∴ مجموعة الحل = $\{٥ ، -٣\}$

ملحوظة

يمكن التأكد من الحل بالتعويض عن كل من قيمتى س فى المعادلة الأصلية.

٢ ∵ $٥س^٢ - ٤س - ١٢ = ٠$

∴ $(٥س + ٦)(س - ٢) = ٠$

$(٥س + ٦)$

$(س - ٢)$

$-١٠س + ٦س$

$= -٤س$ (الحد الأوسط)

∴ $٥س + ٦ = ٠$ أو $س - ٢ = ٠$

∴ $س = \frac{-٦}{٥}$ أو $س = ٢$

∴ مجموعة الحل = $\{\frac{-٦}{٥} ، ٢\}$

٣ ∵ $س^٢ = ٤س$

∴ $س^٢ - ٤س = ٠$ بأخذ س عاملًا مشتركًا

∴ $س(س - ٤) = ٠$

$س = ٠$ أو $س = ٤$

∴ مجموعة الحل = $\{٠ ، ٤\}$

سؤال ١

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

١ $س^٢ + ٥س + ٤ = ٠$ ٢ $س^٢ - ٤ = ٠$

٣ $٢س^٢ - ٦س - ٢٠ = ٠$ ٤ $١٥س^٢ - ١٩س + ٦ = ٠$

مثال ٢

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح:

١ $س^٢ + ٤ = ٤س$ ٢ $(س + ٣)^٢ = ١٦$ ٣ $س^٢ + ٩ = ٠$

الحل

١ ∵ $س^٢ + ٤ = ٤س$

∴ $س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$ (تحليل مقدار ثلاثى مربع كامل)

∴ $(س - ٢)^٢ = ٠$ ∴ $س - ٢ = ٠$

∴ $س = ٢$ ∴ مجموعة الحل = $\{٢\}$

٢ $(س + ٣)^٢ = ١٦ \Leftarrow |س + ٣| = ٤$

∴ $س + ٣ = ٤$ أو $س + ٣ = -٤$

∴ $س = ٤ - ٣$ أو $س = -٤ - ٣$

∴ $س = ١$ أو $س = -٧$

∴ مجموعة الحل = $\{-٧ ، ١\}$

٣ ∵ $س^٢ + ٩ = ٠$ ∴ $س^٢ = -٩$ (حيث إنه لا يوجد عدد حقيقى مربعه (-٩))

∴ مجموعة الحل = $\varnothing$

لاحظ أن المعادلة التربيعية يكون لها حلان (جذران) على الأكثر فى ح.

مثال ٣

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين فى ح:

١ $٤س^٣ = ٩س$ ٢ $س^٣ + ٥س^٢ - ٦س = ٠$

الحل

١ ∵ $٤س^٣ = ٩س$ ∴ $٤س^٣ - ٩س = ٠$

∴ $س(٤س^٢ - ٩) = ٠$

∴ $س(٢س - ٣)(٢س + ٣) = ٠$

∴ $س = ٠$ أو $س = \frac{٣}{٢}$ أو $س = \frac{-٣}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\left\{٠ ، \frac{٣}{٢} ، \frac{-٣}{٢}\right\}$

٢ ∵ $س^٣ + ٥س^٢ - ٦س = ٠$

∴ $س(س^٢ + ٥س - ٦) = ٠$

$س(س + ٦)(س - ١) = ٠$

∴ $س = ٠$ أو $س = -٦$ أو $س = ١$

∴ مجموعة الحل = $\{٠ ، -٦ ، ١\}$

لاحظ أن المعادلة التكعيبية (من الدرجة الثالثة) يكون لها ثلاثة حلول (جذور) على الأكثر فى ح

سؤال ٢

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح:

١ $٢س^٣ = ١٨س$ ٢ $س^٢ + ٦ = ٥س$ ٣ $س^٢ + ١ = ٠$

مثال ٤

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

١ (س − ٣) (س + ٤) = ٨ ٢ س + $\frac{٣}{س}$ = ٤ (س ≠ ٠) ٣ س^{٤} − ٥ س^{٢} + ٤ = ٠

الحل

١ (س − ٣) (س + ٤) = ٨

س (س + ٤) − ٣ (س + ٤) = ٨

س^{٢} + ٤ س − ٣س − ١٢ − ٨ = ٠

س^{٢} + س − ٢٠ = ٠

(س − ٤) (س + ٥) = ٠

س − ٤ = ٠ أو س + ٥ = ٠

س = ٤ س = −٥

∴ م.ح = {٤ ، −٥}

٢ س + $\frac{٣}{س}$ = ٤ حيث س ≠ ٠

بضرب طرفي المعادلة في س

س × س + $\frac{٣}{س}$ × س = ٤ × س

س^{٢} + ٣ = ٤ س

س^{٢} − ٤ س + ٣ = ٠

(س − ٣) (س − ١) = ٠

س − ٣ = ٠ أو س − ١ = ٠

س = ٣ س = ١

∴ م.ح = {٣ ، ١}

٣ س^{٤} − ٥ س^{٢} + ٤ = ٠

(س^{٢} − ٤) (س^{٢} − ١) = ٠

(س − ٢) (س + ٢) (س − ١) (س + ١) = ٠

س = ٢ أو س = −٢ أو س = ١ أو س = −١

∴ مجموعة الحل = {٢ ، −٢ ، ١ ، −١}

لاحظ أن

المعادلة من الدرجة الرابعة يكون لها أربعة حلول (جذور) على الأكثر في ح.

سؤال ٣

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في ح:

١ س (س − ١) = ٦ ٢ (س − ٣) (س + ٥) = ٢٠ ٣ $\frac{٤}{س}$ = $\frac{س}{٩}$ (س ≠ ٠)

ثانيًا تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

نقاط هامة

- لحل المسائل اللفظية فى الجبر نقوم بتحويل الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية، والشكل التالى يوضح بعض الأمثلة:

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
• عددان أحدهما يزيد على الآخر بمقدار ٣	
• عددان أحدهما أقل من الآخر بمقدار ٣	• نفرض أن العددين هما: س + ٣ ، س
• عددان الفرق بينهما ٣	
• عددان أحدهما أكبر من ضعف الآخر بمقدار ٣	• نفرض أن العددين هما: س ، ٢ س + ٣
• عمر شخص الآن س سنة فإن	• العمر منذ ٥ سنوات ← س − ٥ • العمر بعد ٥ سنوات ← س + ٥

مثـال ٥

أوجد أبعاد المستطيل الذى مساحته ١٠٠ سم^{٢}، وطوله يزيد على عرضه بمقدار ١٥ سم.

الحـل

نفرض أن العرض هو س سم ، فيكون الطول هو (س + ١٥) سم

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ س (س + ١٥) = ١٠٠ ⟸ ∴ س^{٢} + ١٥س − ١٠٠ = ٠

∴ (س + ٢٠) (س − ٥) = ٠ ⟸ ∴ إما س + ٢٠ = ٠ أو س − ٥ = ٠

∴ س = −٢٠ (مرفوض لأن الأطوال موجبة دائمًا) أو س = ٥

∴ عرض المستطيل = ٥ سم ، ∴ طول المستطيل = ٥ + ١٥ = ٢٠ سم

للتحقق من صحة الحل: مساحة المستطيل = ٥ × ٢٠ = ١٠٠ سم^{٢}

مثـال ٦

أوجد العدد الحقيقى الذى ضعفه يزيد على ٦ أمثال معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح.

الحـل

نفرض أن العدد هو س ∴ ضعف العدد = ٢ س، المعكوس الضربى للعدد = $\frac{١}{س}$

∴ ضعفه يزيد على ٦ أمثال معكوسه الضربى بمقدار ١

٢س − ٦ × $\frac{١}{س}$ = ١

٢س − $\frac{٦}{س}$ = ١ (بضرب طرفى المعادلة × س)

٢ س^{٢} − ٦ = س ⟸ ∴ ٢س^{٢} − س − ٦ = ٠ ⟸ ∴ (٢ س + ٣) (س − ٢) = ٠

∴ ٢س + ٣ = ٠ أو س − ٢ = ٠

∴ س = $\frac{-٣}{٢}$ أو س = ٢

∴ العدد هو: $\frac{-٣}{٢}$ أو ٢

سؤال ٤

١ أوجد العددين الصحيحين اللذين حاصل ضربهما ١٨ وأحدهما يزيد على الآخر بمقدار ٣.

٢ عدد حقيقى إذا أضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢، فما العدد؟

مثال ٧

أ ب حـ مثلث فيه: ق(∠ أ) = (س^{٢})°، ق(∠ ب) = (س + ٧٢)°، ق(∠ حـ) = (س + ٦٠)°

أوجد قيمة س وقياسات زوايا المثلث أ ب حـ

الحل

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠أ) + ق(∠ب) + ق(∠حـ) = ١٨٠° ∴ س^{٢} + س + ٧٢ + س + ٦٠ = ١٨٠

س^{٢} + ٢ س + ١٣٢ = ١٨٠ ⟸ ∴ س^{٢} + ٢ س − ٤٨ = ٠

∴ (س − ٦) (س + ٨) = ٠ ⟸ ∴ س = ٦ أو س = −٨

عندما س = ٦ تكون قياسات الزوايا هي: ٣٦°، ٧٨°، ٦٦°

عندما س = −٨ تكون قياسات الزوايا هي: ٦٤°، ٦٤°، ٥٢°

مثال ٨

إذا كان مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوي مربع العدد الأوسط، أوجد هذه الأعداد.

الحل

نفرض أن الأعداد هي س ، س + ١ ، س + ٢ يكون العدد الأوسط هو (س + ١)

∴ س + (س + ١) + (س + ٢) = (س + ١)^{٢} ∴ ٣س + ٣ = س^{٢} + ٢س + ١

∴ س^{٢} − س − ٢ = ٠ ⟸ ∴ (س + ١) (س − ٢) = ٠

∴ س = −١ أو س = ٢

عندما س = −١ ، عندما س = ٢

فتكون الأعداد هي: −١ ، ٠ ، ١ ، فتكون الأعداد هي: ٢ ، ٣ ، ٤

سؤال ٥

مثلث قائم الزاوية، طولا ضلعي القائمة ٤ س ، س + ١ من السنتيمترات، فإذا كانت مساحة سطحه ٨٤ سم^{٢} فاحسب طول الوتر لهذا المثلث.

أولاً حل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٤ = ٠$ فى ح هى ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) {−٤} (ب) {٢ ، −٢} (جـ) {٤} (د) ∅

٢ مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٢٥ = ٠$ فى ح هى ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) {٥} (ب) {٢٥} (جـ) {٥ ، −٥} (د) {−٢٥}

٣ مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٥س = ٠$ فى ح هى ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) {٠} (ب) {٠ ، −٥} (جـ) {٠ ، ٥} (د) {٠ ، ٢}

٤ مجموعة حل المعادلة (س − ٣) (س + ٢) = ٠ فى ح هى ..... (أسيوط ٢٠٢٢)

(أ) {−٢ ، ٣} (ب) {−٦} (جـ) {٢ ، ٣} (د) {−٣ ، ٢}

٢ أكمل ما يأتى:

١ مجموعة حل المعادلة س (س − ٤) = ٥ فى ح هى .... (الدقهلية ٢٠٢٢)

٢ إذا كان ٢ أحد حلول المعادلة $س^٢ + س = ٦$ فإن الحل الآخر هو .....

٣ مجموعة حل المعادلة (٢س − ٣) (س + ١) = ٠ فى ح هى ... . (القاهرة ٢٠١٩)

٤ إذا كانت س (س − ٣) = ٠ فإن س = ... أو س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

٥ مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٩ = ٠$ فى ح هى ..... (دمياط ٢٠٢٢)

٦ مجموعة حل المعادلة $\frac{س}{٣} = \frac{٢٧}{س}$ فى ح هى ..... (بنى سويف ٢٠١٩)

٣ أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلات الآتية:

١ $س^٢ - س = ٠$ ٢ $س^٢ + ٥س + ٦ = ٠$ (قنا ٢٠٢٣) ٣ $س^٢ - ١٥س + ٥٦ = ٠$ (الغربية ٢٠٢٣)

٤ $س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$ ٥ $س^٢ + ٧س = ١٨$ ٦ $س^٢ - ٢س = ٢٤$

٧ $س^٢ + س = ١٢$ (الغربية ٢٠٢٣) ٨ $٢س^٢ - ٩س = ٥$

٩ $٩س^٢ - ٦س + ١ = ٠$

٤ أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلات الآتية:

١ $٥س^٢ = ٧س$ ٢ $٤س^٢ = ٢٥$ ٣ $س(س - ٣) = ٥س$

٤ $٣س^٢ - ١٥س = -١٨$ ٥ $س(س - ٢) = ١٥$ (دمياط ٢٠٢٣) ٦ $٩(س + ٥)^٢ = ٢٥$

٧ $س^٤ - ٢١س^٢ - ١٠٠ = ٠$ ٨ $(س - ١)^٢ + س = ٣$ ٩ $٣س^٣ = ١٢س$

١٠ $\frac{س + ٥}{٢} - \frac{٥}{س} = ١$

ثانيًا تطبيقات على حل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا:

٥ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت مساحة المستطيل الذى بعداه س سم، (س + ١) سم تساوى ٣٠ سم^٢ فإن س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ إذا كان الوسط الحسابى لعددين يساوى ٥ ، وكان أحدهما يساوى ٣ فإن الآخر = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٣

٣ إذا كان عُمر زياد الآن س سنة فإن عُمره منذ ثلاث سنوات هو ..... (اليوم ٢٠٢٣)

(أ) ٣س (ب) ٣ - س (جـ) س - ٣ (د) س + ٣

٤ مستطيل طوله (س + ص) سم ، عرضه (س - ص) سم تكون مساحته = ... سم^٢

(أ) ٢س (ب) ٤س (جـ) س^٢ - ص^٢ (د) (س - ص)^٢

٥ مستطيل عرضه س سم وطوله يزيد على عرضه بمقدار ٥سم فإن: محيطه = ... سم

(أ) ٤س + ١٠ (ب) ٢س + ٥ (جـ) ٤س - ١٠ (د) ٢٠

٦ مربع محيطه ٤س سم فإن مساحته = ... سم^٢

(أ) ١٦س^٢ (ب) س^٢ (جـ) $\frac{١}{١٦}$ س^٢ (د) ١٦س

٧ ضعف مربع العدد س هو ..... (الدقهلية ٢٠٢٠)

(أ) ٤س (ب) (٢س)^٢ (جـ) ٢س^٢ (د) س^٢ + ٢

٨ إذا كان س عددًا فرديًا فإن العدد الفردى التالى له مباشرة هو .....

(أ) س + ٢ (ب) ٢ - س (جـ) س - ٢ (د) س + ١

---

٦ أكمل ما يأتى:

١ عدد حقيقى قيمته س فإن ثلاثة أمثاله هو .....

٢ عددان زوجيان متتاليان أصغرهما س فإن العدد الأكبر هو .....

٣ إذا كان أربعة أمثال عدد هو ٤٨ فإن ثلث هذا العدد = ... (سوهاج ٢٠٢٢)

٤ عدد حقيقى قيمته س فإن خمسة أمثال مربع هذا العدد = ...

٥ إذا كان عُمر سمير منذ ٣ سنوات هو س سنة فإن عمره بعد ٤ سنوات من الآن هو ..... سنة.

٧ أجب عما يأتي:

١ أوجد العدد الذى إذا أضيف معكوسه الجمعى إلى مربعه كان الناتج ٤٢ (دمياط ٢٠٢٢)

٢ أوجد العدد النسبى الذى إذا أضيف مربعه إلى ضعفه كان الناتج ٨ (سوهاج ٢٠٢٢)

٣ أوجد العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج مساويًا ٢٨ (القاهرة ٢٠٢٢)

٤ أوجد العدد النسبى الموجب الذى يزيد مربعه على ضعفه بمقدار ٤٨

٥ عددان موجبان أحدهما يزيد على الآخر بمقدار ٤، ومجموع مربعيهما يساوى ١٠٦، أوجد العددين.

٦ عددان نسبيان، النسبة بينهما ٣ : ٤، فإذا كان مجموع مربعيهما يساوى ١٠٠ فما العددان؟

٧ مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار ٤ سم ومساحته ٢١ سم^{٢}. أوجد محيطه. (الجيزة ٢٠٢٣)

٨ مثلث قائم الزاوية، طول أحد ضلعى القائمة يزيد على طول الضلع الآخر بمقدار ٧ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢}. أوجد محيطه.

٩ عمر أحمد الآن يزيد على عمر عادل بمقدار ٨ سنوات ومجموع مربعى عمريهما الآن ١٠٤ سنوات. فما عمر كل منهما الآن؟

١٠ إذا كان عُمر أب يزيد على عمر ابنه بمقدار ٢٧ سنة، ومنذ سنتين كان مجموع مربعى عمريهما ٩٠٩ فأوجد عمر كل منهما الآن.

تحد نفسك

٨ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح :

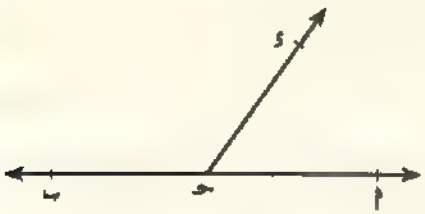
١ س + $\frac{٦}{س}$ = ٥ (س ≠ ٠)

٢ س + $\frac{٩}{٢}$ = $\frac{٩}{س}$ (س ≠ ٠)

٣ $\frac{س - ٣}{٢}$ = $\frac{٥}{س}$ (س ≠ ٠)

٩ مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوى مربع العدد الأوسط، أوجد هذه الأعداد.

١٠ فى الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{حـ ء}$ ∩ $\overleftrightarrow{أ ب}$ = {حـ}

فإذا كان ق(∠ب حـ ء) = (س^{٢})°،

ق(∠أ حـ ء) = (٨س)° فاحسب قيمة س

١١ عُمْر سمير أكبر من عُمْر سمر بمقدار ٥ سنوات فإذا كان مربع مجموع عُمريهما ٤٩ سنة، فأوجد عُمْر سمير.

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٧)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ع:

(أ) س^{٢} − ٨ س + ١٥ = ٠ (دمياط ٢٠٢١)

(ب) س^{٢} − ٧ س − ٣٠ = ٠

(جـ) ٦ س^{٢} − ٧ س − ٣ = ٠

(د) ٥ س^{٢} + ١٢ س = ٤٤

(هـ) (س − ٣) (س + ١) = ٥

(و) (س + ٣)^{٢} − ٤٩ = ٠

---

٢ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ع:

(أ) ١٢ س^{٢} = ٤٧ س − ٤٥

(ب) س^{٤} − ٥ س^{٢} + ٤ = ٠

(جـ) (س + ٣)^{٢} + ٣ (س + ٣) − ١٠ = ٠

(د) س^{٢} − ٦ س = ٠ (بنى سويف ٢٠٢٢)

(هـ) ٤ س^{٣} = ٩ س

(و) ٦ س^{٢} − س = ٢٢

---

٣ عددان حقيقيان يزيد أحدهما على الآخر بمقدار ٤ ، فإذا كان حاصلُ ضرب العددين يساوى ٤٥ .
فما العددان؟

---

٤ قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها يزيد على عرضها بخمسة أمتار، فإذا كانت مساحتُها ٥٠ مترًا مربعًا.
فأوجد بعديها.

---

٥ أ ب حـ مثلث فيه ق (∠ أ) = (س^{٢} + ٦١)° ، ق (∠ ب) = (١١٠ − ١١ س)°
، ق (∠ حـ) = (٩٠ − ٧ س)° أوجد قيمة س وقياسات زوايا المثلث.

---

٦ إذا كان عمر حاتم الآن يزيد على عمر حنان بمقدار ٤ سنوات، ومجموع مربعى عمريهما الآن يساوى ٢٦، فما عمر كل منهما الآن؟

---

٧ عدد حقيقى يزيد على معكوسه الضربى بمقدار $\frac{٥}{٦}$ ، فما العدد؟

---

٨ عدد حقيقى إذا أضيف إليه مربعه، كان الناتج ١٢، فما العدد؟ (الشرقية ٢٠٢٣)

---

٩ عددان فرديان متتاليان مجموعُ مربعيهما ١٣٠، فما العددان؟

---

١٠ مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢ س ، ٢ س + ١ ، س − ١١ من السنتيمترات.
احسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته.

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مجموعة حل المعادلة س^{٢} = ٧س فى ح هى ..... (بورسعيد ٢٠١٩)

(أ) {٧} (ب) {٠ ، ٧} (جـ) {-٧ ، ٠} (د) {٠}

٢ عددان طبيعيان متتاليان أصغرهما س فإن الآخر هو ..... (بنى سويف ٢٠٢٢)

(أ) س (ب) س - ١ (جـ) س + ١ (د) ٢س

٣ العدد الصحيح الموجب الذى مربعه يساوى ضعفه هو ..... (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ٣

٤ إذا كان س = ٢ هو أحد جذرى المعادلة س^{٢} - ٦س + ك = ٠ فإن ك = ... (الشرقية ٢٠١٨)

(أ) ٨ (ب) -٨ (جـ) ١٦ (د) ٤

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ مجموعة حل المعادلة س^{٢} - ٢ = ٧ حيث س ∈ ص هى ..... (الغربية ٢٠٢٢)

٢ إذا كان ثلاثة أمثال عدد يساوى ٣٦ فإن هذا العدد يساوى ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

٣ إذا كان عُمر سلمى الآن س سنة فإن مربع عمرها بعد سنتين ..... سنة. (الغربية ٢٠٢٢)

٤ ١٢٥ أ^{٣} + ٦٤ ب^{٣} = (.....) (.....). (الجيزة ٢٠٢٣)

---

٣ ١ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا:

(أ) $\frac{١}{٣}$ س^{٢} - ٣ (القاهرة ٢٠٢٤)

(ب) ٥أ س - أ - ١٠ ب س + ٢ ب (الغربية ٢٠٢٤)

٢ (أ) عدد صحيح موجب يزيد مربعه على خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما العدد؟ (البحيرة ٢٠٢٢)

(ب) مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٣٥ سم^{٢} ، أوجد محيطه. (الشرقية ٢٠٢٣)

اختبار الأضواء على

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان ٤ س^{٢} + ك س + ٩ مربعًا كاملًا فإن ك = ... (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ± ٦ (د) ± ١٢

٢ إذا كان ٢ أ + ب = ٤ ، ٤ أ^{٢} − ب^{٢} = ١٢ فإن: ٢ أ − ب = ...

(أ) ٤ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ٤٨

٣ إذا كان س + ص = ٢ ، س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ٥ فإن: س^{٣} + ص^{٣} = ... (الغربية ٢٠١٩)

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) ١٠ (جـ) $\frac{-٥}{٢}$ (د) ٧

٤ مجموعة حل المعادلة س^{٢} − ٤ = ٠ فى ح هى .....

(أ) {−٤} (ب) ∅ (جـ) {−٢ ، ٢} (د) {٤ ، −٤}

٥ إذا كان عُمر أحمد الآن س سنة فإن عُمره منذ ٥ سنوات هو ..... سنة. (الشرقية ٢٠٢٢)

(أ) ٥ س (ب) ٥ − س (جـ) س − ٥ (د) س + ٥

٦ مجموعة حل المعادلة: س^{٢} = س فى ح هى ..... (الشرقية ٢٠١٩)

(أ) {١} (ب) {١ ، −١} (جـ) ∅ (د) {٠ ، ١}

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

١ س^{٢} − ..... = (س + ٥) (س − ٥)

٢ (أ + ٣ ب)^{٢} = ... + ... + ...

٣ (س + ...) (٢ س − ٣) = ... + ... − ١٥ (الجيزة ٢٠١٩)

٤ إذا كان س^{٢} − ك + ١٠ = (س − ٣) (س + ٣) فإن ك = ...

٥ إذا كان (س + ٥) أحد عاملى المقدار س^{٢} + ٢ س − ١٥ فإن العامل الآخر هو ..... (الجيزة ٢٠٢٠)

السؤال الثالث: حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ $٣ س^{٢} - ١٠ س - ٨$ (الجيزة ٢٠١٩)

٢ $٥ س - ١٠ ص - أ س + ٢ أ ص$ (البحر الأحمر ٢٠٢٢)

٣ $\frac{١}{٢} س^{٣} + ٤$

٤ $س^{٤} + ٦٤ ص^{٤}$ (القاهرة ٢٠٢٢)

السؤال الرابع: أوجد مجموعة الحل فى ح لكل من المعادلات الآتية:

١ $س^{٢} + ٥ س - ٦ = ٠$ (أسيوط ٢٠٢٢)

٢ $٢ س^{٢} + س - ٢١ = ٠$

٣ $س^{٣} = س$

٤ $س - \frac{٥}{س} = \frac{١}{٢}$

السؤال الخامس: أجب عما يلى:

١ أوجد العدد الذى إذا أضيف معكوسه الجمعى إلى مربعه كان الناتج ٢٠ (التربية ٢٠٢٢)

٢ مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار ٤ سم ومساحة سطحه ٢١ سم^{٢}. أوجد طوله وعرضه.

(الأقصر ٢٠١٩)

مجاب عنه في ملحق الإجابات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ المقدار ٤ س^{٢} + ك + ٢٥ ص^{٢} مربع كامل عندما ك = ...

(أ) ٢٠ (ب) ١٠ س ص (جـ) ± ٢٠ س ص (د) ٣٠ س ص

٢ إذا كانت س^{٢} − ص^{٢} = ١٦، س + ص = ٨ فإن س − ص = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ١٢٨ (د) ٦٤

٣ إذا كانت س + ص = ٣، س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ٥ فإن س^{٣} + ص^{٣} = ...

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٨ (د) ٧

٤ المقدار ٤ س^{٢} + ١٢ س + أ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ...

(أ) ٦ (ب) ١٦ (جـ) ١ (د) ٩

٥ إذا كان (٢أ − ٥) (٣أ − ٢) = ٦ أ^{٢} + ك أ + ١٠ فإن ك = ...

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) −١٩ (د) ٤

السؤال الثاني: أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

١ (٤أ − ٥ب) (..... − ٣ب) = ٨ أ^{٢} ..... + ١٥ ب^{٢}

٢ إذا كانت س^{٢} + ص^{٢} = ١٧، س ص = ٧ فإن (س − ص)^{٢} = ...

٣ إذا كان ك س^{٢} − ١٠ س + ١ مربعًا كاملًا فإن ك = ...

٤ إذا كان (س + ١) أحد عوامل المقدار ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ فإن العامل الآخر هو .....

٥ س^{٣} + ٨ = (س + ٢) (.....)

السؤال الثالث: حلل كلًّا مما يأتي:

١ (س + ٢)^{٣} − ٤ س − ٨ ٢ أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} − جـ^{٢} ٣ ٢ س^{٢} − ٥ س + ٣

٤ س^{٤} + ٤ ل^{٤} ٥ ٨ س^{٣} − ٣٤٣ ص^{٦}

السؤال الرابع: أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح:

١ $س^{٢} - ٣ س - ١٠ = ٠$

٢ $٣ س^{٢} + س = ١٤$

٣ $(٢س - ١)^{٢} + (س - ١)^{٢} = ١٠$

السؤال الخامس: استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كلٍّ من المقادير الآتية:

١ $\frac{٢٠}{٧} \times ٧٥ - \frac{٢٠}{٧} \times ٥$

٢ $(٨,١٧٥)^{٢} - (١,٨٢٥)^{٢}$

٣ $(٨٧)^{٢} + ٢ \times ١٣ \times ٨٧ + (١٣)^{٢}$

السؤال السادس:

مثلث قائم الزاوية، طولا ضلعى القائمة ٤ س ، س + ١ من السنتيمترات، فإذا كانت مساحته ٨٤ سم^{٢} فاحسب طول وتره.

الوحدة الثانية ٢

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع

أهداف الوحدة. بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون الطالب قادرًا على أن:

الدرس الأول القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع

- يتعرف القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع
- يحل المعادلات الأسية فى ع

الدرسان الثانى والثالث قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع

يتعرف قوانين الأسس الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع وحل مسائل عليها.

- يعمم قوانين الأسس الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ع

الدرس الرابع العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

- يجرى العمليات (الجمع – والطرح – والضرب – والقسمة) على القوى الصحيحة ويرتب العمليات.

الدرس ١

ذاكر القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

تذكر وفكر: سبق أن درست:

- القوى الصحيحة غير السالبة فى مجموعة الأعداد النسبية ن

فمثلًا: • $\left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٢٧}$ • $\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣^{٢}}{٤^{٢}} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

أولا القوى الصحيحة غير السالبة فى ح :

إذا كان: أ ∈ ح ، ن ∈ ص+ فإن: $أ^{ن}$ = أ × أ × أ × .... × أ (حيث أ مكرر كعامل لـ ن من المرات)

العدد أ يسمى الأساس ، العدد ن يسمى الأس أو القوة يقرأ: أ أس ن أو أ مرفوع للقوة ن

نقاط هامة

- إذا كان: أ ∈ ح* فإن: $أ^{صفر}$ = ١ فمثلًا: $(\sqrt{٧})^{صفر}$ = ١ ، $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{صفر}$ = ١

إذا كان: أ ∈ ح* فإن: $(-أ)^{ن}$ = { $أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا زوجيًا ، $-أ^{ن}$ إذا كان ن عددًا فرديًا }

لاحظ أن: ح* = ح − {٠}

مثال

أوجد فى أبسط صورة ناتج كل مما يأتى: ١ $\left(\frac{-٣}{٥}\right)^{٤}$ ٢ $(٢\sqrt{٢})^{٣}$ ٣ $(-\sqrt{٦})^{٣}$ ٤ $(-٥)^{صفر}$

الحل

١ $\left(\frac{-٣}{٥}\right)^{٤} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٨١}{٦٢٥}$

٢ $(٢\sqrt{٢})^{٣} = (٢\sqrt{٢}) \times (٢\sqrt{٢}) \times (٢\sqrt{٢}) = ٨ \times ٢\sqrt{٢} = ١٦\sqrt{٢}$

٣ $(-\sqrt{٦})^{٣} = -(\sqrt{٦})^{٣} = -\sqrt{٦} \times \sqrt{٦} \times \sqrt{٦} = -\sqrt{٢١٦} = -٦$ ٤ $(-٥)^{صفر} = ١$

سؤال ١

أوجد فى أبسط صورة ناتج كل مما يأتى: ❶ $(\sqrt{٣})^{٤}$ ❷ $-(٧)^{صفر}$ ❸ $(-\sqrt{٥})^{٣}$

ثانيا القوى الصحيحة السالبة فى ع :

إذا كان: أ ∈ ع* ، ن ∈ ص+ فإن: $أ^{-ن} = \frac{1}{أ^{ن}}$ ، $أ^{ن} = \frac{1}{أ^{-ن}}$

فمثلاً: $٢^{-١} = \frac{١}{٢}$ ، $٣^{-٣} = \frac{١}{٣^{٣}} = \frac{١}{٢٧}$ ، $\frac{١}{٢^{-٣}} = ٢^{٣} = ٨$ ، $\frac{١}{٥^{-٢}} = ٥^{٢} = ٢٥$

نقاط هامة

- لكل أ ∈ ع* ، ن ∈ ص+ فإن: $أ^{-ن} \times أ^{ن} = \frac{١}{أ^{ن}} \times أ^{ن} = ١$

أى أن: $أ^{-ن}$ ، $أ^{ن}$ كل منهما معكوس ضربى للآخر.

فمثلاً: المعكوس الضربى للعدد $(\sqrt{٣})^{-٢}$ هو $(\sqrt{٣})^{٢}$ حيث $(\sqrt{٣})^{-٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} = ١$

- لكل أ ∈ ع* ، ب ∈ ع* ، ن ∈ ص+ فإن: $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن}$

فمثلاً: $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

مثال ٣

أوجد فى أبسط صورة ناتج كلٍّ مما يأتى:

١ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{-٢}$ ٢ $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٣}$ ٣ $(٠,١)^{-٢}$

٤ $(\sqrt{٣})^{-٤}$ ٥ $\frac{١}{(\sqrt{٢})^{-٦}}$ ٦ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{-٤}$

الحل

١ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{-٢} = (٢)^{٢} = ٤$

٢ $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٣} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٣} = \frac{٤ \times ٤ \times ٤}{٣ \times ٣ \times ٣} = \frac{٦٤}{٢٧}$

٣ $(٠,١)^{-٢} = \left(\frac{١}{١٠}\right)^{-٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

٤ $(\sqrt{٣})^{-٤} = \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$

٥ $\frac{١}{(\sqrt{٢})^{-٦}} = (\sqrt{٢})^{٦} = ٢^{٣} = ٨$

٦ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{-٤} = \left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤}{٩}$

نقاط هامة:

- إذا كان: $أ^{ن} = أ^{م}$ فإن: ن = م لكل أ ∈ ح − {صفر، ١، −١}
- إذا كان: $أ^{ن} = ب^{ن}$ فإن: أ = ب لكل ن ∈ {١، ٣، ٥، .....}
  ، |أ| = |ب| لكل ن ∈ {٢، ٤، ٦، .....}

مثال ٣

أوجد قيمة س فى كل مما يأتى:

١ $س^{٣} = ١٢٥$ ٢ $س^{٤} = \frac{١}{١٦}$ ٣ $\frac{١}{(س+٢)^{٤}} = ٠,٠٠٠١$ ٤ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٨١}{١٦}$

الحل

١ ∵ $س^{٣} = ١٢٥$ ∴ $س^{٣} = ٥^{٣}$ ∴ س = ٥

٢ ∵ $س^{٤} = \frac{١}{١٦} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}$ ∴ $|س| = \frac{١}{٢}$ ∴ $س = \frac{١}{٢}$ أو $س = \frac{-١}{٢}$

٣ ∵ $\frac{١}{(س+٢)^{٤}} = ٠,٠٠٠١ \Leftarrow \frac{١}{(س+٢)^{٤}} = \frac{١}{١٠^{٤}}$

∴ $(س+٢)^{٤} = ١٠^{٤} \Leftarrow |س+٢| = ١٠$

∴ س + ٢ = ١٠ أو س + ٢ = −١٠

∴ س = ٨ أو س = −١٢

٤ ∵ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٨١}{١٦}$ ∴ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤}$ ∴ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٤}$ ∴ س = −٤

سؤال ٢

١ أوجد فى أبسط صورة قيمة كلٍّ مما يأتى:

(أ) $\left(\sqrt{٢}\right)^{-٤}$ (ب) $\left(\frac{١}{\sqrt{٥}}\right)^{-٣}$ (جـ) $\left(٢\sqrt{٧}\right)^{-٢}$ (د) $\frac{\left(\sqrt{٢}\right)^{-٤}}{\left(\sqrt{٢}\right)^{-٥}}$

٢ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى:

(أ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س} = \frac{٢٥}{٤}$ (ب) $س^{٣} = ٨$ (جـ) $س^{٤} = \frac{١}{٢٥٦}$ (د) $\left(\sqrt{٢}\right)^{س+١} = ١٦$

نقاط هامة

المعادلة الأسية هى المعادلة التى يكون المجهول فيها هو الأس وعند حلها نتبع ما يلى:

- إذا كان: $أ^{س} = ب^{س}$ ، $أ \neq \pm ب$ فإن: س = صفر
- إذا كان: $أ^{س} = ١$ ، $أ \in ح - \{-١ ، ٠ ، ١\}$ فإن: س = صفر

مثال

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الأسية الآتية فى ح:

١ $٢^{س+٣} = ١$ ٢ $٦^{س^٢-٤} = ٧^{٤-س^٢}$ ٣ $(\sqrt{٣})^{س} = ٣\sqrt{٣}$ ٤ $(س)^{س+١} = ٣^{س+١}$

الحل

١ ∵ $٢^{س+٣} = ١$ ⟸ ∴ س + ٣ = ٠ ⟸ ∴ س = −٣ ∴ م.ح = {−٣}

٢ ∵ $٦^{س^٢-٤} = ٧^{٤-س^٢}$ ∴ $٦^{س^٢-٤} = \left(\frac{١}{٧}\right)^{س^٢-٤}$

∵ $٦ \neq \frac{١}{٧}$ ∴ $س^٢ - ٤ = ٠$ ∴ $س^٢ = ٤$

∴ س = ± ٢ ∴ م.ح = {٢ ، −٢}

٣ ∵ $(\sqrt{٣})^{س} = ٣\sqrt{٣}$ ⟸ ∴ $(\sqrt{٣})^{س} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$ ⟸ ∴ $(\sqrt{٣})^{س} = (\sqrt{٣})^{٣}$

∴ س = ٣ ⟸ ∴ م.ح = {٣}

٤ ∵ $(س)^{س+١} = ٣^{س+١}$

∴ س + ١ = ٠ ⟸ س = −١ أو |س| = ٣ لأنه عندما: س = ٣ فإن (س + ١) عدد زوجى

∴ س = ± ٣ ∴ م.ح = {−١ ، ٣ ، −٣}

سؤال ٣

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الأسية الآتية فى ح :

١ $٣^{س-٢} = ١$ ٢ $(\sqrt{٥})^{س} = ٢٥\sqrt{٥}$ ٣ $(\sqrt{٣})^{٤س-١٢} = (\sqrt{٥})^{صفر}$

٤ $(\sqrt{٧})^{س-٣} = (\sqrt{٢})^{س-٣}$ ٥ $٤^{٣س-٢} = ٩^{٢-٣س}$ ٦ $(س+٢)^{٣س} = ٥^{٣س}$

تدرب

الدرس ١

▲تذكر ▲فهم ▲تطبيق ▲تحليل

حل أكثر

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

أولاً القوى الصحيحة غير السالبة فى ح:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان $٥^{س-٢} = ١$ فإن س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) −٣ (د) ٣

٢ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٤}{٩}$ فإن س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) −٢ (د) −٣

٣ إذا كان $(س - ٧)^{صفر} = ١$ فإن س ∈ ..... (البحيرة ٢٠٢٣)

(أ) ح − {٧} (ب) ح − {−٧} (جـ) {٧} (د) {−٧}

٤ إذا كانت $٦^{س} = ٧$ فإن $٦^{س+١}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) ٦ (جـ) $\frac{٧}{٦}$ (د) ٤٢

٥ إذا كان $\frac{١}{٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س}} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{ك}$ فإن ك = ...

(أ) ٣س (ب) س + ١ (جـ) س − ١ (د) $س^{٣}$

٦ إذا كان $٢^{٥} + \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} = س$ فإن $\sqrt{س}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) ١٠ (ب) ٣٢ (جـ) ٦ (د) ٢٤

٧ إذا كان $س^{٤} = ١٦$ فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ± ٢ (د) ٤

٢ أكمل:

١ إذا كان $٥^{س-٤} = ١$ فإن: س = ... (القليوبية ٢٠٢٣)

٢ $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٤}$ = ... (الفيوم ٢٠٢٢)

٣ $\left(٥\sqrt{٣}\right)^{صفر}$ = ...

٤ $\left(\sqrt{٢}\right)^{صفر} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٨}$ = ...

٥ $\left(\sqrt{٦}\right)^{٣}$ = ...

٦ إذا كان $(١٥)^{س} = \left(\sqrt{٢}\right)^{س}$ فإن: س = ... (دمياط ٢٠٢٢)

٧ إذا كان $س^{٥} = ٣٢$ فإن: $٢س^{٢}$ = ...

ثانيًا القوى الصحيحة السالبة فى ع:

٣ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-١}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{-٢}{٣}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

٢ إذا كان $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن: $\frac{س}{ص}$ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٣ إذا كانت $س = \frac{\sqrt[٤]{٧}}{\sqrt[٣]{٧}}$ فإن $س^{-١}$ = ...

(أ) $\frac{\sqrt[٣]{٧}}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt[٣]{٧}}{\sqrt[٣]{٧}}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) ٢

٤ $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{س}$ فإن: س = ... (الإسكندرية ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٥ (د) −٥

٥ إذا كان $٢^{س-١} \times ٣^{١-س} = \frac{٢٧}{٨}$ فإن: س = ...

(أ) −٣ (ب) −٢ (جـ) ١ (د) ٣

٦ ربع العدد $٢^{٧}$ = ... (المنوفية ٢٠٢٢)

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{٤}$ (جـ) $٢^{٥}$ (د) $٢^{١٤}$

٧ إذا كان $٣^{س-٥} = \left(\frac{١}{٧}\right)^{٥-س}$ فإن س= ..... (القاهرة ٢٠١٨)

(أ) صفر (ب) −٥ (جـ) ٧ (د) ٥

---

٤ أكمل ما يأتى: (الغربية ٢٠٢٣)

١ $\left(\frac{٤}{٩}\right)^{-٢} = \left(\frac{....}{....}\right)^{٢}$

٢ إذا كانت $أ = \frac{\sqrt[٥]{٧}}{١٠}$ فإن $أ^{-١}$ = ... (فى أبسط صورة)

٣ $٢^{صفر} \times ٢^{-١} \times \left(\frac{-١}{٢٧}\right)^{٢}$ = ...

٤ إذا كانت: $٥^{س} = ٢٥$ فإن $٢^{-س}$ = ...

---

٥ أوجد مجموعة حل المعادلات الأسية الآتية:

١ $٣^{٢س-١} = ٢٧$ (البحيرة ٢٠٢٣)

٢ $٢^{س^{٢}-س} = ٤$

٣ $٣^{س^{٢}-١} = ١$

٤ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

٥ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س-١} = \frac{٣}{٨}$ ٣ (البحيرة ٢٠٢٢)

تحدى نفسك

٦ ١ إذا كان $٢^{|س|} = ٦٤$ فأوجد قيمة: ن حيث ن ∈ ص

٢ اختر: إذا كان $س^{م} \times س^{-ك} = ١$ حيث س ≠ ٠، م ≠ ٠، ك ≠ ٠ فإن $\frac{٢}{٣}(م)^{-ك} \times \frac{٩}{٤}(-ك)^{م}$ = ...

(أ) ±١ (ب) $\pm\frac{٣}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{٣}{٢}$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (١)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣}$ يساوى ..... (دمياط ٢٠٢٢)

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{٤}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $٤^{٨١}$

٢ $٠,٠٠٢ \times ٠,٠٥$ يساوى .....

(أ) $١٠^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٤}$ (جـ) $١٠^{٤}$ (د) $١٠^{٥}$

٣ إذا كان $س = \frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٣}}$ فإن $س^{-١}$ تساوى .....

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ٢

٤ إذا كان $٥^{س} = ٤$ فإن $٥^{س-١}$ تساوى ..... (المنوفية ٢٠١٩)

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,٨ (جـ) ٠,١٢٥ (د) ٠,٠٨

٥ إذا كانت $(س - ٥)^{صفر} = ١$ فإن $س \in$ ..... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) ح − {٥} (ب) ح − {−٥} (جـ) {٥} (د) ح

---

٢ أوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:

١ $٣^{-١}$ (القاهرة ٢٠١٩) ٢ $\left(\frac{١}{٤}\right)^{-١}$ ٣ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{-٣}$

٤ $(\sqrt{٥})^{٤}$ ٥ $(-\sqrt{٣})^{-٢}$ ٦ $(\sqrt[٣]{٧})^{-٣}$

٧ $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦}$ ٨ $(٠,٠١)^{-٢}$ ٩ $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)^{-٤}$

---

٣ ١ حل بمجرد النظر المعادلة $\frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = ٠,٠٠٠١$ ماذا تلاحظ؟

٢ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى:

(أ) $٣^{س-٢} = ٨١$ (ب) $(\sqrt{٣})^{س-١} = ٩$

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $(\sqrt[٧]{٥})^{٤}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) $٥^{٤}$ (ب) $٢^{٥}$ (جـ) ٢٥ (د) ٥٠

٢ ربع العدد $(\sqrt[٧]{٢})^{١٦}$ = ... (الدقهلية ٢٠٢٠)

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $(\sqrt[٧]{٢})^{٤}$ (جـ) $٢^{٤}$ (د) $٢^{٨}$

٣ إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ ، فإن س = ... (المنوفية ٢٠٢٣)

(أ) −٥ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٥

٤ $(-١)^{٢٠٢١} + (-١)^{٢٠٢٢}$ = ... (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) ٢

---

٢ أكمل:

١ $٣^{-٢}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٠)

٢ إذا كان $٣^{س} \times ٢^{س-٢} = ١,٥$ ، فإن: س = ... (الفيوم ٢٠١٨)

٣ إذا كان $٢^{س-١} = ٥^{س-١}$ ، فإن: س = ... (البحيرة ٢٠٢٢)

٤ إذا كان $(س - ٤)^{صفر} = ١$ ، فإن: س ≠ ..... (الغربية ٢٠٢٢)

---

٣ ١ أوجد قيم س فى كل من الحالات الآتية: (حيث س ∈ ح) :

(أ) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ (القاهرة ٢٠٢٢) (ب) $٢^{س-٣} = ١$ (سوهاج ٢٠٢٢)

(جـ) $٥^{٢س-١} = ١٢٥$ (بورسعيد ٢٠٢٢) (د) $٤^{س^{٢}-٥س+٦} = ١$ (الشرقية ٢٠١٩)

(هـ) $٣^{س+٧} = ٩$ (دمياط ٢٠٢٢)

٢ اختصر لأبسط صورة: $٢^{-١} - \left(\frac{١}{٣٧}\right)^{٢} + ٢^{صفر}$ (الإسكندرية ٢٠١٩)

الدرسان ٢ و ٣

ذاكر قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

تذكر وفكر: تعلمت من الدرس السابق أن:

- $(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٢} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = (\sqrt{٣})^{٥} = (\sqrt{٣})^{٣+٢}$
- $\frac{(\sqrt{٧})^{٥}}{(\sqrt{٧})^{٣}} = \frac{\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} \times \sqrt{٧} \times \sqrt{٧} \times \sqrt{٧}}{\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} \times \sqrt{٧}} = \sqrt{٧} \times \sqrt{٧} = (\sqrt{٧})^{٢} = (\sqrt{٧})^{٥-٣}$
- $(\sqrt{٥} \times \sqrt{٢})^{٣} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢}$
$= (\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٥})^{٣}$
- $\left(\frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٢}}\right)^{٤} = \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٦} \times \sqrt{٦} \times \sqrt{٦} \times \sqrt{٦}}{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{(\sqrt{٦})^{٤}}{(\sqrt{٢})^{٤}}$
- $(س^{٢})^{٣} = (س^{٣})^{٢} = س^{٢} \times س^{٢} \times س^{٢} = س^{٣} \times س^{٣} = س \times س \times س \times س \times س \times س$
$= س^{٦} = س^{٢ \times ٣} = س^{٣ \times ٢}$

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

إذا كان: أ ∈ ح* ، ب ∈ ح* وكان كل من م ، ن عددين صحيحين لا يساويان صفرًا، فإن:

القاعدة	المثال	التفسير
$أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$	$٣^{٢} \times ٣^{٣} = ٣^{٢+٣} = ٣^{٥}$	عند ضرب الأعداد ذات الأساسات المتساوية **نجمع** الأسس.
$أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$	$٧^{٥} \div ٧^{٣} = ٧^{٥-٣} = ٧^{٢}$	عند قسمة الأعداد ذات الأساسات المتساوية **نطرح** الأسس.
$(أ \times ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$	$(٢ \times ٣)^{٣} = ٢^{٣} \times ٣^{٣}$	عند رفع حاصل ضرب عددين لنفس الأس **نوزع** الأس على العددين.
$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$	$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣} = \frac{٣^{٣}}{٥^{٣}}$	عند رفع خارج قسمة عددين لنفس الأس **نوزع** الأس على البسط والمقام.
$(أ^{م})^{ن} = (أ^{ن})^{م} = أ^{م \times ن}$	$(٢^{٣})^{٢} = (٢^{٢})^{٣} = ٢^{٦}$	عند رفع عدد مرفوع لأس لأس آخر **نضرب** الأسين.

مثال ٨

اختصر كلًّا مما يأتى إلى أبسط صورة:

١ $(\sqrt{٧})^{٣} \times (\sqrt{٧})^{٥} \times (\sqrt{٧})^{٢}$

٢ $(٢\sqrt{٣})^{٨} \div (٢\sqrt{٣})^{٦}$

٣ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (-\sqrt{٣})^{٤}}{(-\sqrt{٣})^{٣}}$

٤ $[(\sqrt{٢})^{٣} \times (-\sqrt{٢})^{٢}]^{٢}$

٥ $\frac{٣٢ \times ٤^{س+٣} \times ٨^{س}}{(٣٢)^{س}}$

الحل

١ $(\sqrt{٧})^{٣} \times (\sqrt{٧})^{٥} \times (\sqrt{٧})^{٢} = (\sqrt{٧})^{٣+٥+٢} = (\sqrt{٧})^{١٠} = ٧^{٥} = ١٦٨٠٧$

٢ $(٢\sqrt{٣})^{٨} \div (٢\sqrt{٣})^{٦} = (٢\sqrt{٣})^{٨-٦} = (٢\sqrt{٣})^{٢} = ٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٤ \times ٣ = ١٢$

٣ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (-\sqrt{٣})^{٤}}{(-\sqrt{٣})^{٣}} = -\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{-(\sqrt{٣})^{٣}} = -(\sqrt{٣})^{٥+٤-٣} = -(\sqrt{٣})^{٦} = -(٣)^{٣} = -٢٧$

٤ $[(\sqrt{٢})^{٣} \times (-\sqrt{٢})^{٢}]^{٢} = [(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٢})^{٢}]^{٢} = [(\sqrt{٢})^{٥}]^{٢} = [(\sqrt{٢})^{٢}]^{٥} = ٢^{٥} = ٣٢$

٥ $\frac{٣٢ \times ٤^{س+٣} \times ٨^{س}}{(٣٢)^{س}} = \frac{(٢^{٣})^{س} \times (٢^{٢})^{س+٣}}{(٢^{٥})^{س} \times ٢^{٥}} = \frac{٢^{٣س} \times ٢^{٢س+٩}}{٢^{٥س} \times ٢^{٥}} = ٢^{٣س+٢س+٩-٥س-٥} = ٢^{٤} = ١٦$

سؤال ١

اختصر كلًّا مما يأتى إلى أبسط صورة:

١ $(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٢})^{٧}$

٢ $(\sqrt{١١})^{٩} \div (\sqrt{١١})^{٥}$

٣ $(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣}$

٤ $\frac{(\sqrt{٨})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(-\sqrt{١٨})^{٤}}$

٥ $\left(\frac{\sqrt{٢٧}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤}$

٦ $\frac{٩^{س} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}}$

مثال ٩

أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

١ $٥(\sqrt{٥})^{-١}$ ٢ $\frac{٢^{-١} \times ٤}{٣^{-١}}$ ٣ $\frac{(١٠)^{-٣} \times ٠,٠٠١}{(١٠)^{-٩} \times (١٠)^{٤}}$

٤ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}}$ ٥ $\frac{٨^{ن-١} \times (٣٢)^{-ن}}{٣٢ \times ٤^{-ن}}$

الحل

١ $٥(\sqrt{٥})^{-١} = (\sqrt{٥})^{٢} \times (\sqrt{٥})^{-١} = (\sqrt{٥})^{٢-١} = \sqrt{٥}$

٢ $\frac{٢^{-١} \times ٤}{٣^{-١}} = \frac{٣ \times ٤}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$

٣ $\frac{(١٠)^{-٣} \times ٠,٠٠١}{(١٠)^{-٩} \times (١٠)^{٤}} = \frac{(١٠)^{-٣} \times (١٠)^{-٣}}{(١٠)^{-٩} \times (١٠)^{٤}} = \frac{(١٠)^{-٣-٣}}{(١٠)^{-٩+٤}} = \frac{(١٠)^{-٦}}{(١٠)^{-٥}} = ١٠^{-٦+٥} = (١٠)^{-١} = ٠,١$

٤ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}} = \frac{(٢^{٢})^{س} \times ٢^{س-٣}}{(٢^{٣})^{س-٢}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣س-٦}} = ٢^{٢س+س-٣-٣س+٦} = ٢^{٣} = ٨$

٥ $\frac{٨^{ن-١} \times (٣٢)^{-ن}}{٣٢ \times ٤^{-ن}} = \frac{(٢^{٣})^{ن-١} \times (٢^{٥})^{-ن}}{٢^{٥} \times (٢^{٢})^{-ن}} = \frac{٢^{٣ن-٣} \times ٢^{-٥ن}}{٢^{٥} \times ٢^{-٢ن}} = ٢^{٣ن-٣-٥ن-٥+٢ن}$

$= ٢^{-٨} = \frac{١}{٢^{٨}} = \frac{١}{٢٥٦}$

سؤال ٢

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتى فى أبسط صورة:

١ $٧(\sqrt{٧})^{-٢}$ ٢ $\frac{(\sqrt{٣})^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٧}}{(\sqrt{٣})^{-٣}}$

٣ $\frac{٠,٠٠١}{(١٠)^{-٢} \times (١٠)^{-٣}}$ ٤ $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٧^{٢ن+١}}{(١٤)^{٢ن}}$

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان: $\left(\frac{٤}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{٦٤}$ فإن: س = ... (-٤ ، -٣ ، ٣ ، ٤)

٢ إذا كان: $٣^{س} = ٢$ فإن: $(٢٧)^{س}$ = ... (٢ ، ٦ ، ٨ ، ١٦)

٣ إذا كان: $(٣)^{س-٣} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$ فإن: س = ... (١ ، -١ ، ١١ ، -١١)

الحل

١ ∵ $\left(\frac{٤}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{٦٤} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{-٣}$ ∴ س = -٣

٢ ∵ $(٢٧)^{س} = (٣^{٣})^{س} = (٣^{س})^{٣} = (٢)^{٣} = ٨$

٣ ∵ $(٣)^{س-٣} = [(\sqrt{٣})^{٢}]^{س-٣}$ ∴ $(\sqrt{٣})^{٢س-٦} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$ ⟸ ٢س - ٦ = س + ٥ ∴ س = ١١

مثال ٤

اختصر لأبسط صورة: $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم احسب قيمة الناتج عندما س = ١

الحل

$\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}} = \frac{(٢^{٢})^{س+١} \times (٣^{٢})^{٢-س}}{(٢ \times ٣)^{٢س}} = \frac{٢^{٢س+٢} \times ٣^{٤-٢س}}{٢^{٢س} \times ٣^{٢س}} = ٢^{٢س+٢-٢س} \times ٣^{٤-٢س-٢س}$

$= ٢^{٢} \times ٣^{٤-٤س} = ٤ \times ٣^{٤-٤س}$

(القيمة العددية للناتج عندما س = ١) $= ٤ \times ٣^{٤-٤\times١} = ٤ \times ٣^{صفر} = ٤ \times ١ = ٤$

سؤال ٣

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(أ) إذا كان: $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن: س = ... (-٥ ، -٣ ، ٣ ، ٥)

(ب) إذا كان: $٢^{س} = ٥$ فإن: $(٨)^{س}$ = ... (٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ١٢٥)

(جـ) $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}}$ = ... ($\frac{١}{١٠}$ ، ٧ ، ١٠ ، ١٠٠)

(د) إذا كان: $(٨)^{س-٣} = (٢)^{٢س+١}$ ، فإن: س = ... (١٠ ، -١٠ ، ١ ، -١)

٢ اختصر لأبسط صورة: $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$

مثال ٥

إذا كانت س = ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من:

١ $س^{٢} + ص^{٢}$ ٢ $س^{٢} \times ص^{٤}$ ٣ $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢}$ ٤ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣}$

الحل

١ $س^{٢} + ص^{٢} = (٣)^{٢} + (\sqrt{٢})^{٢} = ٩ + ٢ = ١١$

٢ $س^{٢} \times ص^{٤} = (٣)^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٤} = ٩ \times ٤ = ٣٦$

٣ $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢} = (٣^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{٤})^{-٢} = \left(\frac{٤}{٩}\right)^{-٢} = \left(\frac{٩}{٤}\right)^{٢} = \frac{٨١}{١٦}$

٤ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣} = \left(\frac{٣}{\sqrt{٢}}\right)^{-٣} = \left(\frac{\sqrt{٢}}{٣}\right)^{٣} = \frac{٢\sqrt{٢}}{٢٧}$

مثال ٦

إذا كان س = $\sqrt{٦}$ ، ص = $\sqrt{٥}$ فأوجد قيمة $(س + ص)^{٥} (س - ص)^{٥}$

الحل

$(س + ص)^{٥} (س - ص)^{٥} = [(س + ص)(س - ص)]^{٥} = (س^{٢} - ص^{٢})^{٥}$

$= [(\sqrt{٦})^{٢} - (\sqrt{٥})^{٢}]^{٥}$

$= (٦ - ٥)^{٥} = ١^{٥} = ١$

سؤال ٤

١ إذا كان س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٣}$ ، ع = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ فأوجد قيمة كل مما يأتي:

(أ) $(س ص)^{٢}$ (ب) $س^{٢} + (ص ع)^{٢} - ص^{٢}$

(جـ) $ص^{-٢} \times ع^{-٤}$ (د) $\left(\frac{ص}{ع^{-١}}\right)^{-٢} \times س^{٢}$

٢ إذا كانت س = $\sqrt{٣}$ ، ص = $\sqrt{٢}$ فأوجد قيمة $(س + ص)^{١٠} (س - ص)^{١١}$

حل أكثر

تدرب

الدرسان ٢ ، ٣

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

أولاً قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $(\sqrt{٢})^{٦}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) ٦٤ (ب) ١٢ (جـ) ٣٦ (د) ٨

٢ $٣^{٢} + ٣^{٢} + ٣^{٢}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) $٣^{٨}$ (ب) $٣^{٦}$ (جـ) $٢^{٣}$ (د) $٣^{٣}$

٣ $٢^{٣} \times ٢^{٣} \times ٢^{٣} \times ٢^{٣}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) $٢^{٤}$ (ب) $٢^{٥}$ (جـ) $٢^{٧}$ (د) $٢^{١٢}$

٤ نصف العدد $٢^{١٨}$ = ...

(أ) $٢^{٩}$ (ب) $١^{١٨}$ (جـ) $٢^{١٧}$ (د) $٢^{٣٦}$

٥ $\frac{١}{٢}$ العدد $٤^{٥}$ = ...

(أ) $٤^{٤}$ (ب) ٢٠ (جـ) $٢^{٩}$ (د) $٢^{٥}$

٦ سدس العدد $٢^{٥} \times ٣^{٥}$ = ...

(أ) $٢^{٥} \times ٣$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{٥}$ (د) $٦^{١٠}$

٧ $٣^{٥} + (\sqrt{٣})^{١٠} - ٢(٣)^{٥}$ = ...

(أ) صفر (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $(\sqrt{٣})^{٥}$ (د) $٢(٣)^{٥}$

٨ $(\sqrt{٣})^{٨} + (\sqrt{٣})^{٤}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٩

٩ إذا كان $٣^{س} = ٢$ فإن $٣^{س+١}$ = ... (دمياط ٢٠٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٢٧ (د) ٩

١٠ $(\sqrt{٦} + \sqrt{٧})^{١١} (\sqrt{٦} - \sqrt{٧})^{١١}$ = ... (البحيرة ٢٠١٩)

(أ) $\sqrt{٦}$ (ب) $\sqrt{٧}$ (جـ) ١ (د) −١

١١ $(٢)^{س} \times (٣)^{س} \times (٥)^{س}$ = ... (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) $٣٠^{س}$ (ب) $٢^{س+١}$ (جـ) $٣^{س+٢}$ (د) $٥^{س+١}$

١٢ إذا كان $أ^{س} = ٤$ ، $أ^{-ص} = ٣$ ، فإن $أ^{س+ص}$ = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) ١٢

٢ أكمل ما يأتي:

١ $\frac{\text{ب}^{٥}}{\text{ب}^{٢}} = \text{ب}^{....}$ ، ب ≠ ٠

٢ $(\text{أ}^{٢}\text{ب}^{٣}\text{حـ})^{٤} = \text{أ}^{....}\text{ب}^{....}\text{حـ}^{....}$

٣ $\frac{\text{س}^{٢} \times \text{س} \times \text{س}^{٦}}{\text{س}^{٥}} = \text{س}^{..}$ ، س ≠ ٠

٤ إذا كان $\text{أ}^{٧} = ٢$ فإن $\text{أ}^{١٤} = ...$

٥ $\left(\left(\sqrt{٢}\right)^{٢}\right)^{٢} = ...$

٦ إذا كان $٢^{٥} \times ٥^{٥} = ١٠^{\text{م}}$ فإن م = ... (الفيوم ٢٠٢٢)

٧ إذا كان $٤^{\text{س}} = ٥$ فإن $٦٤^{\text{س}} = ...$ (الفيوم ٢٠٢٣)

٨ إذا كان $\text{أ} = \sqrt{٢}$ ، $\text{ب} = \sqrt{٣}$ فإن $\text{أ}^{٢}\text{ب}^{٢} = ...$ (القاهرة ٢٠٢٢)

٩ $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤} = ...$ (القاهرة ٢٠٢٣)

---

٣ أوجد في أبسط صورة قيمة ما يلي:

١ $٢^{٣} \times ٣^{٣}$

٢ $\left(\sqrt{٧}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{٢}$

٣ $\left(-\sqrt{٥}\right)^{٩} \div \left(\sqrt{٥}\right)^{٥}$

٤ $\left(-٢\sqrt{٥}\right)^{٣}$

٥ $\left(\left(\sqrt{٥}\right)^{٢}\right)^{٢}$

٦ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}\right)^{٤}$

٧ $\frac{\left(\sqrt{٣}\right)^{٩} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٣}}{\left(-\sqrt{٣}\right)^{٨}}$ (العربية ٢٠٢٢)

٨ $\frac{\left(\sqrt{٥}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٥}\right)^{٦}}{\left(-\sqrt{٥}\right)^{٤} \times \left(-\sqrt{٥}\right)^{٤}}$ (العربية ٢٠٢٢)

٩ $\frac{\left(\sqrt{١٠}\right)^{٧} \times \left(\sqrt{١٠}\right)^{٨}}{\left(\sqrt{١٠}\right)^{٦}}$ (القاهرة ٢٠٢٣)

١٠ $\frac{\left(\sqrt{٢}\right)^{٧} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٣}}{(٢)^{٣}}$ (أسيوط ٢٠٢٢)

١١ $\frac{\left(\sqrt{٧}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{٧}}{\left(\sqrt{٧}\right)^{٦} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{٣}}$ (المنيا ٢٠١٩)

١٢ $\frac{\left(\sqrt{٣}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٢}}{\left(-٣\sqrt{٣}\right)^{٢}}$

١٣ $\frac{\left(-\sqrt{٢}\right)^{٧} \times ٣^{٤}}{٣ \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٣}}$

١٤ $\frac{\left(\sqrt{٥}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{٣} \times \sqrt{٥}}{\left(\sqrt{٥}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{٤}}$

١٥ $\frac{\left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٤}}{\left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times ١٠٨}$

١٦ $\frac{(١٥)^{٢} \times (٣)^{٢} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{٣}}{٩ \times \left(\sqrt{٥}\right)^{٣}}$

١٧ $\frac{٢^{\text{س}} \times ٥^{\text{س}}}{١٠^{\text{س}}}$ (الشرقية ٢٠١٩)

١٨ $\frac{٣^{٢\text{س}+١} \times ٢^{٢\text{س}+٢}}{٦^{٢\text{س}}}$ (الفيوم ٢٠٢٢)

١٩ $\frac{٣^{\text{س}} \times ٣^{\text{س}+١}}{٣^{٢\text{س}}}$ (الأقصر ٢٠٢٢)

---

٤ إذا كانت $\text{س} = ٢\sqrt{٢}$ ، $\text{ص} = ٣$ فأوجد: قيمة $\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢}$ (بورسعيد ٢٠٢٢)

---

٥ إذا كانت $\text{س} = \left(\sqrt{٢}\right)^{٣}$ ، $\text{ص} = \left(\sqrt{٢}\right)^{٥}$ فأوجد: قيمة $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ (العربية ٢٠٢٢)

---

٦ إذا كانت $\text{س} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\text{ص} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $\text{ع} = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$ فأوجد: قيمة $\text{س}^{٢} + (\text{س ع})^{٢} \times \text{ص}^{٢}$

---

٧ إذا كان: $\frac{٨^{\text{ن}} \times ٩^{\text{ن}}}{(١٨)^{\text{ن}}} = ٦٤$ فأوجد: قيمة ن

ثانيًا قوانين القوى (الأسس) الصحيحة السالبة فى ع:

٨ أكمل ما يأتى لتصبح العبارة صحيحة:

١ ٠,٠٢ × ٠,٥ = ١٠ ..... (الجيزة ٢٠١٩)

٢ إذا كان $س^{٣} ص^{-٣} = ٢٧$ فإن $\frac{س}{ص}$ = ... (أسيوط ٢٠١٩)

٣ $(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{-٥}$ = ... (جنوب سيناء ٢٠١٩)

٤ $٣^{-١} + ٣^{-١} + ٣^{-١}$ = ... (الدقهلية ٢٠١٩)

٥ إذا كان $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س} = \frac{٥}{٢}$ فإن س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

٦ إذا كان $٣^{س-١} = ٦$ فإن $٣^{س}$ = ... (الدقهلية ٢٠١٨)

٧ إذا كان $\frac{١}{٢^{س}} + \frac{١}{٢^{س}} = ٢^{٣}$ فإن س = ... (الجيزة ٢٠١٩)

٨ $\frac{(\sqrt{٥})^{-٥} \times (\sqrt{٥})^{-٤}}{(\sqrt{٥})^{-١٠}}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

---

٩ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $\left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{-٤}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) $\frac{-٤}{٩}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{٩}{٤}$ (د) $\frac{-٩}{٤}$

٢ أبسط صورة للمقدار $٣^{-١} \times ٣ \times ٣^{-١}$ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٣ (د) صفر

٣ $\sqrt{٢} \times (\sqrt{٢})^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{٣}$ = ...

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٤ إذا كان $\frac{ص}{س} = \frac{١}{٣}$ ، فإن $س^{٣} ص^{-٣}$ = ... (أسيوط ٢٠٢٢)

(أ) $\frac{١}{٢٧}$ (ب) $\frac{١}{٩}$ (جـ) ٩ (د) ٢٧

٥ إذا كان $٥^{س} = ٤$ فإن $٥^{س-١}$ = ... (القليوبية ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) ٠,٠٨ (د) ٠,١٢٥

٦ إذا كان $٥^{س} = \frac{١}{٥}$ فإن س = ... (الإسكندرية ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) صفر (د) ٥

٧ $٣^{-س} \times ٣^{-س} \times ٣^{-س}$ = ...

(أ) $٣^{-س+١}$ (ب) $٣^{-٣س}$ (جـ) $٣^{-س+٣}$ (د) $٣^{-٣س+١}$

٨ إذا كان أ = $\sqrt{٣}$ ، ب = $\sqrt{٢}$ فإن $\left(\frac{ب}{أ}\right)^{-٢}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) −٣ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) −٢

---

١٠ اختصر لأبسط صورة:

١ $٥\left(\sqrt{٥}\right)^{-٢}$

٢ $\frac{٣^{-١} \times ١٢}{٢^{-١} \times ٨}$

٣ $\frac{\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٧}}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٣}}$ (الجيزة ٢٠١٩)

٤ $\frac{\left(\sqrt{٢}\right)^{-٥} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{-٤}}{\left(\sqrt{٢}\right)^{-١٠}}$ (الفيوم ٢٠١٩)

٥ $\frac{\left(\sqrt{٧}\right)^{-٤} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{٧}}{\left(\sqrt{٧}\right)^{٦} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-٣}}$ (السويس ٢٠١٩)

٦ $\frac{\left(\sqrt{٣}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{-٤}}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٧} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{-٦}}$

٧ $\frac{(١٢)^{-٢} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٣} \times ٢^{٣}}{٤ \times \left(\sqrt{٣}\right)^{-٣}}$

٨ $\frac{٤^{س} \times ٦^{٢س}}{٢^{٤س} \times ٣^{٢س}}$ (الفيوم ٢٠٢٢)

٩ $\frac{٢^{-٢س} \times ٥^{-س}}{٢٠^{-س}}$ (أسيوط ٢٠٢٢)

١٠ $\frac{٤^{س+١} \times ٢٥^{س+١}}{١٠^{٢س}}$ (الدقهلية ٢٠١٩)

١١ $\frac{٩^{س} \times ٢٥^{س}}{(١٥)^{٢س}}$ (القاهرة ٢٠٢٢)

---

١١ إذا كانت س = ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ فأوجد فى أبسط صورة $س^{-٢} \times ص^{-٤}$ (دمياط ٢٠١٩)

---

١٢ أوجد قيمة س إذا كان $٣^{س-٣} \times ٥^{٣-س} = \frac{٩}{٢٥}$ (دمياط ٢٠١٩)

---

١٣ إذا كان $س^{٣} = ١٢٥$ ، $٧^{س+ص} = ١$ فأوجد قيمة س ، ص (القليوبية ٢٠١٩)

تحد نفسك

١٤ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان $٢^{س} = ٨$ ، $٤^{ص} = ١$ فإن $(س ص)^{٢}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٨

٢ إذا كان $٢^{س} + ٢^{س} + ٢^{س} = ٣$ فإن س = ... (القوية ٢٠٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ قيمة المقدار $(٢)^{صفر} + \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} + \left(\frac{١}{\sqrt{٢}-٨}\right)$ = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) −١ (د) ٢

٤ قيمة المقدار $\frac{(٣ - \sqrt{٥})^{٣} \times (٣ + \sqrt{٥})^{٣}}{٢^{٤}}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٥ أبسط صورة للمقدار $\frac{٥^{س+٢} - ٥^{س+١}}{٥^{س}}$ هى .....

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) $٥^{س}$

---

١٥ إذا كان $\frac{(٩)^{ن} \times (٤)^{٢ن} \times (٢٥)^{٢ن}}{(٣)^{-ن} \times (١٠)^{٤ن}} = ٢٧$ فأوجد قيمة ن

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرسين (٢)، (٣)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ أى مما يأتى هو الأقرب إلى $١١^{٢} + ٩^{٢}$ ؟

(أ) ٢٢ + ١٨ (ب) ٢١١ + ٢٩ (جـ) ١٢٠ + ٢٠ (د) ١٢٠ + ٨٠

٢ قيمة المقدار $(٢)^{٢٠} + (٢)^{٢١} =$ .....

(أ) ٢×٢^{٤٠} (ب) ٢×٢^{٤١} (جـ) ٣×٢^{٢٠} (د) ٣×٢^{٢١}

٣ قيمة المقدار $(٣)^{صفر} + \left(-\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} + \frac{١}{\sqrt{٣}-٢٧} =$ ..... (الجيزة ٢٠١٨)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ١ (د) ٣

٤ سدس العدد $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو .....

(أ) $٦^{٣}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

٥ قيمة المقدار $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠} =$ ..... (القدس ٢٠١٩)

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

٦ إذا كان $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن س ∈ .....

(أ) ح − {٣} (ب) {−٣} (جـ) ح − {−٣} (د) ح

٧ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٩} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٩}$ يساوى .....

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) ٥

٨ إذا كان $٣^{س} = ٥$، $\frac{١}{٣^{ص}} = ٧$ فإن $٣^{س+ص} =$ .....

(أ) $\frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٥}$ (جـ) ٢ (د) ١٢

٩ إذا كان $٢^{س-١} \times ٣^{١-س} = \frac{٩}{٤}$ فإن س = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

٢ أكمل ما يأتي:

١ أبسط صورة للمقدار: $٢^{\text{صفر}} + (٢)^{-١} - \left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} =$ .....

٢ إذا كانت $\text{س} = (\sqrt{٥} + ٧)^{٥}$ ، $\text{ص} = (\sqrt{٥} + ٧)^{-٥}$ فإن $\text{س ص} =$ .....

٣ $\text{أ}^{-٤} + ١ = \text{أ}^{-٤}$ (..... + ...) حيث $\text{أ} \neq ٠$

٤ إذا كانت $٢^{\text{س}} \times ٥^{-\text{س}} = ٢,٥$ فإن $\text{س} =$ .....

٥ إذا كانت $٤^{\text{س}-١٠} = \frac{١}{١٦}$ فإن $\sqrt[٣]{\text{س}} =$ .....

---

٣ اختصر لأبسط صورة:

١ $(\sqrt{٢})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٤}$

٢ $(-\sqrt{٥})^{٩} + (-\sqrt{٥})^{٥}$

٣ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}\right)^{٤}$

٤ $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$ (الغربية ٢٠١٣)

٥ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١٠}}$

٦ $\frac{(١٠)^{٢} \times (١٠)^{-٧}}{(٠,١)^{٢} \times ٠,٠٠١}$

---

٤ ١ إذا كان $\text{أ} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $\text{ب} = -١$ فأوجد قيمة $٧\,\text{أ}^{٦} + (١ - \text{ب})^{-٣}$

٢ إذا كان $\text{أ} = \sqrt{٣}$ ، $\text{ب} = \sqrt{٢}$ فأوجد قيمة: (أ) $\text{أ}^{٤} - \text{ب}^{٤}$ (ب) $\frac{\text{أ}^{٤}}{\text{ب}^{٤}}$

٣ إذا كان $\text{س} = ٢\sqrt{٢}$ ، $\text{ص} = ٣$ فأوجد قيمة المقدار $(\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢})^{٣}$ (الشرقية ٢٠٢٢)

٤ إذا كان $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{\text{س}} = \frac{٤}{٩}$ فأوجد قيمة المقدار $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{س}+١}$

---

٥ أوجد في أبسط صورة قيمة كل مما يأتي:

١ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{-٥}$

٢ $(\sqrt{٣})^{-٤} \times (-\sqrt{٢})^{٤}$

٣ $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} \div \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)$

٦ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى:

١ $٢^{س} = ٣٢$ ٢ $٢^{س-٣} = ١$ ٣ $٣^{س-٢} = \frac{١}{٩}$ ٤ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$

٥ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = ٢\frac{١}{٤}$ ٦ $(٣٢)^{س} = ٨^{٢س+١}$ ٧ $٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$

---

٧ ١ إذا كان $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ فأوجد قيمة س ، ص

٢ إذا كان $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{(١٨)^{س}} = ٦٤$ فأوجد قيمة س ثم أوجد قيمة $(٤)^{-س}$

٣ اختصر: $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ فى أبسط صورة ثم احسب قيم الناتج عند س = ١

٤ إذا كانت س = ٢ ، ص = $\sqrt[٣]{٧}$ ، فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:

(أ) $٣(س + ص)^{٤}(س - ص)^{٤}$ (ب) $\left(\frac{س + ص}{س - ص}\right)^{-٢}$

مجاب عنها في ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ $٣^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٦} =$ ..... (النوبية ٢٠١٨)

(أ) $(\sqrt{٣})^{٢٣}$ (ب) $٣^{١٠}$ (جـ) $٣^{٧}$ (د) $(\sqrt{٣})^{١٠}$

٢ إذا كان أ = $(٥)^{س}$ ، ب = $(٥)^{-س}$ فإن أ × ب = ... (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) $(٥)^{٢س}$ (جـ) $(٥٢)^{س}$ (د) صفر

٣ إذا كان عُمر خالد الآن س سنة فإن مربع عمره منذ ٥ سنوات = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) $(س - ٥)^{٢}$ (ب) $(س^{٢} - ٢٥)$ (جـ) (س − ٥) (د) (٥ − س)

٤ إذا كان $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ ، فإن $٢^{س+ص} =$ ..... (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) ٨ (ب) ٣ (جـ) ١٥ (د) ٢٥

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ $(\sqrt{٥})^{٤} =$ ..... (سوهاج ٢٠٢٢)

٢ $(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٢})^{-٣} = ٥$ (الغربية ٢٠٢٣)

٣ إذا كان $٣^{س} = ٥$ فإن $٣^{س+١} =$ ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٤ إذا كان $(٣)^{٤-س} = ١$ فإن س = ... (الغربية ٢٠٢٢)

---

٣ ١ اختصر لأبسط صورة:

(أ) $\frac{(\sqrt{٧})^{٥} \times (\sqrt{٧})^{٣}}{(\sqrt{٧})^{٦}}$ (سوهاج ٢٠٢٢)

(ب) $\frac{(\sqrt{٥})^{٥} \times (\sqrt{٧})^{٥}}{(\sqrt{٣٥})^{٥}}$ (الشرقية ٢٠٢٢)

(جـ) $\frac{(٢)^{-١} \times ٤}{(٣)^{-١}}$ (أسيوط ٢٠٢٣)

٢ اختصر لأبسط صورة $\frac{(٢)^{٣} \times (٣)^{س}}{(١٢)^{س}}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ١ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٣ أوجد قيمة س في الحالات الآتية:

(أ) $٢^{٢س-١} = ٣٢$ (القاهرة ٢٠٢٢)

(ب) $٥^{س-٢} = \frac{١}{٢٥}$ (الدقهلية ٢٠٢٢)

تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	

الدرس ٤

العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

تذكر وفكر: درسنا سابقًا :

إذا كان: أ ، ب ، حـ ، ء أعدادًا حقيقية (حيث إن أيًا من عوامل المقام ≠ ٠) فإن:

- $\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} = \frac{أحـ}{ب ء}$ مثل: $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧} = \frac{٦}{٣٥}$
- $\frac{أ}{ب} \div \frac{حـ}{ء} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ء}{حـ} = \frac{أ ء}{ب حـ}$ مثل: $\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{٧} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٢} = \frac{٢١}{١٠}$
- $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{أ ء + ب حـ}{ب ء}$ مثل: $\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٧} = \frac{٢١ + ١٠}{٥ \times ٧} = \frac{٣١}{٣٥}$

ترتيب إجراء العمليات الحسابية :

في حالة وجود الأسس (القوى)

١ **الأقواس**: أجرِ العمليات الموجودة في الأقواس (الداخلية ثم الخارجية)

٢ **الأسس**: احسب قوى الأعداد الصحيحة (الأسس)

٣ **الضرب والقسمة**: احسب عمليات الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

٤ **الجمع والطرح**: احسب عمليات الجمع أو الطرح من اليمين إلى اليسار

مثال ١

أوجد ناتج: $٣٠ \times (١٢ - ٢)^{-١} + ٢^{٢} + ٢٠$

الحل

$٣٠ \times (١٢ - ٢)^{-١} + ٢^{٢} + ٢٠ = ٣٠ \times (١٠)^{-١} + ٢^{٢} + ٢٠$

$= ٣٠ \times \frac{١}{١٠} + ٤ + ٢٠ = ٣ + ٤ + ٢٠ = ٢٧$

يمكنك التأكد باستخدام الآلة الحاسبة بالضغط على المفاتيح كالآتي: (من اليسار إلى اليمين)

ابدأ ← 3 0 × (1 2 − 2) x⁻¹ + 2 x² + 2 0 = 27

سؤال ١

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي في أبسط صورة ، ثم تأكد باستخدام الآلة الحاسبة:

١ $٢ \times ٣^{٢} - ٣٦ + ٢$ ٢ $٢^{-٣} \times ٣^{٢} \div ٦^{٤}$ ٣ $(٣ - ٥)^{٣} \div (-٢) \times (٢)^{-٤}$

مثال ٩

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتى فى أبسط صورة:

١ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥ \times \sqrt{٥}$ ٢ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥}$

الحل

١ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥ \times \sqrt{٥} = (\sqrt{٥})^{٤} \div ٥ \times \sqrt{٥}$

$= ٢٥\sqrt{٥} \div ٥ \times \sqrt{٥}$

$= ٥\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٢٥$

٢ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} = (\sqrt{٥})^{٥} \div (\sqrt{٥})^{٣}$

$= (\sqrt{٥})^{٥-٣} = (\sqrt{٥})^{٢} = ٥$

لاحظ أن

- $(\sqrt{٥})^{٥} = (\sqrt{٥})^{٤} \sqrt{٥} = ٢٥\sqrt{٥}$
- $٥\sqrt{٥} = (\sqrt{٥})^{٣}$
- فى ١ توجد عمليتان ÷ ، ×
- فى ٢ توجد عملية واحدة ÷ فقط.

نقاط هامة

- من المثال السابق: عند إجراء العملية الحسابية: $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥ \times \sqrt{٥}$

أولاً: نقوم بحساب قوى العدد: $(\sqrt{٥})^{٥} = ٢٥\sqrt{٥}$

ثانيًا: إجراء القسمة: $٢٥\sqrt{٥} \div ٥ = ٥\sqrt{٥}$

ثالثًا: إجراء الضرب كما يلى: $٥\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٢٥$

- بينما فى إجراء العملية الحسابية: $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥}$ فيُعتبر $٥\sqrt{٥}$ عددًا واحدًا وهو $(\sqrt{٥})^{٣}$

ونقوم بقسمة $(\sqrt{٥})^{٥} \div (\sqrt{٥})^{٣}$ مباشرة (يمكنك التأكد من الحل باستخدام الآلة)

سؤال ٢

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتى فى أبسط صورة:

١ $(\sqrt{٧})^{٤} \div \sqrt{٧}\,(\sqrt{٧} + \sqrt{٧})$ ٢ $(\sqrt{٧})^{٤} \div \sqrt{٧} \times (\sqrt{٧} + \sqrt{٧})$

مثال ٣

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي في أبسط صورة:

١ $\frac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div ٣ \times \sqrt{٣}}{٢\sqrt{٣} + (\sqrt{٣} - ١)^{٢}}$ ٢ $\frac{٤ \times ٣^{س+١} - ١١ \times ٣^{س-١}}{٢ \times ٣^{س} + ٧ \times ٣^{س-٢}}$

الحل

لاحظ أن

$(\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

١ $\frac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div ٣ \times \sqrt{٣}}{٢\sqrt{٣} + (\sqrt{٣} - ١)^{٢}} = \frac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div (\sqrt{٣})^{٢} \times \sqrt{٣}}{٢\sqrt{٣} + ٣ - ٢\sqrt{٣} + ١}$

$= \frac{٢(\sqrt{٣})^{٣} \times \sqrt{٣}}{٣ + ١} = \frac{٢(\sqrt{٣})^{٤}}{٤} = \frac{٢ \times ٩}{٤} = \frac{١٨}{٤} = \frac{٩}{٢}$

٢ $\frac{٤ \times ٣^{س+١} - ١١ \times ٣^{س-١}}{٢ \times ٣^{س} + ٧ \times ٣^{س-٢}} = \frac{٤ \times ٣^{س} \times ٣^{١} - ١١ \times ٣^{س} \times ٣^{-١}}{٢ \times ٣^{س} + ٧ \times ٣^{س} \times ٣^{-٢}} = \frac{٣^{س}\left[١٢ - \frac{١١}{٣}\right]}{٣^{س}\left[٢ + \frac{٧}{٩}\right]}$

$= \frac{\frac{٢٥}{٣}}{\frac{٢٥}{٩}} = ٣$

حل آخر

$\frac{٤ \times ٣^{س+١} - ١١ \times ٣^{س-١}}{٢ \times ٣^{س} + ٧ \times ٣^{س-٢}} = \frac{٣^{س-١}[٤ \times ٣^{٢} - ١١]}{٣^{س-٢}[٢ \times ٣^{٢} + ٧]}$

$= ٣^{س-١-س+٢} \times \frac{٢٥}{٢٥} = ٣$

لاحظ أن

- $\frac{٣^{س+١}}{٣^{س-١}} = ٣^{س+١-س+١} = ٣^{٢}$
- $\frac{٣^{س}}{٣^{س-٢}} = ٣^{س-س+٢} = ٣^{٢}$

سؤال ٣

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي في أبسط صورة:

١ $\frac{٢(\sqrt{٥})^{٥} \div ٢\sqrt{٢٠}}{(\sqrt{٥} - \sqrt{٣})^{٢} + ٢\sqrt{١٥}}$ ٢ $\frac{٦ \times ٣^{س} + ٢ \times ٣^{س}}{٩ \times ٣^{س} - ٥ \times ٣^{س}}$ ٣ $\frac{(\sqrt{٨})^{٢} \times ٢(\sqrt{٨})^{٣}}{٤\sqrt{٨} + ١٢(\sqrt{٨})^{٣}}$

مثال ٤

إذا كان: $\frac{٣^{س} \times ٨^{س}}{(١٢)^{س+١}} = \frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة س

الحل

$$\frac{٣^{س} \times ٨^{س}}{(١٢)^{س+١}} = \frac{١}{٣} \Longleftarrow \frac{٣^{س} \times ٢^{٣س}}{(٢^{٢} \times ٣)^{س+١}} = \frac{١}{٣}$$

$$\frac{٣^{س} \times ٢^{٣س}}{٢^{٢س+٢} \times ٣^{س+١}} = \frac{١}{٣} \Longleftarrow ٣^{س-س-١} \times ٢^{٣س-٢س-٢} = \frac{١}{٣}$$

$$٣^{-١} \times ٢^{س-٢} = \frac{١}{٣} \Longleftarrow \frac{١}{٣} \times ٢^{س-٢} = \frac{١}{٣}$$

$$\therefore ٢^{س-٢} = ١ \Longleftarrow س - ٢ = ٠ \quad \therefore س = ٢$$

مثال ٥

أثبت أن: $\frac{٢^{٣س+٣} - ٢^{٣س+١}}{٤ \times ٢^{٣س} - ٦ \times ٢^{٣س-١}} = ٦$

الحل

الطرف الأيمن $= \frac{٢^{٣س+٣} - ٢^{٣س+١}}{٤ \times ٢^{٣س} - ٦ \times ٢^{٣س-١}} = \frac{٢^{٣س} \times ٢^{٣} - ٢^{٣س} \times ٢^{١}}{٤ \times ٢^{٣س} - ٦ \times ٢^{٣س} \times ٢^{-١}}$

$= \frac{٢^{٣س}\left[٢^{٣} - ٢^{١}\right]}{٢^{٣س}\left[٤ - ٦ \times \frac{١}{٢}\right]} = \frac{٨ - ٢}{٤ - ٣} = ٦ =$ الطرف الأيسر

سؤال ٤

١ إذا كان أ = $\sqrt{٣}$ ، ب = $\sqrt{٥}$ فأوجد (باستخدام التحليل) القيمة العددية لكل مما يأتي:

(أ) $\frac{أ^{٤} - ب^{٤}}{أ^{٢} + ب^{٢}}$ (ب) $\frac{أب^{٢} + أ^{٢}ب}{ب^{٢} - أ^{٢}}$ (جـ) $\frac{أ^{٣} - ب^{٣}}{أ^{٢} + أب + ب^{٢}}$

٢ أوجد قيمة س في كلٍّ مما يأتي:

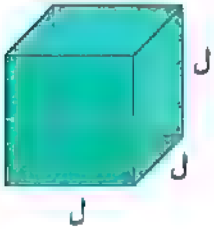
(أ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س^{٢} - ٤س} = ١٥\frac{٥}{٨}$ (ب) $٢^{س} + ٢^{س+١} = ٢٤$

تطبيقات هندسية:

مثال ٦

إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوى $٣,٣٧٥ \times ١٠^{٢}$ سم^{٢} فأوجد:

١ طول حرف المكعب ٢ حجم المكعب



الحل

١ نفرض أن طول حرف المكعب = ل سم

∵ المساحة الكلية للمكعب = ٦ ل^{٢} ∴ ٦ ل^{٢} = $٣,٣٧٥ \times ١٠^{٢}$

ل^{٢} = $\frac{٣٣٧,٥}{٦} = \frac{٢٢٥}{٤} = \left(\frac{١٥}{٢}\right)^{٢}$

∴ ل = $\frac{١٥}{٢}$ = ٧,٥ سم أو ل = $\frac{-١٥}{٢}$ = −٧,٥ ⟸ (مرفوض)

٢ ∵ حجم المكعب = ل^{٣} ∴ حجم المكعب = $(٧,٥)^{٣}$ = ٤٢١,٨٧٥ سم^{٣}

مثال ٧

أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوى $١,٢٣٤٨ \times ١٠^{٤}\pi$ سم^{٣}

(علمًا بأن حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣})

الحل

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣}

∴ $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣} = $١,٢٣٤٨ \times ١٠^{٤}\pi$ ⟸ $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} = ١٢٣٤٨

∴ نق^{٣} = $\frac{١٢٣٤٨ \times ٣}{٤}$ = ٩٢٦١ ∴ نق = $\sqrt[٣]{٩٢٦١}$ = ٢١ سم

سؤال ٥

١ مكعب طول حرفه $٣\sqrt{٢}$ سم أوجد:

(أ) حجمه (ب) مساحته الكلية

٢ إذا كانت حـ = $\frac{أ(ر^{ن} - ١)}{ر - ١}$ وكانت أ = ١٢٨، ر = $\frac{٣}{٢}$ ، حـ = $٦,٣٠٥ \times ١٠^{٣}$ فأوجد قيمة ن

مجاب عنه في ملحق الإجابات

أولاً: ترتيب إجراء العمليات الحسابية في حالة وجود الأسس (القوى):

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان أ = $\sqrt[3]{2}$ ، ب = $\sqrt[3]{3}$ فإن $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-3}$ = ... (القاهرة ٢٠١٩)

(أ) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (ب) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (جـ) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{2}{3}$

٢ $2^3 \div 2 \times (5 - 1) + 7$ = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ١١ (ب) ١٢ (جـ) ١٤ (د) ٢٣

٣ $\left(\sqrt{2}\right)^{10} \times 2$ = ... (قنا ٢٠٢٣)

(أ) 2^6 (ب) 2^5 (جـ) $\sqrt{10}$ (د) $\sqrt{2}$

٤ إذا كان أ = $\sqrt{2}$ ، ب = $\sqrt{3}$ فإن $أ^2 ب^4$ = ... (الجيزة ٢٠١٩)

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ١٨

٥ $3^5 + \left(\sqrt{3}\right)^{10} - 3(3)^5$ = ... (كفر الشيخ ٢٠١٩)

(أ) صفر (ب) -3^5 (جـ) $\left(\sqrt{3}\right)^5$ (د) $2(3)^5$

٦ المقدار $\frac{3^{س} \times 3^{س} \times 3^{س}}{3^{س} + 3^{س} + 3^{س}}$ = ...

(أ) $3^{2س-1}$ (ب) $3^{1-2س}$ (جـ) $3^{س^2 - 3س}$ (د) $3^{3س - 3س^2}$

٢ أكمل:

١ إذا كانت س = $\sqrt{3}$ ، ص = $\sqrt{2}$ فإن: $س^2 - ص^2$ = ... (الجيزة ٢٠١٩)

٢ إذا كانت س ≠ صفر، س + $\frac{1}{س}$ = $\sqrt{3}$ فإن: $س^2 + \frac{1}{س^2}$ = ... (القاهرة ٢٠١٩)

٣ $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-6}$ = ... (كفر الشيخ ٢٠١٩)

٤ أبسط قيمة للمقدار ٢ − $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$ = ... (ب ٢٠٢٣)

٥ إذا كان $2^{-1} + 2^{-1}$ = س فإن: س = ... (أسيوط ٢٠١٩)

٦ $\sqrt{2} \times \left(\sqrt{2}\right)^3$ = ... (القليوبية ٢٠١٩)

٧ إذا كان $2^{س} + 2^{س}$ = ١ فإن: س = ...

٨ إذا كان $3^{س} + 3^{س} + 3^{س}$ = ٩ فإن: س = ...

٩ $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} = \dots\dots\dots$

١٠ $(٣^{٢})^{٣} \div ٩^{-٣} \times (-٢)^{-١} = \dots\dots\dots$

١١ $٤^{٣} \times ٣^{-٢} \times \left(\sqrt[٣]{-٨}\right)^{-٤} = \dots\dots\dots$

١٢ $(٣)^{٥} \div \left(\sqrt{٣}\right)^{١٠} - ٢(٣)^{٣} = \dots\dots\dots$

---

٣ أجب عما يلي:

١ اختصر لأبسط صورة: $\frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{٦^{٢ن}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما ن = −٢

٢ إذا كان $\frac{٤^{س} \times ٢٥^{س+١}}{١٠^{٢س}} = ٥^{ن}$ فأوجد قيمة ن (الدقهلية ٢٠١٩)

٣ إذا كان $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \frac{١٢٥}{٨}$ فأوجد قيمة س

ثانيًا تطبيقات هندسية:

٤ اختر الإجابة الصحيحة:

١ حجم المكعب الذى طول حرفه س سم هو ..... سم^{٣}

(أ) ٣س (ب) س^{٣} (جـ) س + ٣ (د) س − ٣

٢ حجم الكرة التى طول نصف قطرها نق سم هو ..... سم^{٣}

(أ) $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣} (ب) $\frac{٣}{٤}\pi$ (جـ) $\frac{١}{٣}\pi$ نق^{٣} (د) $\frac{٤}{٣}\pi$ نق

٣ المساحة الجانبية لأسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها نق سم وارتفاعها ع سم هى ..... سم^{٢}

(أ) π نق^{٢} ع (ب) π نق ع^{٢} (جـ) ٢ π نق ع (د) ٣ π نق

٤ المكعب الذى طول ضلعه يساوى $\sqrt{٥}$ سم ، يكون حجمه = ... سم^{٣}

(أ) $\sqrt{٥}$ (ب) ٥ $\sqrt{٥}$ (جـ) ٩ (د) ٣ $\sqrt{٥}$

٥ المكعب الذى طول ضلعه يساوى ٢ $\sqrt{٣}$ سم تكون مساحته الجانبية = ... سم^{٢}

(أ) ٢٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٩ (د) ٤٨

٦ إذا كان طول نصف قطر كرة $\sqrt{٦}$ سم ، فإن حجمها = ... سم^{٣}

(أ) ٦ π (ب) ٨ $\sqrt{٦}$ π (جـ) ٦ $\sqrt{٣}$ π (د) ٩ $\sqrt{٣}$ π

٧ إذا كان حجم كرة = ٣٦ π سم^{٣} ، فإن طول نصف قطرها = ... سم

(أ) $\sqrt[٣]{٦}$ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) ٣ (د) ٩

---

٥ أوجد المساحة الجانبية لأسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧سم، وارتفاعها ١٠ $\sqrt{٢}$ سم. (علمًا بأن $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

تحدى نفسك

٦ إذا كان $\frac{٦^{ن^٢} \times ٢^{ن^٢}}{٤^{ن^٢} \times ٣^{ن^٢+٤}} = ٩^{-س}$ فأوجد قيمة س

٧ إذا كان $\frac{(٤٩)^{ن} \times (٢٥)^{ن^٢} \times (٣)^{ن^٤}}{(٧)^{-ن} \times (١٥)^{ن^٤}} = ٣٤٣$ فأوجد قيمة $٦^{ن^٢}$

٨ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية:

١ $٣^{س+١} - ٣^{س-٢} = ٧٨$ ٢ $٢^{س+١} + ٢^{س-١} = ١٠$

٣ $٣^{٢س+١} - ٣^{٢س-١} = ٨$ (بنى سويف ٢٠١٩) ٤ $٢^{س+٣} + ٢^{س} = ٩$

٩ إذا كان $حـ = م(١ + ر)^{ن}$ حيث (حـ) جملة المبلغ بالجنيه، (ر) ربح الجنيه فى السنة، (ن) عدد السنوات، فأوجد (حـ) لأقرب جنيه، حيث إن $م = ٢,٥ \times ١٠^{٤}$، $ر = ٩,٨ \times ١٠^{-٢}$، $ن = ١٢$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٤)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ أكمل ما يأتى:

(أ) $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} = ...$

(ب) $\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{د} = \frac{.....}{.....}$ حيث حـ ≠ ٠

(جـ) $٣ \times ٢^{٢} - ٦ \div ٣ \times ٥ + ٤ = ...$ (بورسعيد ٢٠٢٢)

(د) $(\sqrt{٣})^{٣} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ...$

(هـ) إذا كان $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{١٢^{س}} = \frac{١}{٢}$ فإن س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(و) إذا كان $٦^{س} = ٧$ فإن $٦^{س+١} = ...$ (القاهرة ٢٠٢٣)

٢ إذا كان $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{(١٨)^{س}} = ٦٤$ فأوجد قيمة $(٤)^{-س}$

٣ إذا كان $٣^{س-٤} = ١$ فأوجد قيمة س

٤ أوجد قيمة المقدار: $\frac{(٢٧)^{س-١} \times ٨^{س}}{(٢\sqrt{٣})^{س-٢} \times (٣\sqrt{٢})^{٢س}}$

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان: $٣^{س-٢} = ٢^{س-٢}$ فإن س = ... (الغربية ٢٠١٩)

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ٤

٢ $٥ \times ٢^{٢} - ٦ =$ ..... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) ١٤ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ٢٠

٣ إذا كان $٢^{س} = ٢$ فإن $٤^{س} =$ ..... (الشرقية ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٤ $٤ \times ٥ - ١٥ + ٣ =$ ..... (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

٢ أكمل ما يأتى:

١ $٢ \times ٦ - ١٢ \div ٣ =$ ..... (دمياط ٢٠٢٢)

٢ $٥^{٢} + ٥^{٢} + ٥^{٢} + ٥^{٢} + ٥^{٢} = ٥^{.....}$ (سوهاج ٢٠٢٢)

٣ إذا كان $٣^{س} = ٢١$ ، $٣^{ص} = ٧$ فإن $٣^{س-ص} =$ ..... (الدقهلية ٢٠٢٢)

٤ أبسط صورة للمقدار : $٢^{-١} \times (\sqrt{٢})^{٢} + ٢ =$ ..... (الأقصر ٢٠٢٢)

٣ أجب عما يأتى:

١ اختصر لأبسط صورة: $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}}$ وإذا كان الناتج يساوى $(١ , ٠)^{س-٢}$ فأوجد قيمة س . (الدقهلية ٢٠٢٢)

٢ أوجد قيمة م إذا كان: $\frac{٢^{٢} \times ٣^{٢}}{(١٨)^{٢}} = ٩$ (القاهرة ٢٠٢٢)

٣ إذا كان $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٧}$ ، فأوجد القيمة العددية $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} + ص^{٢}}$ (سوهاج ٢٠٢٢)

٤ اختصر $\frac{س^{٧} \times س^{-٢}}{س^{٣}}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ٣ (بنى سويف ٢٠٢٢)

٥ إذا كان $٣^{س} = ٢٧$ ، $٢^{س+ص} = ٨$ ، فأوجد: $س^{ص}$ (الأقصر ٢٠٢٢)

٦ إذا كان $\frac{أ^{-٥} \times أ^{-٤}}{أ^{-١٢}} = ٨$ ، فأوجد: قيمة أ (الدقهلية ٢٠٢٢)

تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
راجع شرح الدروس وأعد المحاولة	حل تدريبات أكثر		

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ $٥^{-٢}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) -١٠ (ب) -٢٥ (جـ) $\frac{١}{٢٥}$ (د) ٢٥

٢ $٣^{س}$ = ٥ فإن $٩^{س}$ = ...

(أ) ٩ (ب) ٨١ (جـ) ٢٥ (د) ١٥

٣ $٢^{٣} + ٢^{٣} + ٢^{٣} + ٢^{٣}$ = ...

(أ) $٢^{١٢}$ (ب) $٨^{٣}$ (جـ) $٢^{٥}$ (د) $٣^{٨}$

٤ أبسط صورة للمقدار $\sqrt{٤ \times \sqrt{٣٦} + \sqrt[٣]{٢٧} - ٢^{٢}}$ هى .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٣٦

٥ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٢٠٢٤} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٢٠٢٤}$ = ... (دقهلية ٢٠٢٣)

(أ) $\sqrt{٥}$ (ب) $\sqrt{٦}$ (جـ) ١ (د) ٥

٦ إذا كان $(\frac{٢}{٥})^{س} = (\frac{٥}{٢})^{٤}$ فإن س = ... (دمياط ٢٠٢٢)

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١ (د) صفر

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

١ إذا كان $أ^{س} \times أ^{٦} = أ^{٦}$ فإن س = ... حيث أ ≠ ٠

٢ إذا كان $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن س = ... (كفر الشيخ ٢٠١٩)

٣ $(\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣} = ٢$

٤ إذا كان $٢^{س} = ٧$ ، $٢^{ص} = ٣$ فإن $٢^{ص-س}$ = ...

٥ إذا كان خمسة أمثال عدد ما هو $٥^{٣}$ فإن $\frac{٤}{٥}$ هذا العدد هو .....

٦ إذا كان $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن س = ...

السؤال الثالث:

١ إذا كان $٢^{س+٣} = ٣٢$ فما قيمة س؟ (المنوفية ٢٠٢٢)

٢ اختصر لأبسط صورة: (أ) $\frac{٣^{س-٢} \times ٩^{س+١}}{٢٧^{س}}$

(ب) $\frac{(\sqrt{٢})^{٩} \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٥}}$ (القليوبية ٢٠٢٢)

السؤال الرابع:

١ حلل تحليلًا تامًّا كلًّا من:

(أ) $٢س^{٢} + ٧س + ٥$ (الشرقية ٢٠٢٢)

(ب) $٢س^{٢} - ٥٠$

٢ عدد حقيقي موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج مساويًا ١٢، فما هو العدد؟

السؤال الخامس:

١ إذا كانت $س = ٢ + \sqrt{٣}$ ، $ص = ٢ - \sqrt{٣}$

فأوجد قيمة المقدار : $\frac{س^{٧}ص^{٨} - ص}{(س + ص)^{٩}}$ في أبسط صورة.

٢ أوجد قيمة ن إذا كان: $\frac{(١٤)^{٢ن} \times ٤^{ن+١}}{٤ \times ٧^{ن} \times ١٦^{ن}} = ٤٩$

٣ إذا كان حجم المخروط الدائري القائم يعطى بالعلاقة: $ح = \frac{١}{٣}\pi نق^{٢} ع$ فأوجد ارتفاع المخروط إذا علم أن حجم المخروط $٧,٧ \times ١٠^{٢}$ سم^{٣} وطول قطر قاعدته ١٤ سم. (اعتبر $\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

مجاب عنه فى ملحق الإجابات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ الرقم الذى فى خانة آحاد العدد $٣^{١٢} \times ٢^{١٤}$ هو: .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

٢ إذا كانت س ≠ ٠ ، $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٥}$ فإن $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

السؤال الثانى: اختصر لأبسط صورة:

١ $((-٥)^{٣})^{٢} \times (-\sqrt{٥})^{-٤}$

٢ $\frac{٨^{ن-١} \times ٣٢^{-ن}}{٣٢ \times ٤^{-ن}}$

السؤال الثالث: أوجد قيم س فى كل مما يأتى:

١ $(\frac{٢}{٣})^{س+٥} = (٣\frac{٣}{٨})^{-٢}$

٢ $٥^{س^{٢}-٥س} = ٠,٠٠١٦$

السؤال الرابع:

إذا كان: $(\sqrt{\frac{٣}{٢}})^{س} = \frac{٩}{٤}$ فأوجد قيمة $(\frac{٣}{٢})^{س+١}$

السؤال الخامس:

إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون فى إحدى الدول يتحدد من العلاقة:

$ص = ١١,٧ (١,٠٢)^{س}$ حيث س عدد السنين بدءًا من عام ٢٠٠٥

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة:

(أ) عام ٢٠١١ (ب) عام ٢٠٠٠

الوحدة الثالثة ٣

الاحتمال

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون الطالب قادرًا على أن:

درس الوحدة الاحتمال

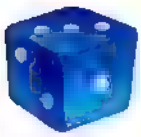
- يتذكر ما سبق دراسته عن مفهوم العينة وكيفية اختيارها والتجربة العشوائية.
- يجرى تجربة عشوائية ويكتب فضاء العينة.
- يحسب الاحتمال لأحد الأحداث.
- يتذكر الحدث المستحيل والحدث المؤكد.

درس

ذاكر الاحتمال

تذكر وفكر:

من تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الذى يظهر على الوجه العلوى، نجد أن:



- فضاء العينة ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
- عدد عناصر فضاء العينة ف = ن (ف) = ٦

إذا كان أ هو حدث ظهور رقم فردى = {١ ، ٣ ، ٥}

فإن عدد عناصر الحدث أ = ن (أ) = ٣

يكون احتمال وقوع الحدث أ = ل (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

الاستدلال الاحصائى

الاستدلال الإحصائى يقوم على فكرة اختيار **عينة عشوائية** من المجتمع الإحصائى الذى نقوم بدراسته، وتكون ممثلة للمجتمع، ونجرى البحث على العينة، وما نحصل عليه من نتائج يتم تعميمه على المجتمع بأكمله؛ أى **نستدل على وجود النتائج فى المجتمع** من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه.

فمثلًا: إذا كان هناك مصنع للمصابيح الكهربائية ينتج عددًا كبيرًا جدًّا من المصابيح، ولتحقيق الجودة المطلوبة وتوفيرًا للجهد والوقت فى الكشف على كل هذه المصابيح تقوم إدارة المصنع بصفة دورية بأخذ عينة عشوائية من المنتج يوميًّا وحساب نسبة الوحدات المعيبة أسبوعيًّا حتى تكون هذه النسبة أقل ما يمكن. وبفرض أن عدد هذه العينة العشوائية كانت ١٠٠ مصباح، وكانت النتائج كالآتى:

اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	المجموع
عدد الوحدات المعيبة	٢	٢	١	٢	٣	٢	٢	١٤

مما سبق نستنتج أن: عدد الوحدات المعيبة فى الأسبوع = ١٤ وحدة

متوسط عدد الوحدات المعيبة يوميًا = $\frac{١٤}{٧}$ = ٢ من كل ١٠٠ وحدة، أى أن نسبة الوحدات المعيبة يوميًا = ٢٪

وبذلك يكون قد تم الاستدلال على وجود النتائج فى المجتمع من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه.

تعريف

العينة: هى جزء صغير من مجتمع كبير، تشبه المجتمع وتمثله، وتُختار بطريقة عشوائية، وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة والتى تكون أقرب إلى الواقع، ويمكن اتخاذ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات؛ ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع كله.

الاحتمال

الاحتمال النظرى

ويقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات.

فمثلًا: عند إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر تكون فرصة ظهور الصورة ص تساوى فرصة ظهور الكتابة ك.

الاحتمال التجريبى

ويعتمد على إجراء التجارب عمليًّا وتسجيل النتائج.

$$\text{احتمال حدوث نتيجة معينة} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذه النتيجة}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$$

- **كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة اقتربت قيمة الاحتمال التجريبى من الاحتمال النظرى.**

تعريف

- **التجربة العشوائية:** هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها، ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلًا عند إجراء التجربة.
- **فضاء العينة (ف):** هو مجموعة عناصرها جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية، ويرمز لها بالرمز (ف)، ونرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن (ف).
- **الحدث:** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

احتمال وقوع الحدث:

إذا كان: أ حدثًا فى فضاء العينة (ف)، نرمز لعدد عناصر الحدث أ بالرمز ن (أ)

فإن: احتمال وقوع الحدث (أ) يرمز له بالرمز ل (أ) حيث: $\text{ل (أ)} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث (أ)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$

نقاط هامة

- العدد المتوقع لحدوث نتيجة معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة.
- لأى حدث أ يكون: صفر ≤ ل (أ) ≤ ١

وذلك لأنه: ∵ ن (أ) ∈ ط ، ن (ف) ∈ ص ، أ ⊂ ف

، ∵ صفر ≤ ن (أ) ≤ ن (ف) [بقسمة جميع الأطراف على ن (ف)]

∴ صفر ≤ $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$ ≤ ١ ∴ صفر ≤ ل (أ) ≤ ١

أى أن: ل (أ) ∈ [٠ ، ١]

- الحدث المستحيل ∅ : هو حدث لا يمكن وقوعه،

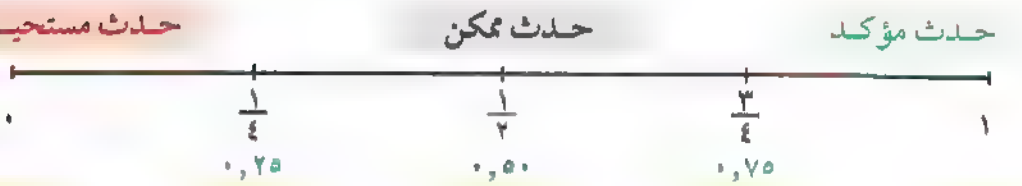
∴ ل (∅) = $\frac{\text{ن (∅)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{\text{صفر}}{\text{ن (ف)}}$ = صفر أى أن: احتمال الحدث المستحيل = صفر

- الحدث المؤكد (ف): هو الحدث الذى يشمل كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

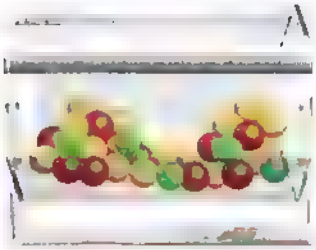
∴ ل (ف) = $\frac{\text{ن (ف)}}{\text{ن (ف)}}$ = ١ أى أن: احتمال الحدث المؤكد = ١

ويمكن كتابة الاحتمال فى صورة: كسر اعتيادى أو كسر عشرى أو نسبة مئوية.

ويمكن توضيح ذلك بالشكل أدناه:



مثال



صندوق يحتوى على ١٠ كرات حمراء و٥ كرات خضراء و١٥ كرة صفراء، سحبت كرة واحدة عشوائيًا.

احسب احتمال أن تكون:

١ الكرة المسحوبة حمراء.
٢ الكرة المسحوبة صفراء.
٣ الكرة المسحوبة حمراء أو صفراء.
٤ الكرة المسحوبة ليست خضراء.
٥ الكرة المسحوبة حمراء أو خضراء أو صفراء.
٦ الكرة المسحوبة زرقاء.

الحل

١ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{عدد الكرات الكلى}} = \frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$

٢ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء = $\frac{\text{عدد الكرات الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلى}} = \frac{١٥}{٣٠} = \frac{١}{٢}$

٣ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو صفراء = $\frac{١٠ + ١٥}{٣٠} = \frac{٢٥}{٣٠} = \frac{٥}{٦}$

٤ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست خضراء = $\frac{٢٥}{٣٠} = \frac{٥}{٦}$

٥ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو خضراء أو صفراء = $\frac{١٠ + ٥ + ١٥}{٣٠} = \frac{٣٠}{٣٠} = ١$ (حدث مؤكد)

٦ احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = $\frac{\text{صفر}}{٣٠}$ = صفر (حدث مستحيل)

نقاط هامة

- الحدث البسيط (الحدث الأوَّلى) هو حدث يشتمل على عنصر واحد فقط.
- مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لأى تجربة عشوائية = ١

فمثلًا: إذا كان ف = {أ ، ب ، حـ}، فإن ل (أ) + ل (ب) + ل (حـ) = ١

- إذا كان احتمال وقوع حدث ما = س فإن احتمال عدم وقوعه = ١ − س

فمثلًا: إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٩ فإن احتمال رسوبه = ١ − ٠,٩ = ٠,١

مثال

صندوق به ١٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٥ خلطت جيدًا،
فإذا سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المكتوب عليها،
فأوجد احتمال:

١ أن يكون العدد فرديًا.
٢ أن يكون العدد أوليًا.
٣ أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣
٤ أن يكون العدد يقبل القسمة على ٥
٥ أن يكون العدد زوجيًا ويقبل القسمة على ٣

الحل

∵ فضاء العينة ف = {١، ٢، ٣، ....، ١٥} ∴ ن (ف) = ١٥

١ بفرض أن (أ) هو حدث «ظهور عدد فردى» ∴ أ = {١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥}

∴ ن (أ) = ٨ ∴ ل (أ) = $\frac{ن(أ)}{ن(ف)} = \frac{٨}{١٥}$

٢ بفرض أن ب هو حدث «ظهور عدد أولى» ∴ ب = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣}

∴ ن (ب) = ٦ ∴ ل (ب) = $\frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

٣ بفرض أن حـ هو حدث «ظهور عدد يقبل القسمة على ٣» ∴ حـ = {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥}

∴ ن (حـ) = ٥ ∴ ل (حـ) = $\frac{ن(حـ)}{ن(ف)} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

٤ بفرض أن ء هو حدث «ظهور عدد يقبل القسمة على ٥» ∴ ء = {٥، ١٠، ١٥}

∴ ن (ء) = ٣ ∴ ل (ء) = $\frac{ن(ء)}{ن(ف)} = \frac{٣}{١٥} = \frac{١}{٥}$

٥ بفرض أن هـ هو حدث ظهور «عدد زوجى ويقبل القسمة على ٣» ∴ هـ = {٦، ١٢}

∴ ن (هـ) = ٢ ∴ ل (هـ) = $\frac{ن(هـ)}{ن(ف)} = \frac{٢}{١٥}$

مثال ٣

في استبيان حول الرياضة التي يفضلها طلاب إحدى المدارس بحيث يكون لكل طالب رياضة مفضلة واحدة فقط كانت النتيجة كالآتي:

نوع الرياضة	كرة القدم	كرة السلة	الكرة الطائرة	السباحة
عدد الطلاب	١٢٠	٦٥	٨٠	٣٥

إذا تم اختيار أحد الطلاب عشوائيًّا، فما احتمال أن تكون الرياضة المفضلة...؟

١ كرة القدم.
٢ كرة السلة.
٣ الكرة الطائرة.
٤ السباحة.
٥ كرة السلة والسباحة معًا.

الحل

عدد الطلاب = ١٢٠ + ٦٥ + ٨٠ + ٣٥ = ٣٠٠ طالب.

١ احتمال أن تكون الرياضة المفضلة هي كرة القدم = $\frac{\text{عدد طلاب كرة القدم}}{\text{عدد الطلاب الكلي}} = \frac{١٢٠}{٣٠٠} = \frac{٢}{٥}$

٢ احتمال أن تكون الرياضة المفضلة هي كرة السلة = $\frac{\text{عدد طلاب كرة السلة}}{\text{عدد الطلاب الكلي}} = \frac{٦٥}{٣٠٠} = \frac{١٣}{٦٠}$

٣ احتمال أن تكون الرياضة المفضلة هي الكرة الطائرة = $\frac{\text{عدد طلاب الكرة الطائرة}}{\text{عدد الطلاب الكلي}} = \frac{٨٠}{٣٠٠} = \frac{٤}{١٥}$

٤ احتمال أن تكون الرياضة المفضلة هي السباحة = $\frac{\text{عدد طلاب السباحة}}{\text{عدد الطلاب الكلي}} = \frac{٣٥}{٣٠٠} = \frac{٧}{٦٠}$

٥ احتمال أن تكون الرياضة المفضلة هي كرة السلة والسباحة معًا = $\frac{٠}{٣٠٠} = ٠$

سؤال ١

صندوق به بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٥، فإذا سحبت بطاقة عشوائيًّا من الصندوق ولوحظ العدد المكتوب عليها فأوجد احتمال:

١ أن يكون العدد مربعًا كاملًا.
٢ أن يكون العدد زوجيًّا ويقبل القسمة على ٧

مثال ٤

مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية قام بسحب عينة عشوائية مكونة من ٤٠٠ مصباح، فوجد أن عدد المصابيح التالفة ١٢ مصباحًا.

١ أوجد احتمال أن يكون المصباح تالفًا.

٢ أوجد احتمال أن يكون المصباح سليمًا. ٣ أوجد مجموع الاحتمالين السابقين.

٤ إذا أنتج المصنع ١٠٠٠ مصباح فى يوم واحد، فكم يكون عدد المصابيح السليمة فى هذا اليوم؟

الحل

١ احتمال أن يكون المصباح تالفًا = $\frac{\text{عدد المصابيح التالفة}}{\text{العدد الكلى للمصابيح}} = \frac{١٢}{٤٠٠} = \frac{٣}{١٠٠} = ٠,٠٣ = ٣٪$

٢ احتمال أن يكون المصباح سليمًا = $١ - \frac{٣}{١٠٠} = \frac{٩٧}{١٠٠} = ٩٧٪$

٣ مجموع الاحتمالين = $\frac{٣}{١٠٠} + \frac{٩٧}{١٠٠} = ١٠٠٪ = ١$

٤ عدد المصابيح السليمة = ٩٧٪ × ١٠٠٠ = ٩٧٠ مصباحًا.

مثال ٥

فريق كرة قدم يلعب ٣٠ مباراة بالدورى العام، فإذا كان احتمال تعادله ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٦ فأوجد:

١ عدد المباريات التى يمكن أن يتعادل فيها النادى. ٢ عدد المباريات التى يمكن أن يخسرها هذا النادى.

الحل

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها النادى = احتمال التعادل × عدد المباريات الكلى

= ٠,٣ × ٣٠ = ٩ مباريات.

٢ احتمال أن يخسر النادى = ١ − [٠,٣ + ٠,٦] = ٠,١

∴ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها النادى = ٠,١ × ٣٠ = ٣ مباريات.

سؤال ؟

١ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة، منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{٢}{٣}$، فأوجد العدد الكلى للكرات. (الشرقية ٢٠٢٤)

٢ مدرسة مشتركة بها ٣٢٠ من الطلاب، اختير طالب عشوائيًا، فإذا كان احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد البنات بالمدرسة. (القاهرة ٢٠٢٤)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

الاحتمال:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ لأى حدث أ يكون ل (أ) ∈ ..... (بنى سويف ٢٠٢٣)

(أ)]-١، ١[(ب) [-١، ١] (جـ) [٠، ١] (د)]٠، ١[

٢ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فقط فإن احتمال ظهور عدد أولى فردى يساوى .....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب فى إحدى المواد ٨٠٪ ، فإن احتمال رسوبه فيها (حلوان ٢٠٢٣)

يساوى .....

(أ) ٠,٠٨ (ب) ٠,٠٢ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,٨

٤ إذا كان احتمال فوز لاعب فى مسابقة ما ٠,٩ فإن احتمال عدم فوزه يساوى ..... (سوهاج ٢٠١٨)

(أ) صفرًا (ب) ٠,١ (جـ) ٠,٩ (د) ٠,٥

٥ حقيبة بها ١٠٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٠٠ فإذا اختيرت بطاقة واحدة عشوائيًا،

فإن احتمال أن يكون عليها عدد فردى يساوى ..... (الجيزة ٢٠١٨)

(أ) ٠,٥ (ب) ١ (جـ) صفرًا (د) ٠,٧٥

٦ فصل دراسى به ١٥ ولدًا، ٢٠ بنتًا، فإذا تغيب أحد التلاميذ، فإن احتمال

أن يكون الغائب ولدًا يساوى ..... (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) $\frac{٣}{٧}$ (جـ) $\frac{٤}{٧}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

٧ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى، فإن احتمال

ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٣ يساوى ..... (سوهاج ٢٠١٨)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٨ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث...؟ (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) -٠,٥ (ب) ١,٢ (جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) ٤٥٪

٩ سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠، فإن احتمال ظهور بطاقة تحمل عددًا فرديًا أكبر من ١ يساوى ..... (بنى سويف ٢٠١٨)

(أ) $\frac{٣}{١٠}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٥}{١٠}$ (د) $\frac{٧}{١٠}$

١٠ كيس به ٩ بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٩ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا، فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٥ يساوى ..... (الجيزة ٢٠١٩)

(أ) صفرًا (ب) $\frac{١}{٩}$ (جـ) $\frac{٤}{٩}$ (د) $\frac{١}{٣}$

١١ حقيبة بها ١٠ كرات متماثلة ملونة؛ منها ٤ باللون الأبيض، ٥ باللون الأحمر، والباقى باللون الأسود، فإذا اختيرت كرة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة سوداء يساوى .....

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٥

١٢ إذا كان احتمال أن يحل تلميذ مسألة ٠,٧، فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها الطالب من بين ٢٠ مسألة يساوى ..... مسألة.

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ١٤ (د) ٢٠

١٣ إذا كان عدد تلاميذ أحد الفصول ٣٦ تلميذًا، وكان احتمال اختيار تلميذ عُمره أقل من أو يساوى ١٣ سنة هو $\frac{١}{٦}$ فإن عدد تلاميذ هذا الفصل الذين تزيد أعمارهم على ١٣ سنة يساوى ..... تلميذًا.

(أ) ٢٠ (ب) ٢٤ (جـ) ٣٠ (د) ٣٢

١٤ فصل به ٥٠ تلميذًا، اختير تلميذ عشوائيًا، فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا يساوى ٠,٤ فإن عدد الأولاد يساوى .. ..

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ١٠

١٥ صندوق يحتوى على ٢ كرة بيضاء، ٣ كرات حمراء، ٥ كرات سوداء ، سحبت كرة عشوائيًا من الصندوق، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء يساوى .. ..

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٧

١٦ الشكل المرسوم يمثل لعبة الدوارة:

احتمال توقف المؤشر عند عدد أكبر من ٢ يساوى ..... ٪ .

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٧٥ (د) ١٠٠

٢ أكمل ما يأتي:

١ احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوى ..... واحتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

٢ إذا كان احتمال نجاح طالب فى إحدى المواد الدراسية ٨ , ٠ فإن احتمال رسوبه فيها = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

٣ إذا كان احتمال رسوب طالب فى أحد الامتحانات ٢٥ , ٠ فإن احتمال نجاحه = ... (الجيزة ٢٠١٩)

٤ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٤ يساوى ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٥ فصل دراسى به ٢١ ولدًا، ١٥ بنتًا، اختير أحدهم عشوائيًا، فإن احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا يساوى ..... (دمياط ٢٠١٩)

٦ عند إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة، فإن احتمال ظهور صورة يساوى .... (الغربية ٢٠٢٣)

٧ كيس يحتوى على بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠، فإذا سحبت من الكيس بطاقة واحدة عشوائيًا، فإن احتمال أن تحمل البطاقة عددًا أوليًا يساوى ..... (أسيوط ٢٠١٩)

٨ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٦ هو ..... (سوهاج ٢٠٢٣)

٩ إذا كان احتمال وقوع حدث ما يساوى $\frac{٣}{٨}$ فإن احتمال عدم وقوعه يساوى .....

١٠ فصل به ٤٠ تلميذًا منهم ٢٠ يلعبون كرة قدم، ١٠ يلعبون كرة سلة، ٦ يلعبون كرة طائرة، فإذا اختير تلميذ واحد عشوائيًا، فإن احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة = ... (سوهاج ٢٠١٩)

١١ مصنع ينتج ٢٠٠ لمبة يوميًا، فإذا كان احتمال أن تكون اللمبة معيبة ٠٣ , ٠ فإن عدد اللمبات السليمة يساوى ..... لمبة. (الغربية ٢٠١٩)

١٢ إذا كان أحد الأندية يلعب ٣٠ مباراة وكان احتمال فوزه ٥ , ٠ واحتمال تعادله ٣ , ٠ فإن عدد المباريات المتوقع أن يخسرها النادى يساوى ..... مباريات.

١٣ حقيبة بها ١٠ كرات منها ٥ حمراء، ٣ خضراء، ٢ صفراء. اختيرت كرة واحدة عشوائيًا، فإن احتمال أن تكون الكرة المختارة ليست صفراء = ... (الجيزة ٢٠١٩)

١٤ إذا كان احتمال الحصول على نواتج معينة لتجربة عشوائية هو ٤ , ٠ وكان عدد مرات إجراء هذه التجربة ١٠٠ فإن عدد مرات الحصول على هذه النواتج يساوى ..... (الجيزة ٢٠١٨)

١٥ طُلب من أحد التلاميذ رسم مثلث، فإذا كان احتمال تحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه متساويًا، فاحتمال أن يرسم التلميذ مثلثًا منفرج الزاوية = ... (الشرقية ٢٠١٩)

٣ أجب عما يأتى:

١ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٥ خلطت جيدًا، فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا، فاحسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل:

(أ) عددًا مضاعفًا للعدد ٣ .
(ب) عددًا مضاعفًا للعدد ٥ .
(جـ) عددًا مضاعفًا للعددين ٣ و ٥ معًا.
(د) عددًا مضاعفًا للعدد ٣ أو ٥ .
(هـ) عددًا يقبل القسمة على ٤ .
(و) عددًا لا يقبل القسمة على ٧ . (الجيزة ٢٠١٨)

٢ قامت شركة إنتاج زجاجات مياه بسحب عينة عشوائية لعدد ٢٠٠ زجاجة، وفحصتها فوجدت أن احتمال التالف منها ٢٪

(أ) ما عدد الزجاجات التالفة فى هذه العينة؟

(ب) إذا كان الإنتاج الكلى للمصنع خلال هذا الشهر ١٥٠٠ زجاجة مياه، فما عددُ الصالح منها للتوزيع؟ (سوهاج ٢٠١٩)

تحد نفسك

٤ نادٍ يلعب ٤٠ مباراة بالدورى العام، واحتمال تعادله ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٥ أوجد:

(أ) عدد المباريات التى يمكن أن يتعادل فيها النادى.

(ب) عدد المباريات التى يمكن أن يخسرها هذا النادى.

(جـ) عدد المباريات التى يمكن أن يفوز بها هذا النادى. (القاهرة ٢٠١٧)

٥ الشكل المقابل يمثل لعبة الدوارة، قُسمت الدائرة إلى ٨ قطاعات متساوية.

أوجد احتمال أن يتوقف المؤشر فى المنطقة التى تحمل:

(أ) عددًا زوجيًا.
(ب) عددًا أوليًا.
(جـ) عددًا ليس مربعًا كاملًا.
(د) عددًا مربعًا كاملًا فرديًا.

٦ لديك الأرقام ٤ ، ٥، ٦:

(أ) كوِّن الأعداد المكونة من رقمين مختلفين مستخدمًا الأرقام السابقة.

(ب) أوجد احتمال اختيار عدد مجموع رقميه زوجى. (المنوفية ٢٠١٩)

تدريبات

الكتاب المدرسى على الدرس

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا، ولوحظ العدد المكتوب عليها. **أوجد احتمال:**

(ا) أن يكون العدد زوجيًا.

(ب) أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣

(جـ) ألَّا يقبل العدد القسمة على ١٠

(د) أن يكون العددُ زوجيًا، ويقبل القسمة على ٣

(هـ) أن يكون العدد أوليًا أقل من ٢٠

---

٢ يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء، ١٨ بيضاء ، ٢٠ زرقاء، سحبت كرة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال:**

(ا) أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.

(ب) أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

(جـ) أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.

(د) أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.

(هـ) أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء.

---

٣ توضح البياناتُ التالية نتيجة استبيان حول وسائل المواصلات التى يستخدمها التلاميذ فى الذهاب إلى المدرسة.

وسائل المواصلات	أتوبيس	سيارة خاصة	دراجة	سيرًا على الأقدام
عدد التلاميذ	٣	١٢	٢٤	٦٦

تم اختيار تلميذ عشوائيًا، **احسب فى صورة نسبة مئوية احتمال أن يذهب التلميذ إلى المدرسة:**

(ا) مستخدمًا الأتوبيس.

(ب) مستخدمًا سيارة خاصة.

(جـ) مستخدمًا دراجة.

(د) سيرًا على الأقدام.

---

٤ فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة:

(ا) ما احتمال أن تكون الوحدة معيبة؟

(ب) ما احتمال أن تكون الوحدة صالحة؟

(جـ) هل يمكن أن تكون الوحدة معيبة وصالحة فى الوقت نفسه؟

(د) أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدة معيبة، احتمال أن تكون الوحدة صالحة، ماذا تلاحظ؟

(هـ) إذا كان الإنتاج اليومى بهذا المصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائى. فكم يكون عدد الوحدات الصالحة فى هذا اليوم؟

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ ندِ له ٥ أبواب مرقمة من ١ إلى ٥ فإن احتمال دخول شخص من الباب رقم ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$ (القاهرة ٢٠٢٤)

٢ المقدار (س^{٢} + ك س + ٩) يكون مربعًا كاملًا إذا كانت ك = ...

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) ± ١٢ (د) ١٢ (الجيزة ٢٠٢٠)

٣ فصل دراسى به ٢٥ ولدًا، ٢٠ بنتًا ، فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال أن يكون بنتًا = ...

(أ) ٢٠ (ب) $\frac{٥}{٩}$ (جـ) ٤٥ (د) $\frac{٤}{٩}$ (القاهرة ٢٠١٩)

٤ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٧ = ...

(أ) $\frac{١}{٧}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{٦}{٧}$ (د) ١ (السيوط ٢٠١٩)

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ إذا كان احتمال نجاح طالب = ٠,٧ فإن احتمال رسوبه = ... (الإسكندرية ٢٠٢٠)

٢ إذا كان المنوال لمجموعة من القيم ٤ ، ٥ ، أ − ١ ، ٣ هو ٥ فإن أ ..... (المنوفية ٢٠١٩)

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب = احتمال رسوبه، فإن احتمال نجاحه = ... (الغربية ٢٠١٨)

٤ مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لأى تجربة عشوائية يساوى ..... (القليوبية ٢٠٢٣)

٣

١ صندوق به ١٠ بطاقات مرقمة من ١ : ١٠ ، سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا،

أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها:

(أ) زوجيًا (ب) أوليًا (جـ) يقبل القسمة على ٥ (الإسكندرية ٢٠١٧)

٢ كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر، ٤ باللون الأزرق، والباقى باللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ ، **فأوجد عدد الكرات الحمراء.** (الإسكندرية ٢٠٢٤)

٣ مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار ٥ سم ، فإذا كانت مساحته ١٤ سم^{٢}، **فأوجد طوله وعرضه.**

(الجيزة ٢٠٢٤)

تابع مستواك

أقل من ٥٠٪	٥٠ : ٦٤٪	٦٥ : ٨٤٪	٨٥ : ١٠٠٪
حل تدريبات أكثر			

اختبار الأضواء على الوحدة الثالثة

مجاب عنه في ملحق الإجابات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث...؟ ..... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) ١,٢ (ب) -٠,٣ (جـ) ٧٥٪ (د) $\frac{٥}{٣}$

٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد أولى هو .....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

٣ إذا كان احتمال نجاح طالب ٧٠٪ فإن احتمال رسوبه = ...

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٠٧ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٠٣

٤ صندوق به ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا، فإن احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا فرديًا أكبر من ٤ يساوى ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٤

٥ إذا كان احتمال أن يحل الطالب مسألة هو ٠,٧ فإن عدد المسائل المتوقع عدم حلها من بين ٢٠ مسألة هو ..... مسائل. (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٣ (د) ١٤

٦ احتمال الحدث المستحيل = ... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) صفر

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

١ احتمال الحدث المؤكد = ... (القليوبية ٢٠٢٢)

٢ إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو $\frac{٣}{٧}$ فإن احتمال عدم وقوعه = ... (المنوفية ٢٠٢١)

٣ عند إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = ... (كفر الشيخ ٢٠٢٢)

٤ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد لا يساوى ٣ هو .....

٥ فصل دراسى به ٥٠ تلميذًا، اختير تلميذ عشوائيًا، فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا هو ٠,٦ فإن عدد الأولاد يساوى ..... (الجيزة ٢٠١٩)

السؤال الثالث: أجب عما يأتي:

صندوق يحتوى على ٧ كرات حمراء ، ٥ كرات صفراء ، ٣ كرات خضراء،

سحبت كرة واحدة عشوائيًا. أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(ا) حمراء (ب) ليست صفراء

(جـ) خضراء (د) زرقاء

السؤال الرابع:

١ صندوق به ١٠ بطاقات مرقمة من ١ : ١٠، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا:

(ا) زوجيًا (ب) مربعًا كاملًا

(جـ) أوليًا (د) محصورًا بين ٥ ، ٨

٢ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة، منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات. (دمياط ٢٠١٩)

السؤال الخامس:

فصل دراسى به ٥٠ تلميذًا، وكانت مستويات تقدير أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل، تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا؛ احسب احتمال أن يكون تقديره:

التقدير	العدد
ممتاز	٦
جيد جدًا	٩
جيد	١١
مقبول	١٦
دون المستوى	٨

١ ممتازًا ٢ جيدًا جدًا

٣ دون المستوى ٤ أقل من جيد

السـؤال الأول:

فى مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لا تصلح للتصدير لصغر حجمها.
كم طنًّا يمكن تصديره فى عشرة أيام إذا كان مقدار ما يرد يوميًّا للمصنع ٢٠ طنًّا من الموالح؟

السـؤال الثانى:

حقيبة بها ٣٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر، والباقى لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٣}{٨}$ ، فكم عدد الكرات الحمراء فى هذه الحقيبة؟

السـؤال الثالث:

فى استطلاع رأى لـ ١٠٠ طالب عن الألعاب الرياضية التى يفضلون ممارستها تبين الآتى كما بالجدول:

اللعبة المفضلة	عدد الطلاب
كرة القدم	٤٤
كرة السلة	٢٧
ألعاب القوى	١٢
تنس الطاولة	٤
الهوكى	١٣

١ أوجد احتمال أن يفضل الطالب:

(أ) ممارسة لعبة كرة القدم.

(ب) ممارسة لعبة كرة السلة.

(جـ) ممارسة ألعاب القوى.

(د) ممارسة تنس الطاولة.

(هـ) ممارسة لعبة الهوكى.

٢ وإذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب، فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى؟

ثانيًا: الهندسة

الوحدة الرابعة ٤

المساحات

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون الطالب قادرًا على أن:

الدرس الأول تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

- يدرك أن متوازى الأضلاع له ارتفاعان مختلفان فى الطول.
- يتعرف متى تتساوى مساحتا متوازيى أضلاع.
- يتعرف مساحتى متوازيى أضلاع ومساحة المستطيل.
- يتعرف العلاقة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

الدرس الثانى تساوى مساحتى مثلثين

- يتعرف شروط تساوى مساحتى مثلثين.
- يدرك أن متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين متساويين فى المساحة.

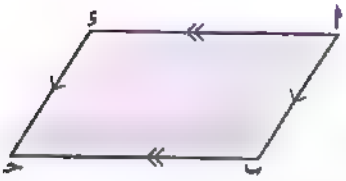
الدرس الثالث مساحات بعض الأشكال الهندسية

- يتعرف خواص المعين ويحسب مساحته.
- يحسب مساحة المربع.
- يحسب مساحة شبه المنحرف.

الدرس ١ ذاكر

تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

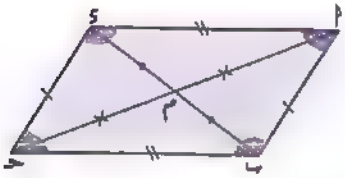
تذكر وفكر: فى الشكل المقابل:



إذا كان: $\overline{أب}$ // $\overline{دجـ}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

فإن : الشكل أ ب جـ د يسمى متوازى أضلاع

خواص متوازى الأضلاع:



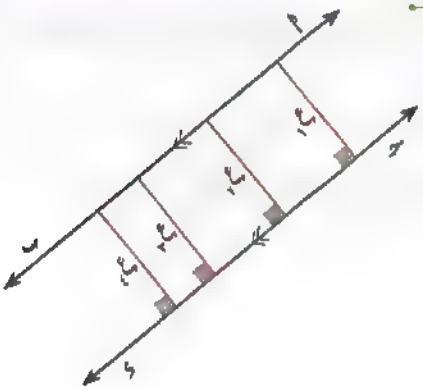
١ كل ضلعين متقابلين فى متوازى الأضلاع متساويان فى الطول.

٢ كل زاويتين متقابلتين فى متوازى الأضلاع متساويتان فى القياس.

٣ كل زاويتين متتاليتين فى متوازى الأضلاع متكاملتان.

٤ القطران فى متوازى الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

البعد بين مستقيمين متوازيين:



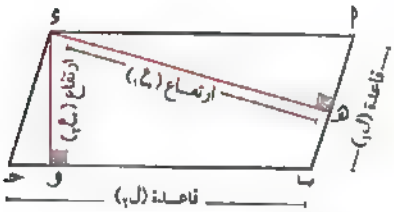
فى الشكل المقابل: إذا كان: $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$

$ع_1$ ، $ع_2$ ، $ع_3$ ، $ع_4$ أعمدة محصورة بين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{جـد}$

فإن : $ع_1 = ع_2 = ع_3 = ع_4 =$ ..... وهكذا

أى أن : البعد العمودى بين أى مستقيمين متوازيين يكون ثابتًا.

ارتفاع متوازى الأضلاع:



فى الشكل المقابل:

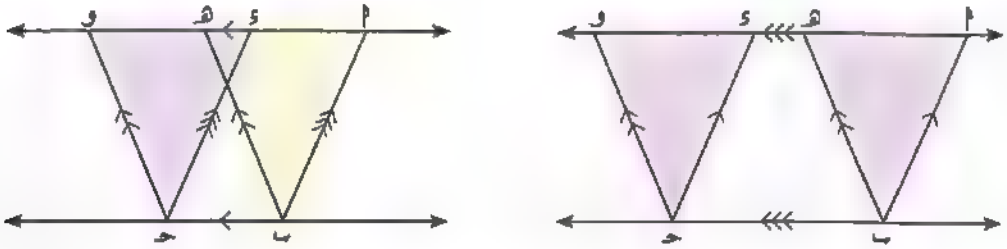
أ ب جـ د متوازى أضلاع له ارتفاعان مختلفان هما $\overline{دهـ}$ ، $\overline{دو}$

حيث $\overline{دهـ}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{دو}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ فيكون:

- الارتفاع الأكبر $ع_1$ (طول $\overline{دهـ}$) مناظرًا للقاعدة $ل_1$ الأصغر طولًا $\overline{أب}$ أو $\overline{دجـ}$
- الارتفاع الأصغر $ع_2$ (طول $\overline{دو}$) مناظرًا للقاعدة $ل_2$ الأكبر طولًا $\overline{بجـ}$ أو $\overline{أد}$

أولاً - نظرية (١٠٣)

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركان فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.



المعطيات : أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع ، $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة لهما ، $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$

المطلوب : إثبات أن: مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و

البرهان : ∵ △ ء حـ و هو صورة △ أ ب هـ _____ (بانتقال مسافة ب حـ فى اتجاه $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$)

∴ △ ء حـ و ≡ △ أ ب هـ _____ (لأن الانتقال تساوٍ قياسى)

∴ مساحة △ ء حـ و = مساحة △ أ ب هـ

تفكير

المضلعات المتطابقة تكون مساحتها متساوية.

∴ مساحة الشكل أ ب حـ و − مساحة △ ء حـ و = مساحة الشكل أ ب حـ و − مساحة △ أ ب هـ

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و

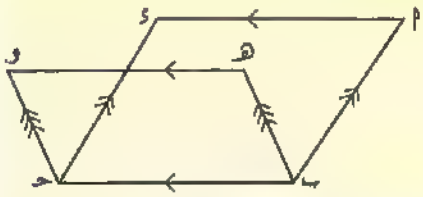
(وهو المطلوب)

سؤال ١

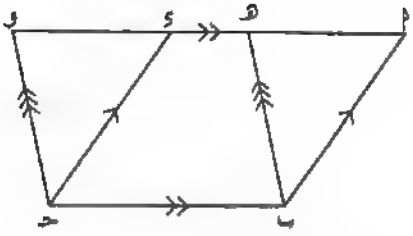
فى الشكل المقابل:

هل مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و؟

ولماذا؟



مثال ١



في الشكل المقابل: أ ب جـ ء ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

هـ ∈ $\overline{أ ء}$ ، و ∈ $\overleftarrow{أ ء}$ أثبت أن:

١ مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ هـ ب جـ و

٢ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء جـ و

الحل

المعطيات: أ ب جـ ء ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ، هـ ∈ $\overline{أ ء}$ ، و ∈ $\overleftarrow{أ ء}$

المطلوب: إثبات أن:

١ مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ هـ ب جـ و

٢ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء جـ و

البرهان: ∵ $\overline{ب جـ}$ قاعدة مشتركة لمتوازيي الأضلاع أ ب جـ ء ، هـ ب جـ و

، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ // $\overleftrightarrow{أ ء}$ ، النقاط أ ، هـ ، ء ، و على استقامة واحدة

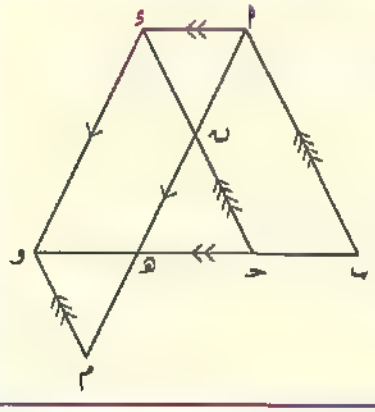
∴ مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ هـ ب جـ و (وهو المطلوب ١)

بطرح مساحة الشكل هـ ب جـ ء من الطرفين

∴ مـ ▱ أ ب جـ ء − مـ الشكل هـ ب جـ ء = مـ ▱ هـ ب جـ و − مـ الشكل هـ ب جـ ء

∴ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء جـ و (وهو المطلوب ٢)

سؤال ٢



في الشكل المقابل: أكمل ما يأتي:

١ مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ .....

لأن: $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب و}$ ، $\overline{أ ء}$ قاعدة .....

٢ مساحة ▱ ء ن م و = مساحة ▱ ء أ هـ و

لأن: ..... // .... ، ..... قاعدة مشتركة

٣ مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ ء ن م و

لأن: مساحة كل منهما تساوي مساحة ▱ ....

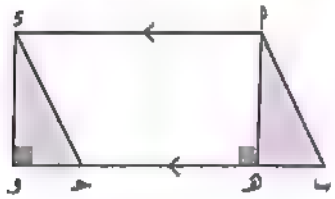
ثانيًا نتائج على نظرية (١)

نتيجة ١

مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

تذكر أن

المستطيل هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة.



فى الشكل المقابل:

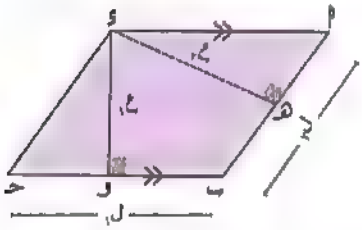
أ ب حـ د متوازى أضلاع ، أ هـ و د مستطيل

مشتركان فى القاعدة $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ د = مساحة المستطيل أ هـ و د

نتيجة ٢

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لهذه القاعدة.



فى الشكل المقابل:

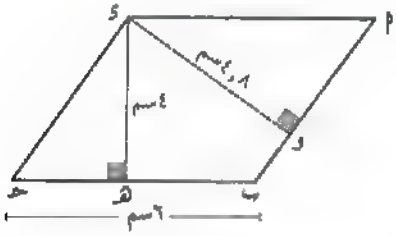
أ ب حـ د متوازى أضلاع ، د و هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{ب حـ}$

، د هـ هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{أ ب}$

فإن مساحة ▱ أ ب حـ د = أ ب × د هـ = ب حـ × د و

= ل١ × ع١ = ل٢ × ع٢

مثال ٢



فى الشكل المقابل: أ ب حـ د متوازى أضلاع فيه:

$\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{د و}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، ب حـ = ٦سم ، د هـ = ٤سم ،

د و = ٤,٨سم أوجد طول $\overline{أ ب}$

الحل

∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لهذه القاعدة

= أ ب × د و = ب حـ × د هـ

∴ أ ب × ٤,٨ = ٦ × ٤ ∴ أ ب = $\frac{٢٤}{٤,٨}$ = ٥ سم

مثال ٣

متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٩ سم وطول ارتفاعه الأكبر ٦ سم **أوجد:**

١ مساحته ٢ طول ارتفاعه الأصغر

الحل

∵ مساحة متوازى الأضلاع = الارتفاع الأكبر × طول القاعدة الصغرى

= ٦ × ٦ = ٣٦ سم^{٢} (المطلوب ١)

∵ مساحة متوازى الأضلاع = الارتفاع الأصغر × طول القاعدة الكبرى

∴ ٣٦ = الارتفاع الأصغر × ٩

∴ الارتفاع الأصغر = $\frac{٣٦}{٩}$ = ٤ سم (المطلوب ٢)

سؤال ٣

١ أكمل ما يأتى:

(أ) متوازى أضلاع طول قاعدته ١٢ سم، وارتفاعه المناظر لها ٥سم، فإن مساحته = ... سم^{٢}

(ب) إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٣٠سم^{٢} وطول قاعدته ٦سم، فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

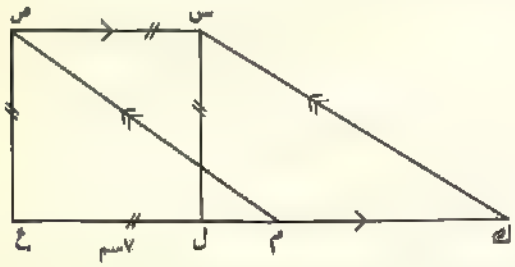
(جـ) إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٢٠ سم^{٢} وطول ارتفاعه ٥سم، فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع = ... سم

٢ فى الشكل المقابل:

س ص ع ل مربع طول ضلعه ٧سم ،

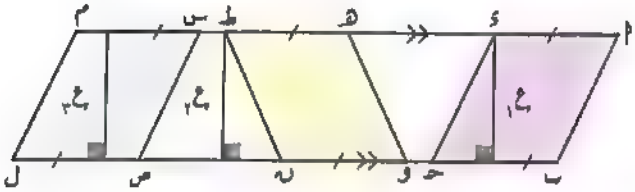
س ص م ك متوازى أضلاع

أوجد مساحة ▱ س ص م ك



نتيجـة ٣

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.



فى الشكل المقابل:

∵ $\overline{أم}$ // $\overline{بل}$ ،

بحـ = ون = صل

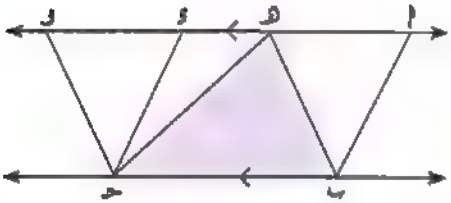
∴ ع١ = ع٢ = ع٣ ـــــــــ (البُعد العمودى بين المستقيمين المتوازيين ثابت)

∴ بحـ × ع١ = ون × ع٢ = صل × ع٣

∴ مساحة ▱ أبحـء = مساحة ▱ هـ ون ط = مساحة ▱ س ص ل م

نتيجـة ٤

مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة المشتركة.



ويمكن الحصول على ذلك من الشكل المقابل كما يلى:

∵ $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$ ،

أبحـء ، هـ بحـ و متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة $\overline{بحـ}$ ،

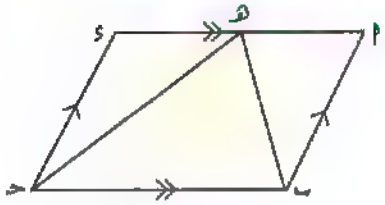
$\overline{هـحـ}$ قطر فى متوازى الأضلاع هـ بحـ و

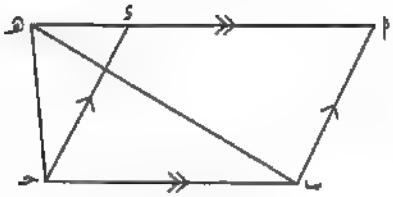
∴ مساحة △ هـ بحـ = مساحة △ هـ حـ و = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ هـ بحـ و ،

∵ مساحة ▱ أبحـء = مساحة ▱ هـ بحـ و ـــــــــ (نظرية)

∴ مساحة △ هـ بحـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أبحـء

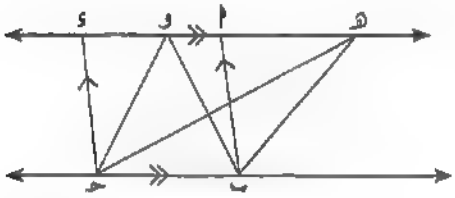
ملاحظة هامة





• فى كل من الشكلين السابقين: مساحة △هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

مثال ٤



فى الشكل المقابل:

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، و ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

أثبت أن مساحة △هـ ب حـ = مساحة △ و ب حـ

الحل

∵ $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة لكل من △هـ ب حـ ، ▱ أ ب حـ ء ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

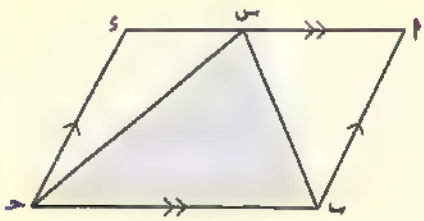
∴ مساحة △هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء ——— (١)

، ∵ $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة لكل من △ و ب حـ ، ▱ أ ب حـ ء ، و ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

∴ مساحة △ و ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء ——— (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن: مساحة △هـ ب حـ = مساحة △ و ب حـ (وهو المطلوب)

سؤال ٤



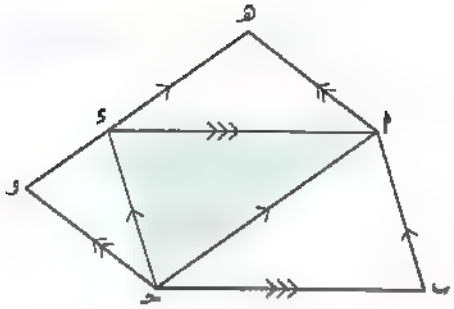
فى الشكل المقابل:

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، س ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

فإذا كانت: مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٤٠ سم٢

فأوجد بالبرهان مساحة △س ب حـ

مثال ٥



في الشكل المقابل:

أ ب حـ د ، أ هـ و حـ متوازيا أضلاع

أثبت أن: مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ أ هـ و حـ

الحل

∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ قطر في متوازي الأضلاع أ ب حـ د

∴ مساحة △ أ حـ د = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د ——— (١)

∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ قاعدة مشتركة لكل من △ أ حـ د ، ▱ أ هـ و حـ ، د ∈ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

∴ مساحة △ أ حـ د = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ هـ و حـ ——— (٢)

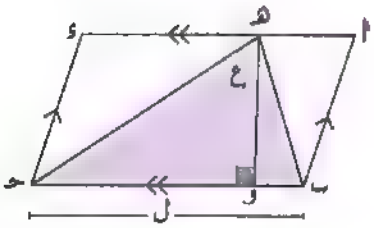
من (١) ، (٢) نستنتج أن:

$\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ هـ و حـ

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ أ هـ و حـ (وهو المطلوب)

نتيجة ٥

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها



في الشكل المقابل:

∵ مساحة △ هـ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د

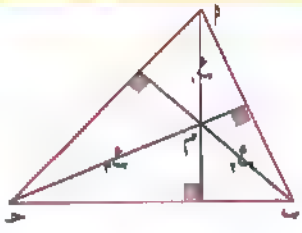
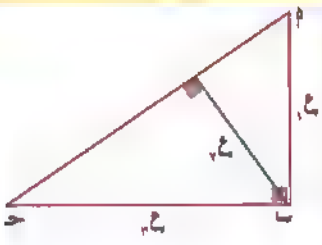
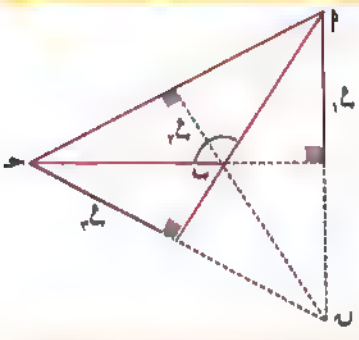
، ∵ مساحة ▱ أ ب حـ د = ب حـ × هـ و

∴ مساحة △ هـ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × هـ و = $\frac{١}{٢}$ ل × ع

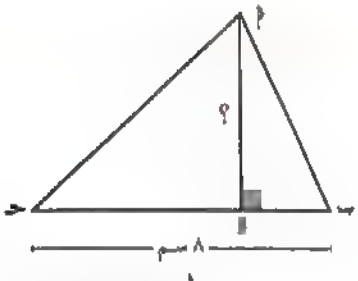
حيث ل طول قاعدة المثلث، ع هو ارتفاع المثلث المناظر لها.

نقاط هامة

- ارتفـاع المثلـث هو طول القطعة المستقيمـة العمودية المرسومـة من رأس المثلث إلى القاعـدة المقابلة لهذا الرأس.
- وعلى هذا فإن للمثلث ثلاث قواعد ولكل قاعدة قطعة مستقيمة عمودية مناظرة لها، والمستقيمات الحاملة لهذه القطع تتقاطع فى نقطة واحدة، كما فى الأشكال التالية:

المثلث حاد الزوايا	المثلث قائم الزاوية	المثلث منفرج الزاوية
		
نقطة التقاطع م تقع داخل المثلث	نقطة التقاطع هى رأس القائمة ب	نقطة التقاطع ن تقع خارج المثلث

مثـال ٦



فى الشكل المقابل:

إذا كانت: مساحة △أ ب جـ = ٢٠ سم٢ ،

$\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$ ، ب جـ = ٨ سم فأوجد طول $\overline{أ ء}$

الحـل

∵ مساحة △أ ب جـ = ٢٠سم٢ ∴ $\frac{١}{٢}$ ب جـ × أ ء = ٢٠سم٢ ∴ $\frac{١}{٢}$ × ٨ × أ ء = ٢٠

∴ ٤ أ ء = ٢٠ ∴ أ ء = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥ سم

سؤال ٥

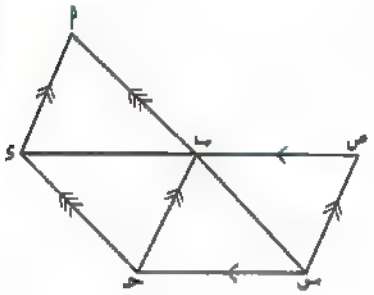
١ أوجد مساحة مثلث طول أحد أضلاعه ٦سم والارتفاع المناظر لهذا الضلع يساوى ٥سم.

٢ مثلث مساحة سطحه ٣٥سم٢ وأحد ارتفاعاته ١٠ سم، أوجد طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع.

أولاً نظرية (١)

١ أكمل ما يأتى:

١ سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ..... (الجيزة ٢٠١٩)



٢ فى الشكل المقابل:

متوازيا أضلاع أ ب حـ ء ، ب س حـ ء

مشتركان فى القاعدة ..... ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // .....

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ ..... (١)

∵ متوازيى الأضلاع ص س حـ ب ، ب س حـ ء

مشتركان فى القاعدة ..... ، $\overline{\text{س حـ}}$ // .....

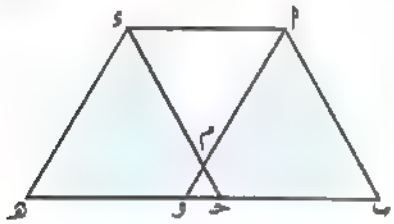
∴ مساحة ▱ ص س حـ ب = مساحة ..... (٢)

من (١) ، (٢)

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ ..... = مساحة ▱ .....

---

٢ فى الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٤)



أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع ،

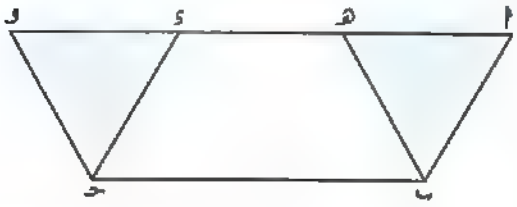
حـ ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ،

$\overline{\text{أ و}}$ ∩ $\overline{\text{ء حـ}}$ = {م} أثبت أن:

مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء هـ و م

---

٣ فى الشكل المقابل: (المنوفية ٢٠٢٣)



△ أ ب هـ يطابق △ ء حـ و أثبت أن:

١ الشكلين أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

٢ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و

ثانيًا نتائج على نظرية (١)

٤ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه المناظر لها ٣ سم تساوى ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ١٠,٥ سم^{٢} (ب) ٢٠ سم^{٢} (جـ) ٢١ سم^{٢} (د) ٤٢ سم^{٢}

٢ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع هى ١٠٠ سم^{٢} وارتفاعه ٢٠ سم،
فإن طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ٥سم (ب) ٥سم^{٢} (جـ) ١٢٠ سم (د) ٢٠٠٠ سم^{٢}

٣ إذا كان أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٥سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم
فإن مساحة سطحه = ... (القليوبية ٢٠١٩)

(أ) ٣٠ سم^{٢} (ب) ٢٤ سم^{٢} (جـ) ٢٠ سم^{٢} (د) ١٥ سم^{٢}

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٨ سم، ١٢ سم، وارتفاعه الأكبر ٦ سم
فإن الارتفاع الأصغر = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ٢ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٦ سم (د) ٤ سم

٥ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع = ٣٦سم^{٢} ، فإن مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ٣٦سم^{٢} (ب) ١٨ سم^{٢} (جـ) ٩سم^{٢} (د) ٣٠سم^{٢}

---

٥ أكمل ما يأتى:

١ مساحة متوازى الأضلاع = ... × ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

٢ متوازى الأضلاع والمستطيل المشتركان فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين ..... (الإسماعيلية ٢٠٢٤)

٣ متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون ..... (الجيزة ٢٠١٨)

٤ مساحة المثلث تساوى ..... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى ..... والمحصور معه بين مستقيمين ..... أحدهما يحمل هذه القاعدة. (الإسكندرية ٢٠١٩)

٥ مساحة المثلث = ... × ..... × .....

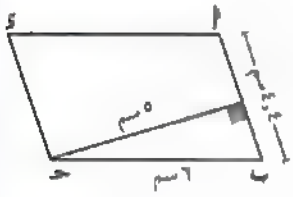
٦ مساحة متوازى الأضلاع ..... مساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين. (بورسعيد ٢٠٢٤)

٧ إذا كان طول قاعدة مثلث هو ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة هو ٥ سم،
فإن مساحته = ... سم^{٢} (بورسعيد ٢٠٢٣)

٨ إذا كانت مساحة مثلث = ٣٦ سم^{٢} وطول القاعدة = ٩ سم، فإن الارتفاع = ... سم (أسيوط ٢٠١٩)

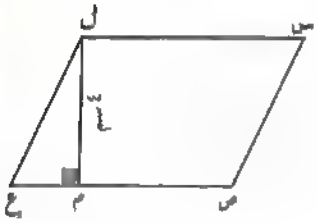
٩ إذا كانت مساحة مثلث = ٦٠ سم^{٢} وارتفاعه = ١٢ سم، فإن طول القاعدة = ... سم

١٠ في الشكل المقابل: (الغربية ٢٠١٨)



مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^{٢}

١١ في الشكل المقابل: (سوهاج ٢٠١٩)

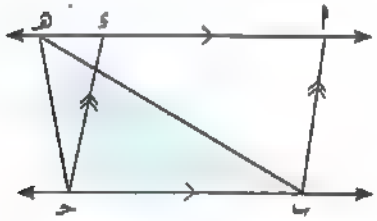


إذا كانت مساحة ▱ س ص ع ل = ٢٤ سم^{٢}،
ل م = ٤ سم فإن س ل = ... سم

١٢ الأعمدة المحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ..... في الطول . (الجيزة ٢٠٢٣)

---

٦ في الشكل المقابل: (بني سويف ٢٠٢٣)



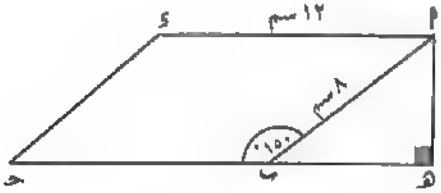
أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{أ ء}$ أكمل ما يأتي:

١ مساحة △ هـ ب حـ = ... مساحة ▱ أ ب حـ ء

٢ إذا كانت مساحة △ هـ ب حـ = ٢٠ سم^{٢}،
فإن مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم^{٢}

---

٧ في الشكل المقابل: (المنيا ٢٠٢٣)



أ ب حـ ء متوازي أضلاع، فيه
ق (∠ أ ب حـ) = ١٥٠°، أ ء = ١٢ سم،
أ ب = ٨ سم، هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ ، $\overline{أ هـ}$ ⊥ $\overleftarrow{حـ ب}$
أوجد مساحة ▱ أ ب حـ ء

٨ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٣)

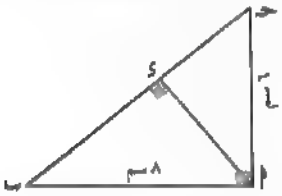
أ ب حـ د متوازى أضلاع فيه: $\overline{د هـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، $\overline{د و} \perp \overline{أ ب}$ ،

ب حـ = ١٢ سم ، د هـ = ٥ سم ، د و = ١٠ سم

أوجد طول $\overline{د حـ}$

---

٩ في الشكل المقابل: (جيزة ٢٠٢٣)



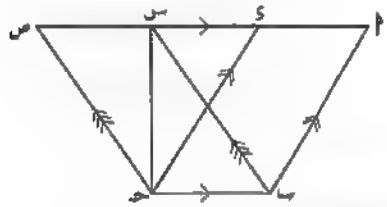
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ ،

$\overline{أ د} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ٨ سم، أ حـ = ٦ سم أوجد:

١ مساحة △ أ ب حـ ٢ طول $\overline{أ د}$

---

١٠ في الشكل المقابل: (البحيرة ٢٠٢٣)



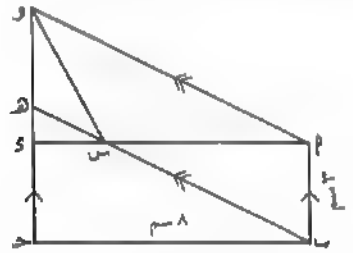
أ ب حـ د ، س ب حـ ص متوازيا أضلاع ، س ∈ $\overleftarrow{أ د}$ ،

ص ∈ $\overleftarrow{أ د}$ ، مساحة △ س حـ ص = ٢٤ سم^2

أوجد: مساحة ▱ أ ب حـ د

---

١١ في الشكل المقابل: (البحيرة ٢٠٢٣)



أ ب حـ د مستطيل، أ ب هـ و متوازى أضلاع،

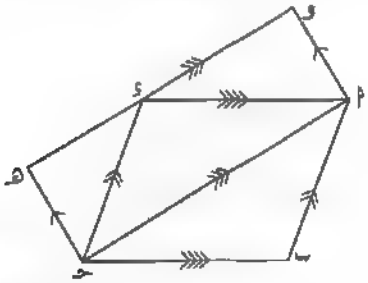
د ∈ $\overline{حـ و}$ ، س ∈ $\overline{ب هـ}$ ، هـ ∈ $\overline{حـ و}$ ،

أ ب = ٣ سم، ب حـ = ٨ سم أوجد بالبرهان:

١ مساحة ▱ أ ب هـ و ٢ مساحة △ س أ و

---

١٢ في الشكل المقابل: (الإسكندرية ٢٠٢٣)



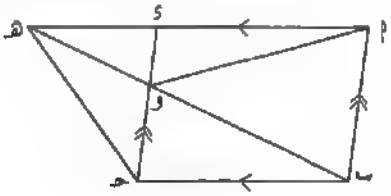
أ ب حـ د ، أ حـ هـ و متوازيا أضلاع،

د ∈ $\overline{و هـ}$ أثبت أن:

مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ أ حـ هـ و

---

١٣ في الشكل المقابل: (الغربية ٢٠٢٣)



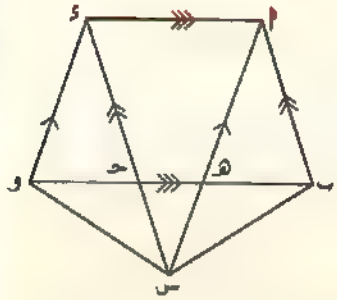
أ ب حـ د متوازى أضلاع ،

هـ ∈ $\overleftarrow{أ د}$ ، $\overline{ب هـ} \cap \overline{حـ د} = \{ و \}$

برهن أن: مساحة △ أ و د = مساحة △ هـ و حـ

تحدَّ نفسك

١٤ في الشكل المقابل: (الغربية ٢٠٢٤)



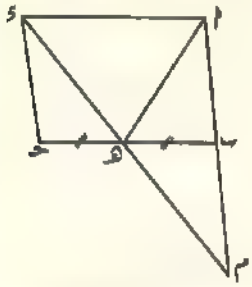
أ ب حـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

$\overleftarrow{\text{أ هـ}} \cap \overleftarrow{\text{ء حـ}} = \{\text{س}\}$

أثبت أن: مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س

---

١٥ في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٣)



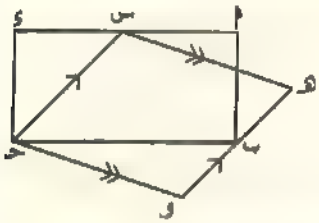
أ ب حـ ء متوازي أضلاع مساحته = ٨٠ سم^{٢}

هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ يقطع $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ في م

أوجد: مساحة Δ أ م ء

---

١٦ في الشكل المقابل: (الإسكندرية ٢٠٢٣)



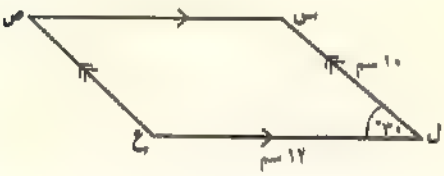
أ ب حـ ء مستطيل، س هـ و حـ متوازي أضلاع

أثبت أن:

مساحة المستطيل أ ب حـ ء = مساحة متوازي الأضلاع س هـ و حـ

---

١٧ في الشكل المقابل:



س ص ع ل متوازي أضلاع، فيه:

س ل = ١٠ سم ، ع ل = ١٢ سم ،

ق (∠ س ل ع) = ٣٠°

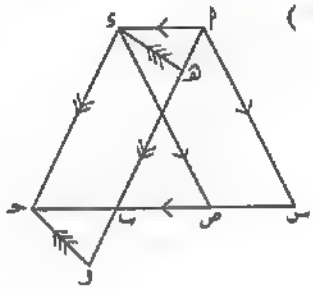
أوجد مساحة ▱ س ص ع ل

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (١)

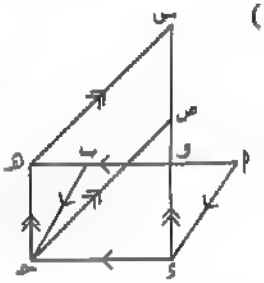
مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ فى كل من الأشكال التالية، بين أن متوازيات الأضلاع الثلاثة متساوية المساحة:

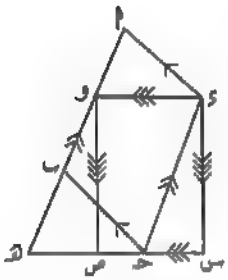
(أ)



(ب)



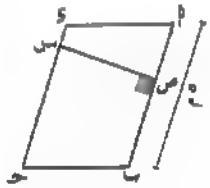
(جـ)



---

٢ أكمل:

(أ)

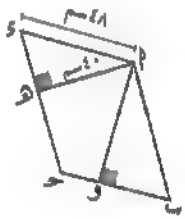


إذا كانت:

مساحة ▱ أ ب حـ ء = ١٧ م^{٢}

فإن س ص = ... م

(ب)



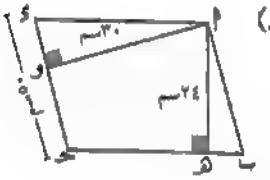
إذا كانت:

مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٢٤٠٠ سم^{٢}

فإن ء حـ = ... سم

أ و = ... سم

(جـ)



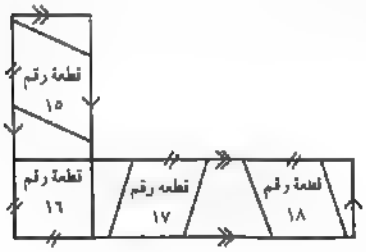
ب حـ = ...

---

٣ فى مشروع «ابنِ بيتك» تم تقسيم أرض البناء كما بالرسم المقابل:

هل مساحة القطعة رقم ١٥ تساوى مساحة القطعة رقم ١٦؟

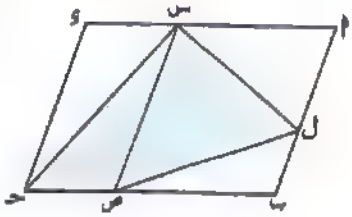
اذكر أرقام القطع المتساوية المساحة مفسراً إجابتك.



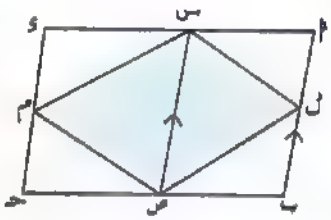
٤ في كل من الأشكال التالية $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$:

بين أن مساحة الشكل الملون نصف مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء:

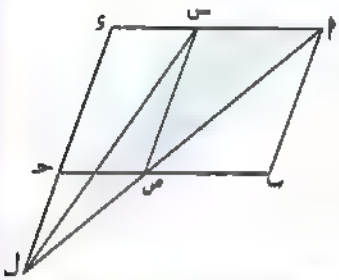
(أ)



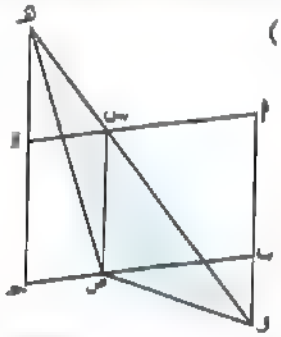
(ب)



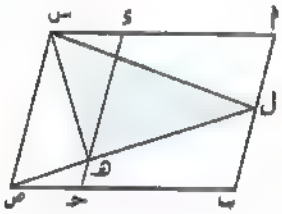
(جـ) ل ∈ $\overleftarrow{\text{ء حـ}}$



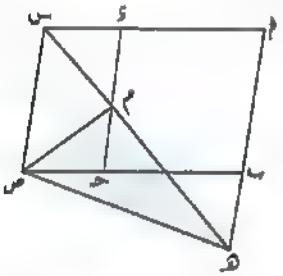
(د)



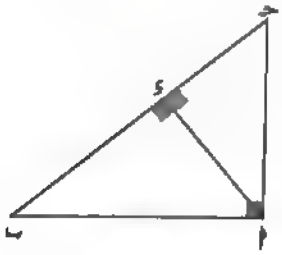
(هـ)



(و)



٥ في الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

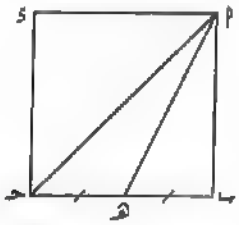
أكمل: مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب × .....

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × .....

∴ أ ب × ..... = ب حـ × .....

إذا كان أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٣ سم، فما طول $\overline{\text{أ ء}}$ ؟

٦ في الشكل المقابل: (بني سويف ٢٠٢٣)



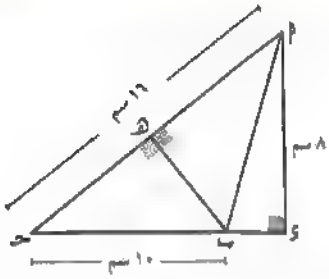
أ ب حـ ء مربع محيطه = ٢٤ سم، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أكمل: أ ب = ... سم

حـ هـ = ... سم

مساحة المثلث أ هـ حـ = ... سم^{٢}

٧ في الشكل المقابل:



$\overline{أء} \perp \overleftarrow{حـب}$ ، $\overline{بهـ} \perp \overline{أحـ}$

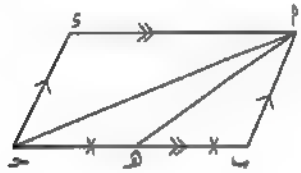
أحـ = ١٦ سم، بحـ = ١٠ سم، أء = ٨ سم أوجد:

(أ) مساحة Δ أبحـ

(ب) طول $\overline{بهـ}$

---

٨ في الشكل المقابل: (بورسعيد ٢٠٢٤)



أبحـء متوازى أضلاع محيطه ٤٨ سم،

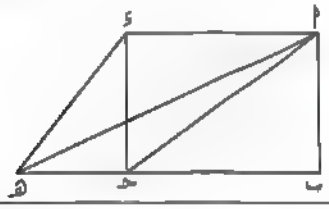
بحـ = ٢ أب، مساحة Δ أبحـ = ٥٦ سم^{٢}

هـ منتصف $\overline{بحـ}$ ، أوجد:

أولًا: ارتفاعى متوازى الأضلاع أبحـء ثانيًا: مساحة Δ أهـحـ

---

٩ في الشكل المقابل: (الإسكندرية ٢٠٢٤)

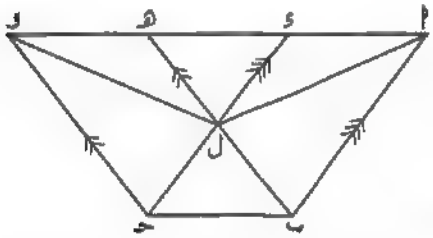


أبحـء مستطيل، هـ ∈ $\overleftarrow{بحـ}$

برهن أن: مساحة Δ أءهـ = مساحة Δ أبحـ

---

١٠ في الشكل المقابل:



أبحـء ، هـبحـو متوازيا أضلاع، فيهما:

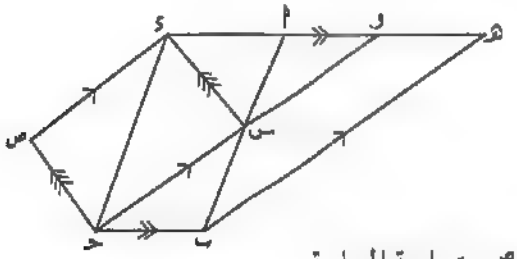
$\overline{بهـ} \cap \overline{حـء} = \{ل\}$ ، ء ∈ $\overline{أو}$ ، هـ ∈ $\overline{أو}$ برهن أن:

أولًا: مساحة Δ أبل = مساحة Δ وحـل

ثانيًا: مساحة الشكل أبحـل = مساحة الشكل وحـبل

---

١١ في الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{هـء}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$ ، $\overleftrightarrow{سء}$ // $\overleftrightarrow{حـص}$ ،

$\overleftrightarrow{هـب}$ // $\overleftrightarrow{وحـ}$ // $\overleftrightarrow{ءص}$ ، س ∈ $\overline{وحـ}$ ،

و ∈ $\overline{هـء}$ ، أ ∈ $\overline{هـء}$ برهن أن:

متوازيات الأضلاع: هـبحـو ، أبحـء، وسحـص متساوية المساحة.

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٣٥ سم²، وطول أحد أضلاعه ٧ سم، فإن الارتفاع المناظر لهذا الضلع = ... سم. (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ١٠ (ب) ٧ (جـ) ٥ (د) $١٧\frac{١}{٢}$

٢ مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم، ٥ سم، وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوى ..... سم² (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ٢٥ (ب) ٢٨ (جـ) ٣٥ (د) ٤٩

٣ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة، والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى ..... (الجيزة ٢٠١٩)

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٤ مثلث مساحته ٢٤ سم²، وارتفاعه ٨ سم، فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع = ... سم. (القليوبية ٢٠٢١)

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ أكمل ما يأتى:

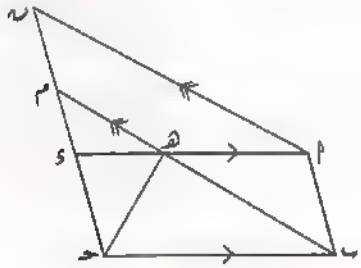
١ مساحة متوازى الأضلاع = ... × ..... (السويس ٢٠٢٠)

٢ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع = ٣٥ سم² وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ..... (البحيرة ٢٠٢٢)

٣ مساحة المثلث = ... × الارتفاع المناظر لها. (المنيا ٢٠٢١)

٤ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

٣ فى الشكل المقابل: (بور سعيد ٢٠٢٢)



أ ب جـ ء ، أ ب م ب متوازيا أضلاع

برهن أن:

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة متوازى الأضلاع أ ب م ب

تابع مستواك

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
كرر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	

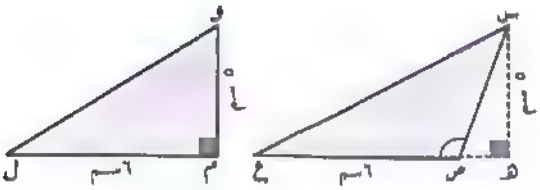
الدرس ٢ ذاكر

تساوى مساحتى مثلثين

شاهد فيديو الشرح

تذكر وفكر: تعلمت من الدرس السابق أن:

- مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها
- من الأشكال المقابلة:

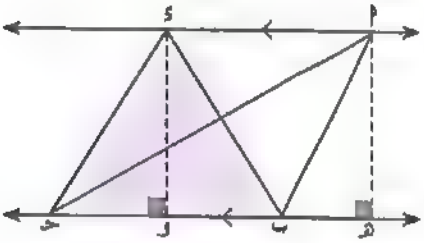


مساحة △ س ص ع = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٥ = ١٥ سم٢ ،

مساحة △ و م ل = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٥ = ١٥ سم٢

نلاحظ أن: مساحة △ س ص ع = مساحة △ و م ل ، بينما △ س ص ع ≢ △ و م ل

أولاً نظرية (٢) ونتائجها



المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

المعطيات: $\overleftrightarrow{أد}$ // $\overleftrightarrow{بجـ}$ ، المثلثان أ ب جـ ، د ب جـ يشتركان فى القاعدة $\overline{بجـ}$

المطلوب: إثبات أن: مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ د ب جـ

العمل: نرسم $\overleftrightarrow{أهـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ، $\overline{دو}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بجـ}$

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{أد}$ // $\overleftrightarrow{بجـ}$ ، $\overline{أهـ}$ ، $\overline{دو}$ عموديان على $\overleftrightarrow{بجـ}$

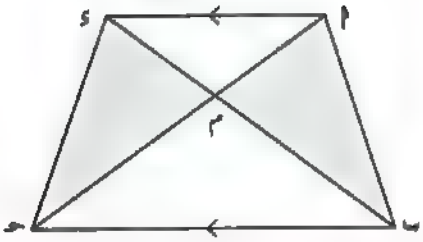
∴ أ هـ و د مستطيل ∴ أ هـ = د و

، ∵ مساحة △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ × أ هـ ——— (١)

، مساحة △ د ب جـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ × د و = $\frac{١}{٢}$ ب جـ × أ هـ ——— (٢)

من (١) ، (٢) ∴ مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ د ب جـ (وهو المطلوب)

مثال ١



في الشكل المقابل:

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$

أثبت أن: مساحة △أ م ب = مساحة △ء م حـ

الحل

∵ △أ ب حـ ، △ء ب حـ مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ مساحة △أ ب حـ = مساحة △ء ب حـ ـــــــــــ (بطرح مساحة △م ب حـ من الطرفين)

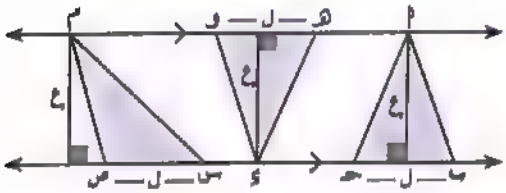
∴ مساحة △أ ب حـ − مساحة △م ب حـ = مساحة △ء ب حـ − مساحة △م ب حـ

∴ مساحة △أ م ب = مساحة △ء م حـ

نتائج هامة على نظرية (٢)

نتيجة ١

المثلثات التي قواعدها متساوية الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية المساحة.



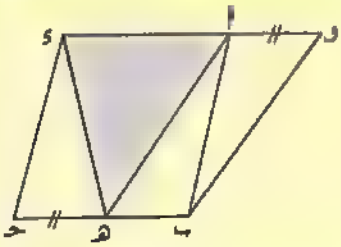
في الشكل المقابل:

∵ $\overleftrightarrow{أ م}$ // $\overleftrightarrow{ب ص}$ ، ب حـ = هـ و = س ص = ل ،

والارتفاعات الثلاثة متساوية وكل منها يساوي ع

∴ مساحة △أ ب حـ = مساحة △ء هـ و = مساحة △س ص م = $\frac{1}{2}$ ل × ع

سؤال ١

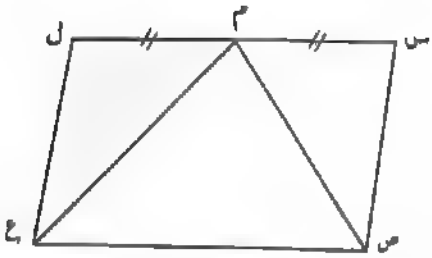


في الشكل المقابل:

أ ب حـ ء ▱ ، و أ = هـ حـ ، و ∈ $\overleftarrow{ء أ}$ ، و ∉ $\overline{أ ء}$

أثبت أن: مساحة الشكل و أ هـ ب = مساحة △أ هـ ء

مثال ٢



في الشكل المقابل:

س ص ع ل متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم٢ ،

م منتصف $\overline{\text{س ل}}$

أوجد مساحة △ م ل ع

الحل

المعطيات : س ص ع ل متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم٢، م منتصف $\overline{\text{س ل}}$

المطلوب : إيجاد مساحة △ م ل ع

البرهان ∵ △ م ص ع ، ▱ س ص ع ل مشتركان في $\overline{\text{ص ع}}$ ، م ∈ $\overline{\text{س ل}}$

∴ مساحة △ م ص ع = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ س ص ع ل

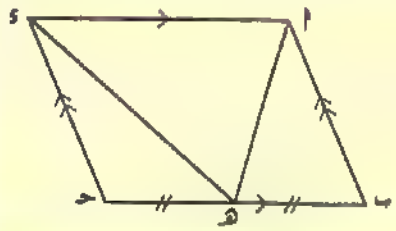
= $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ = ٢٠ سم٢

∴ مساحة △ م ل ع + مساحة △ س م ص = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ س ص ع ل = ٢٠ سم٢

∵ س م = م ل ، $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$

∴ مساحة △ م ل ع = مساحة △ س م ص = $\frac{٢٠}{٢}$ = ١٠ سم٢

سؤال ٢



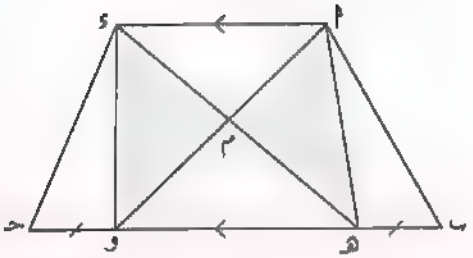
في الشكل المقابل:

أ ب جـ د متوازى أضلاع، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

إذا كانت مساحة △ أ ب هـ = ١٣ سم٢

أوجد مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د

مثال ٣



في الشكل المقابل:

$\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ، هـ ∈ $\overline{بحـ}$ ، و ∈ $\overline{بحـ}$ حيث:

بهـ = حـو ، $\overline{أو}$ ∩ $\overline{هـء}$ = {م}

برهن أن:

أولًا: مساحة △أمهـ = مساحة △ءمو

ثانيًا: مساحة الشكل أبهـم = مساحة الشكل ءحـوم

الحل

∵ $\overline{أء}$ // $\overline{هـو}$ ، المثلثان أهـو ، ءهـو يشتركان في القاعدة $\overline{هـو}$

∴ مساحة △أهـو = مساحة △ءهـو ——— (بطرح مساحة △هـمو من الطرفين)

∴ مساحة △أمهـ = مساحة △ءمو ——— (١) (المطلوب أولًا)

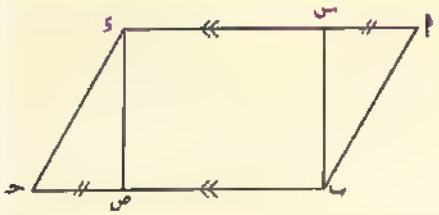
∵ بهـ = حـو ، $\overline{أء}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ مساحة △أبهـ = مساحة △ءحـو ——— (٢)

بجمع (٢) ، (١) :

∴ مساحة الشكل أبهـم = مساحة الشكل ءحـوم (المطلوب ثانيًا)

سؤال ٣



في الشكل المقابل:

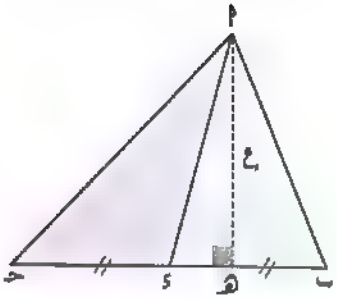
أبحـء متوازي أضلاع فيه:

س ∈ $\overline{أء}$ ، ص ∈ $\overline{بحـ}$ حيث أس = صحـ

أثبت أن : مساحة الشكل أبصء = مساحة الشكل حـءسب

نتيجـة ٢

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.



فى الشكل المقابل:

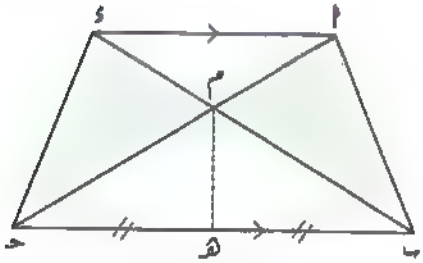
إذا كان: $\overline{أ ء}$ متوسطًا فى △أ ب حـ

فإن: مساحة △أ ب ء = مساحة △أ حـ ء

لاحظ أن: المثلثين أ ب ء ، أ حـ ء لهما نفس الارتفاع ع = أ هـ

وأطوال قواعدهما متساوية فى الطول (ب ء = ء حـ)

مثـال ٤



فى الشكل المقابل: (المنوفية ٢٠٢٣)

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث ب هـ = هـ حـ

أثبت أن:

أولًا: مساحة △أ م ب = مساحة △ء م حـ

ثانيًا: مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م

الحـل

∵ △أ ب حـ ، △ء ب حـ مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{ب حـ}$ ورأساهما على $\overleftrightarrow{أ ء}$ ، $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ مساحة △أ ب حـ = مساحة △ء ب حـ _____ (بطرح مساحة △م ب حـ من الطرفين)

∴ مساحة △أ م ب = مساحة △ء م حـ _____ ① (المطلوب أولًا)

∵ $\overline{م هـ}$ متوسط فى △م ب حـ

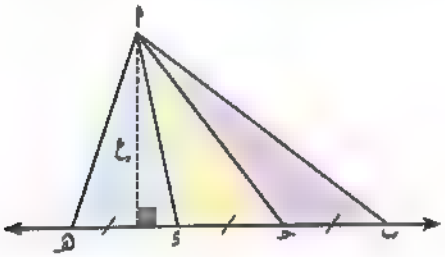
∴ مساحة △م ب هـ = مساحة △م حـ هـ _____ ②

بجمع ① ، ② ينتج أن:

مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م (المطلوب ثانيًا)

نتيجـة ٣

المثلثات التى أطـوال قواعدها متساويـة فى الطول، وكلها تقع على مستقيم واحد، ومشتركة فى الرأس تكون متساويـة فى المساحـة.



فى الشكل المقابل:

المثلثات أ ب حـ ، أ حـ ء ، أ ء هـ فيها:

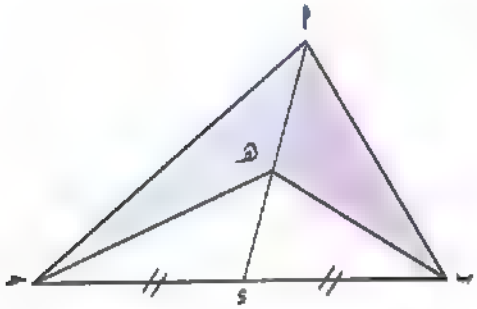
ب حـ = حـ ء = ء هـ

أى أن: قواعدها متساوية فى الطول ولها نفس الارتفاع «ع»

∴ مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ أ حـ ء = مساحة △ أ ء هـ

مثـال ٥

فى الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)



$\overline{أ ء}$ متوسط فى △ أ ب حـ ، هـ ∈ $\overline{أ ء}$

أثبـت أن:

مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ حـ هـ

الحـل

∵ $\overline{أ ء}$ متوسط فى △ أ ب حـ

∴ مساحة △ أ ب ء = مساحة △ أ حـ ء ——— (١)

∵ $\overline{هـ ء}$ متوسط فى △ هـ ب حـ

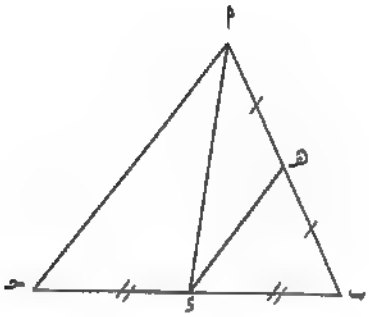
∴ مساحة △ هـ ب ء = مساحة △ هـ حـ ء ——— (٢)

بطرح (٢) من (١) ينتـج أن:

∴ مساحة △ أ ب ء − مساحة △ هـ ب ء = مساحة △ أ حـ ء − مساحة △ هـ حـ ء

∴ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ حـ هـ (وهو المطلوب)

مثال ٦



في الشكل المقابل: △أ ب حـ فيه: (القليوبية ٢٠٢١)

ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$

أثبت أن:

مساحة △أ هـ ء = $\frac{١}{٤}$ مساحة △أ ب حـ

الحل

في △أ ب حـ ∵ $\overline{أ ء}$ متوسط

∴ مساحة △أ ب ء = $\frac{١}{٢}$ مساحة △أ ب حـ ——— (١)

في △أ ء ب ∵ $\overline{ء هـ}$ متوسط

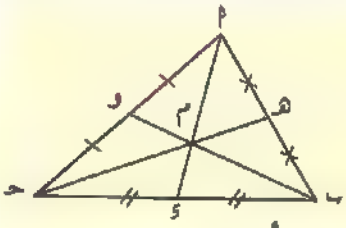
∴ مساحة △أ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ مساحة △أ ب ء ——— (٢)

من (١) وبالتعويض في (٢) :

∴ مساحة △أ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ مساحة △أ ب حـ

∴ مساحة △أ هـ ء = $\frac{١}{٤}$ مساحة △أ ب حـ (وهو المطلوب)

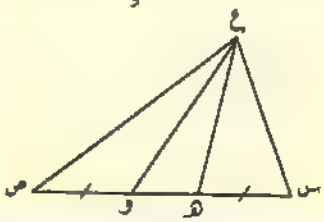
سؤال ٤



(١) في الشكل المقابل:

$\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب و}$ ، $\overline{حـ هـ}$ متوسطات المثلث أ ب حـ

اكتب ٦ أزواج من المثلثات المتساوية في المساحة

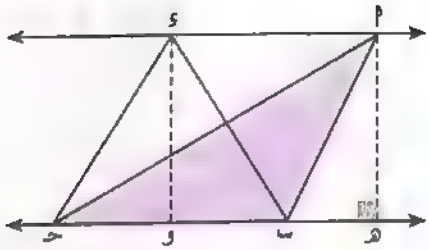


(٢) في الشكل المقابل:

س هـ = ص و

برهن أن: مساحة △ ع س و = مساحة △ ع ص هـ

ثانيًا نظرية (٣)



المثلثان المتساويان في مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة، يكون رأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة.

المعطيات: مساحة △أ ب حـ = مساحة △ء ب حـ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة للمثلثين

المطلوب: إثبات أن: $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

العمل: نرسم $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

البرهان: ∵ مساحة △أ ب حـ = مساحة △ء ب حـ

∴ $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × ء و

∴ أ هـ = ء و ——— (١)

، ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$ ——— (٢)

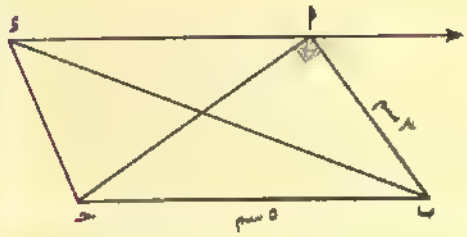
من (١) ، (٢) ينتج أن:

الشكل أ هـ و ء مستطيل ، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ (وهو المطلوب)

لاحظ أن

نظرية (٣) تعتبر عكس نظرية (٢)

سؤال ٥



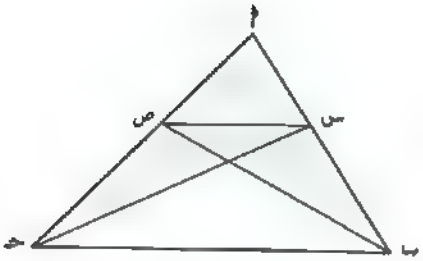
في الشكل المقابل:

ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ،

ب حـ = ٥ سم ، مساحة △ء ب حـ = ٦ سم²

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

مثال ٧



في الشكل المقابل:

مساحة △ أ ب ص = مساحة △ أ حـ س

أثبت أن: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الحل

∵ مساحة △ أ ب ص = مساحة △ أ حـ س ـــــــــــ (بطرح مساحة △ أ س ص من الطرفين)

∴ مساحة △ أ ب ص − مساحة △ أ س ص = مساحة △ أ حـ س − مساحة △ أ س ص

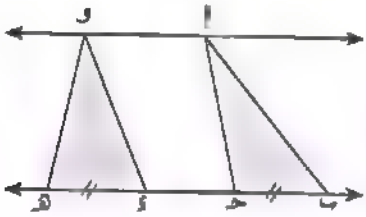
∴ مساحة △ ب س ص = مساحة △ حـ س ص

(وهما مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{\text{س ص}}$ ورأساهما في جهة واحدة منها)

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

قاعدة هامة

- إذا وجد مثلثان متساويان في المساحة ومحصوران بين مستقيمين وقاعدتاهما الواقعتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان في الطول، كان المستقيمان متوازيين.

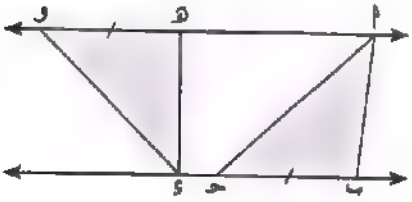


١ في الشكل المقابل:

النقط ب ، حـ ، ء ، هـ تقع على مستقيم واحد حيث ب حـ = ء هـ

إذا كانت: مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ و ء هـ

فإن: $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$



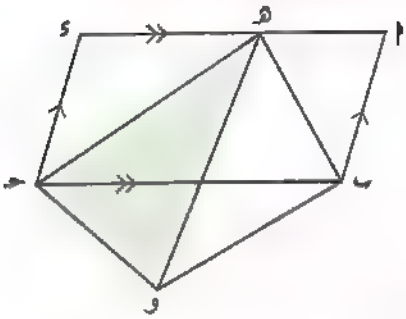
٢ في الشكل المقابل:

ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ، أ ∈ $\overleftrightarrow{\text{و هـ}}$ ، ب حـ = هـ و

إذا كانت: مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء هـ و

فإن: $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

مثال ٨



في الشكل المقابل:

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و نقطة خارجة عنه ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ ،

مساحة △ هـ حـ و = مساحة △ أ ب هـ + مساحة △ ء هـ حـ

أثبت أن: $\overline{\text{هـ حـ}}$ // $\overline{\text{ب و}}$

الحل

∵ △ ب هـ حـ ، ▱ أ ب حـ ء مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ مساحة △ ب هـ حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

∴ مساحة △ أ ب هـ + مساحة ء هـ حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

∴ مساحة △ ب هـ حـ = مساحة △ أ ب هـ + مساحة △ ء هـ حـ ——— (١)

∵ مساحة △ هـ حـ و = مساحة △ أ ب هـ + مساحة △ ء هـ حـ (معطى) ——— (٢)

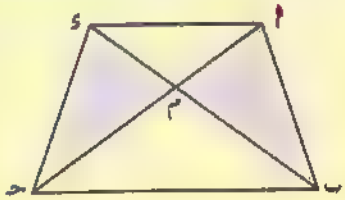
من (١) ، (٢) ∴ مساحة △ ب هـ حـ = مساحة △ هـ حـ و

(وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{هـ حـ}}$ وفي جهة واحدة منها)

∴ $\overline{\text{هـ حـ}}$ // $\overline{\text{ب و}}$ (وهو المطلوب)

سؤال ٦

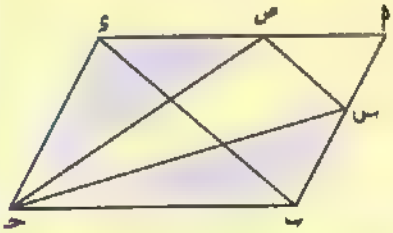
❶ في الشكل المقابل:



مساحة △ أ ب م = مساحة △ ء حـ م

أثبت أن: $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

❷ في الشكل المقابل:



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ،

س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

بحيث كانت مساحة △ حـ ب س = مساحة △ حـ ص ء

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ (إرشاد: صل $\overline{\text{س ء}}$ ، $\overline{\text{ب ص}}$)

أولاً نظرية (٢) ونتائجها

١ أكمل ما يأتى:

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ..... .

٢ المثلثان المرسومان بين مستقيمين متوازيين وقاعدتاهما اللتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان فى الطول يكونان .....

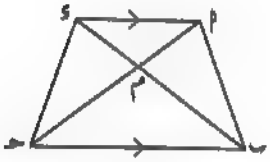
٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .. .. (٢٠٢٢ - ٢٠٢٣)

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان $\overline{\text{أ ء}}$ متوسطًا فإن مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ .....

٥ فى Δ س ص ع إذا كان ل ∈ $\overline{\text{ص ع}}$ بحيث ٢ ص ل = ع ل فإن:

مساحة Δ س ص ل = $\frac{١}{٢}$ مساحة Δ ..... ، مساحة Δ س ص ل = ... مساحة Δ س ص ع

٦ فى الشكل المرسوم: (القليوبية ٢٠٢٤)



$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = { م } أكمل:

(أ) مساحة المثلث أ ء ب = مساحة Δ ..... لأن: .....

(ب) مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة Δ ... . لأن: .....

(جـ) مساحة المثلث أ م ب = مساحة Δ ..... لأن: .....

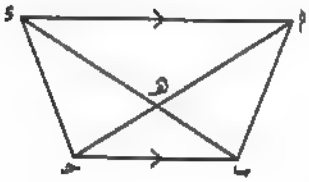
---

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

١ المثلثان المتساويان فى المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها يكون رأساهما على مستقيم .... القاعدة.

(أ) عمودى على (ب) ينصف (جـ) يوازى (د) يقطع

٢ فى الشكل المقابل: (الإسكندرية ٢٠١٩)



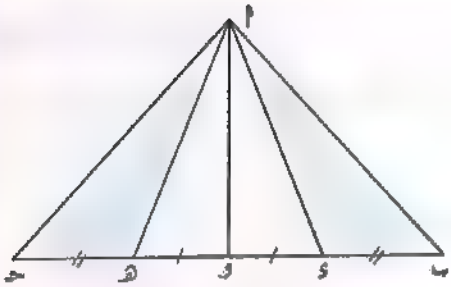
$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

فتكون مساحة Δ أ ب هـ = مساحة .. ..

(أ) Δ أ هـ ء (ب) Δ ب هـ حـ

(جـ) Δ ء هـ حـ (د) Δ ء ب حـ

٣ في الشكل المقابل:



إذا كانت مساحة Δ أ ب د = ٢٥ سم٢ ،

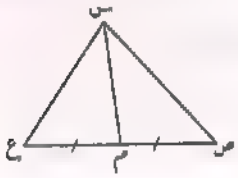
ومساحة Δ أ و هـ = ٢٠ سم٢

فإن مساحة Δ أ د جـ = ... سم٢

(أ) ٦٥ (ب) ٩٠

(جـ) ٧٠ (د) ٥٠

٤ في الشكل المقابل: (بني سويف ٢٠١٩)



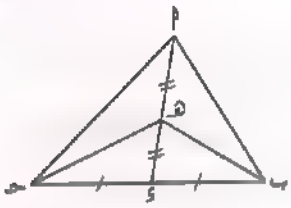
م منتصف $\overline{\text{ص ع}}$

النسبة بين مساحة Δ س ص م : مساحة Δ س ص ع = ... : .....

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٣

(جـ) ١ : ٢ (د) ٢ : ٣

٥ في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



إذا كانت مساحة Δ أ ب جـ = ١٠٠ سم٢ ،

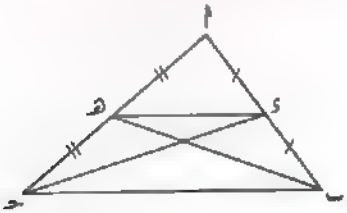
فإن مساحة Δ هـ ب د = ... سم٢

(أ) ١٦ (ب) ٨

(جـ) ٢٥ (د) ١٨

---

٣ في الشكل المقابل:



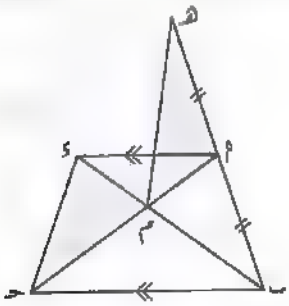
Δ أ ب جـ فيه د منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

برهن أن:

مساحة Δ د ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

---

٤ في الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٣)

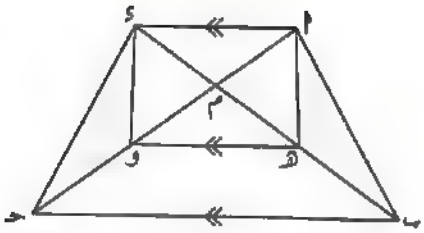


$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$

ب أ = أ هـ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب د}}$ = {م}

أثبت أن: مساحة المثلث د جـ م = مساحة المثلث هـ أ م

٥ في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



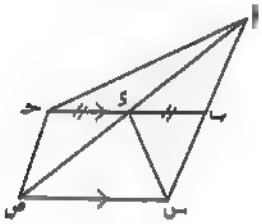
أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في نقطة م

، $\overline{أ ء}$ // $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن: مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء حـ و

---

٦ في الشكل المقابل:



$\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

أثبت أن:

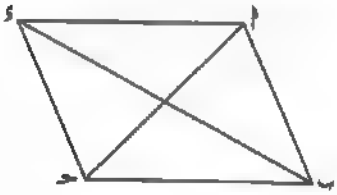
مساحة △ أ س ء = مساحة △ أ حـ ص

ثانيًا نظرية (٣)

٧ أكمل ما يأتي:

١ المثلثان المتساويان في مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة يكون رأساهما على مستقيم .....

٢ في الشكل المقابل:



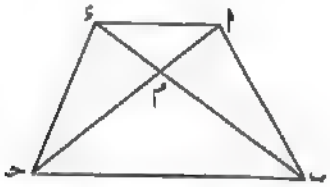
إذا كان مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء ب حـ

وهما مشتركان في القاعدة .....

فإن $\overline{أ ء}$ // .....

---

٨ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)

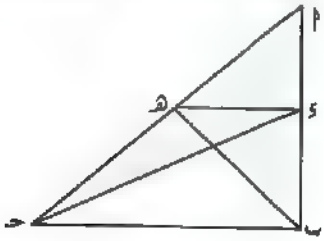


إذا كانت مساحة المثلث أ ب م = مساحة المثلث ء حـ م

فبرهن أن: $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

---

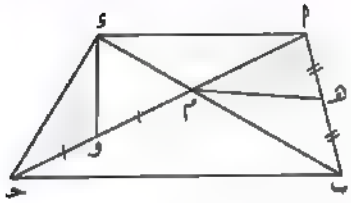
٩ في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٤)



مساحة المثلث أ ء حـ = مساحة المثلث أ هـ ب

برهن أن: $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

١٠ في الشكل المقابل:



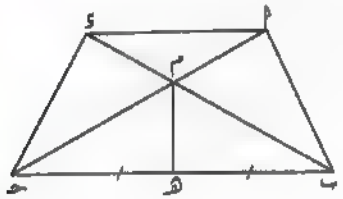
$\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$، هـ منتصف $\overline{أب}$ ، و منتصف $\overline{حـم}$،

إذا كانت مـ(Δ أهـم) = مـ(Δ ءحـو)

فأثبت أن: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

---

١١ في الشكل المقابل:



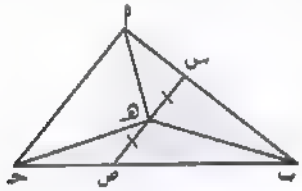
$\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$، هـ منتصف $\overline{بحـ}$ ،

إذا كانت مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م

فأثبت أن: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

---

١٢ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)

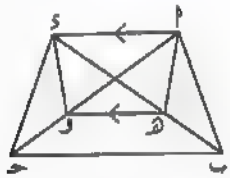


مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث حـ ب هـ

س هـ = ص هـ ، أثبت أن: $\overline{أحـ}$ // $\overline{سص}$

---

١٣ في الشكل المقابل:

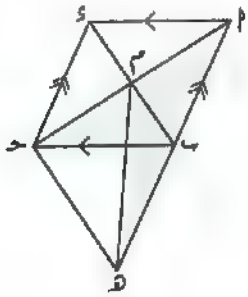


$\overline{أء}$ // $\overline{هـو}$ ، مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ءحـ و

برهن أن: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

---

١٤ في الشكل المقابل:

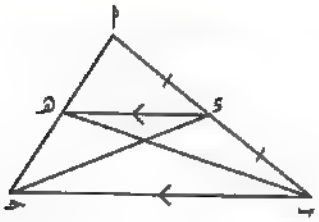


أ ب حـ ء متوازي أضلاع $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

هـ ∈ $\overleftarrow{أب}$ بحيث : مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ أ ب حـ

برهن أن: الشكل ب هـ حـ ء متوازي أضلاع

١٥ في الشكل المقابل: (بورسعيد ٢٠٢٤)

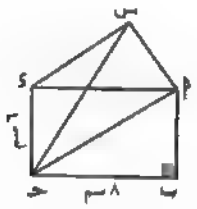


Δ أ ب جـ فيه: ء منتصف $\overline{أب}$ ، $\overleftarrow{ءهـ}$ // $\overline{بجـ}$

برهن أن: مساحة Δ أ ء هـ = مساحة Δ هـ ء جـ

---

١٦ في الشكل المقابل:



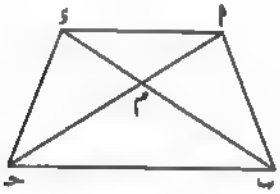
أ ب جـ ء مستطيل، ب جـ = ٨ سم ، جـ ء = ٦ سم

، مساحة Δ س أ جـ = ٢٤ سم^{٢}

أثبت أن : $\overline{سء}$ // $\overline{أجـ}$

---

١٧ في الشكل المقابل: (الإسماعيلية ٢٠٢٤)



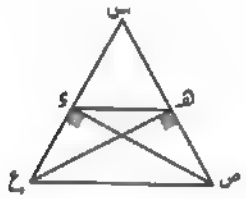
أ ب جـ ء شكل رباعي فيه $\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{بء}$ = {م}

إذا كان: أ م = $\frac{١}{٢}$ م جـ ، ء م = $\frac{١}{٢}$ م ب

فأثبت أن: $\overline{أء}$ // $\overline{بجـ}$

---

١٨ في الشكل المقابل:



س ص = س ع

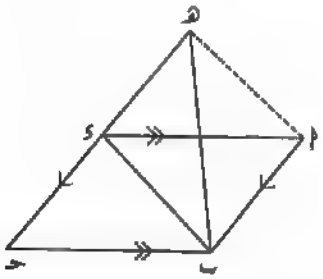
$\overline{صء}$ ⊥ $\overline{سع}$ ، $\overline{عهـ}$ ⊥ $\overline{سص}$ برهن أن:

١ $\overline{هء}$ // $\overline{صع}$

٢ مساحة المثلث س ء ص = مساحة Δ س هـ ع

---

١٩ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)

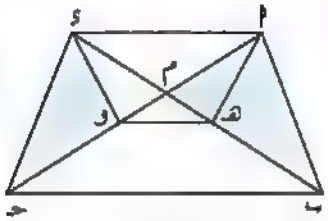


أ ب جـ ء متوازي أضلاع، هـ ∈ $\overleftarrow{جـء}$ بحيث

مساحة المثلث ب جـ ء = مساحة المثلث ب ء هـ

أثبت أن: $\overline{أهـ}$ // $\overline{بء}$

٢٠ في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٤)



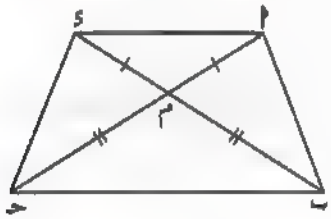
مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث ء حـ و

، مساحة المثلث أ م هـ = مساحة المثلث ء م و

برهن أن: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ // $\overline{هـ و}$

---

٢١ في الشكل المقابل:



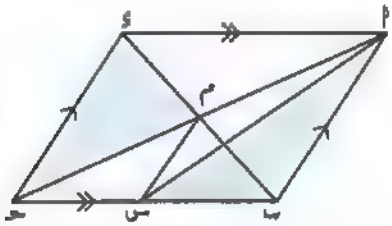
أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

أ م = ء م ، ب م = حـ م

أثبت أن: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

---

٢٢ في الشكل المقابل:



أ ب حـ ء متوازي أضلاع

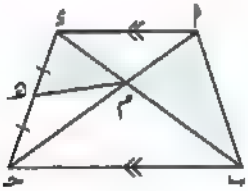
$\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{بء}$ = {م} ، س ∈ $\overline{بحـ}$

بحيث مساحة المثلث أ ب س = مساحة المثلث ء حـ م

أثبت أن: $\overline{أب}$ // $\overline{سم}$

---

٢٣ في الشكل المقابل: (بورسعيد ٢٠٢٤)



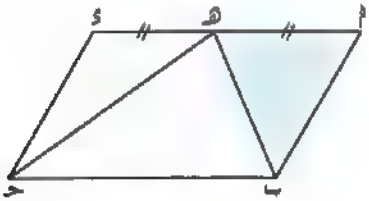
$\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ، هـ منتصف $\overline{ءحـ}$

$\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{بء}$ = {م}

أثبت أن : مساحة المثلث م ء هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المثلث أ ب م

---

٢٤ في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٣)



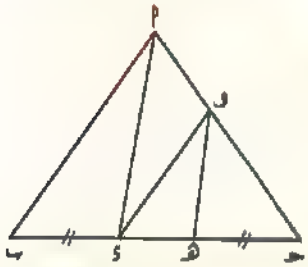
أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، هـ منتصف $\overline{أء}$

إذا كانت مـ(Δ أ ب هـ) = ٥٠ سم^2

فأوجد مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

تحدَّ نفسك

٢٥ في الشكل المقابل:

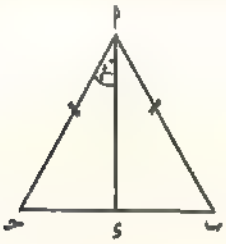


إذا كان حـ هـ = ب ء

مساحة المثلث و حـ هـ = مساحة المثلث أ و ء

فبرهن أن: $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{و ء}}$

٢٦ في الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث فيه: أ ب = أ حـ ،

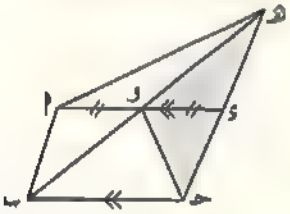
أ ب = (٢ س + ٤) سم ، أ حـ = (٥ س − ٨) سم

، ق(∠ ء أ حـ) = ٣٠° ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ أوجد ما يأتي:

(١) طول كل من $\overline{\text{ء حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

(٢) عدد محاور تماثل Δ أ ب حـ (٣) مساحة Δ أ ب حـ

٢٧ في الشكل المقابل:

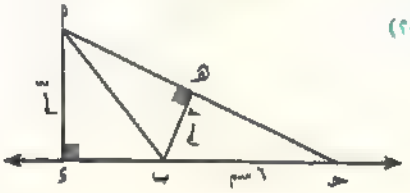


أ ب حـ ء ▱ ، ومنتصف $\overline{\text{أ ء}}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$

أثبت أن: مساحة Δ هـ حـ و = $\frac{1}{4}$ مساحة الشكل أ ب حـ هـ

٢٨ أكمل ما يأتي: (الإسكندرية ٢٠٢٣)

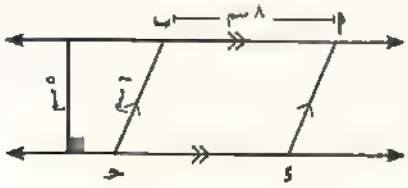
(١) في الشكل المقابل:



مساحة Δ أ ب حـ = ... سم² ،

طول $\overline{\text{أ حـ}}$ = ... سم

(٢) في الشكل المقابل:

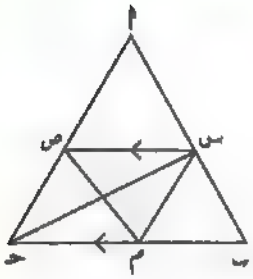


مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم²

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٢)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ فى الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث، س ∈ $\overline{أب}$ ، ص ∈ $\overline{أحـ}$

$\overline{سص}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$ ، م ∈ $\overleftrightarrow{بحـ}$

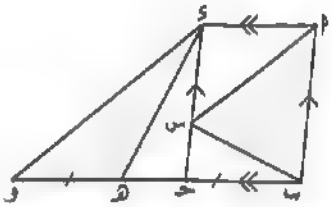
أكمل: مساحة Δ س م ص = مساحة .....

مساحة الشكل أ س م ص = مساحة ..... لماذا؟

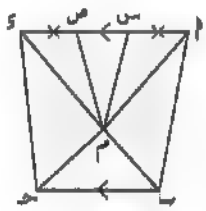
---

٢ فى كل من الأشكال التالية بيِّن أن الأشكال الملونة متساوية المساحة (استعن بالمعطيات على الرسم):

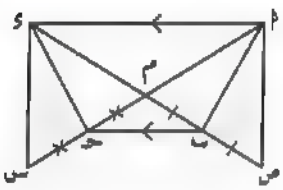
(أ)



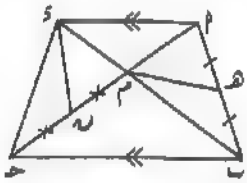
(ب)



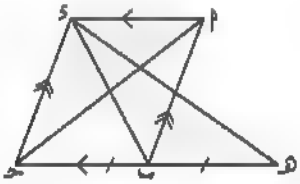
(جـ)



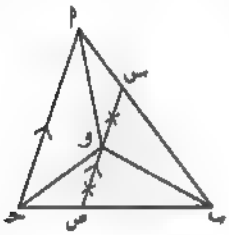
(د)



(هـ)



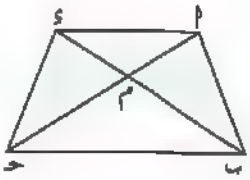
(و)



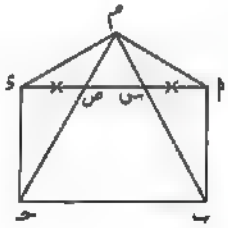
---

٣ فى كل من الأشكال التالية: المثلثات الملونة لها نفس المساحة، فسر لماذا يكون $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ؟

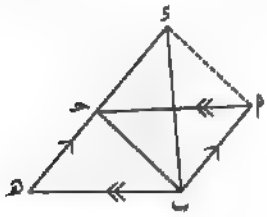
(أ)



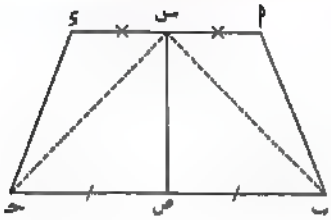
(ب)



(جـ)



٤ في الشكل المقابل: (سوهاج ٢٠٢٣)



أ ب حـ ء شكل رباعي ، س منتصف $\overline{أ ء}$ ، ص منتصف $\overline{ب حـ}$

بحيث: مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

برهن أن: $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

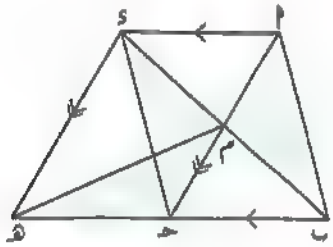
إرشادات للحل:

ارسم $\overline{ب س}$ ، $\overline{حـ س}$ في Δ س ب حـ ، $\overline{س ص}$ متوسط، ماذا تستنتج؟

مساحة Δ أ س ب = مساحة ..... لماذا؟ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ لماذا؟

---

٥ في الشكل المقابل: (الغربية ٢٠٢١)



$\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{أ حـ}$ // $\overline{ء هـ}$ ،

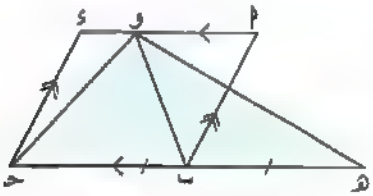
$\overline{أ حـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {م} برهن أن:

أولًا: مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م = مساحة Δ هـ م حـ

ثانيًا: مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب م

---

٦ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)



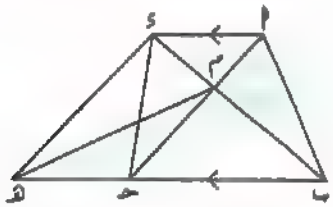
أ ب حـ ء متوازي أضلاع هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ ، حيث ب حـ = ب هـ

برهن أن:

مساحة Δ و هـ حـ = مساحة ▱ أ ب حـ ء

---

٧ في الشكل المقابل:



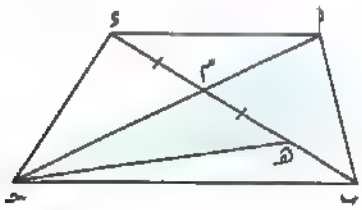
أ ب حـ ء شكل رباعي فيه: $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ ،

$\overline{أ حـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {م} ، مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ هـ حـ م

برهن أن: $\overline{ء هـ}$ // $\overleftrightarrow{أ حـ}$

---

٨ في الشكل المقابل:



أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م، هـ ∈ $\overline{ب م}$ ،

حيث م هـ = م ء ، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ حـ م هـ

برهن أن: $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣سم، ٤سم، ٥سم تكون مساحته = ... سم^{٢} (المنوفية ٢٠١٩)

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ١٠ (د) ١٥

٢ إذا كانت مساحة Δ أ ب جـ = ٤٨ سم^{٢}، د ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث ب د = $\frac{١}{٤}$ ب جـ،
فإن مساحة Δ أ د جـ = ... سم^{٢} (أسيوط ٢٠٢٢)

(أ) ٤٨ (ب) ٣٦ (جـ) ٢٤ (د) ١٢

٣ متوسط المثلث يقسم المثلث إلى مثلثين لهما نفس ..... (سوهاج ٢٠٢٢)

(أ) الارتفاع (ب) المحيط (جـ) قياسات الزوايا (د) غير ذلك

٤ مثلث مساحته ٢٤ سم^{٢}، وارتفاعه ٨ سم، فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢ (الغربية ٢٠٢٢)

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رءوس المثلث المتساوى الأضلاع = ... (الإسكندرية ٢٠١٨)

٢ صورة النقطة (٢ ، −٥) بالانعكاس فى محور الصادات هى ..... (بنى سويف ٢٠١٨)

٣ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول ومحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ..... (المنيا ٢٠٢٠)

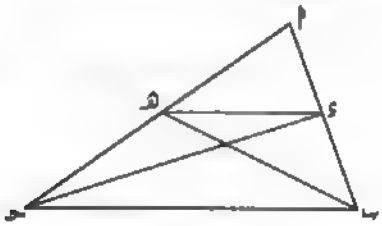
٤ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه: ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٠٠° فإن ق(∠ب) = ...° (بنى سويف ٢٠٢٣)

---

٣ ١ فى الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٢)

م(Δ أ د جـ) = م(Δ أ هـ ب)

أثبت أن: $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

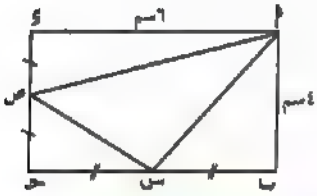


٢ فى الشكل المقابل: أ ب جـ د مستطيل فيه:

أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٦ سم ،

س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{د جـ}}$ أوجد:

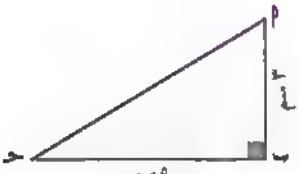
(١) مساحة المستطيل أ ب جـ د (٢) مساحة المثلث أ س ص



مساحات بعض الأشكال الهندسية

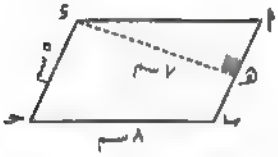
شاهد فيديو الشرح

تذكر وفكر:



- فى الشكل المقابل: مساحة المثلث أ ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ب حـ × أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٣ = $\frac{١٥}{٢}$ = ٧,٥ سم^{٢}



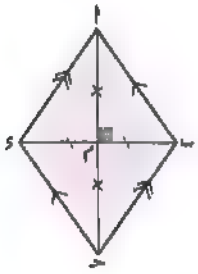
- فى الشكل المقابل: مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

= طول القاعدة × الارتفاع المناظر لهذه القاعدة = ٥ × ٧ = ٣٥ سم^{٢}

- فى الشكل المقابل: مساحة المستطيل س ص ع ل

= الطول × العرض = ٦ × ٤ = ٢٤ سم^{٢}

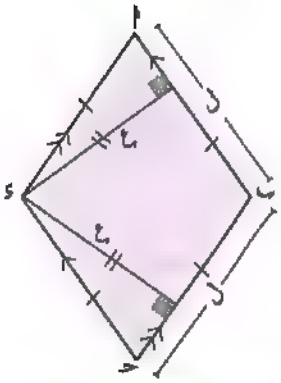
سوف ندرس كيفية إيجاد مساحة بعض الأشكال الهندسية:



أولاً المعين

هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

١ مساحة المعين بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه:



مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء = ل × ع

حيث (ل) طول ضلع المعين ، (ع) ارتفاع المعين

لاحظ أن: ارتفاعات المعين متساوية فى الطول.

فمثلاً: المعين الذى طول ضلعه يساوى ٦ سم وارتفاعه يساوى ٤ سم

تكون مساحة سطحه = ٦ × ٤ = ٢٤ سم^{٢}

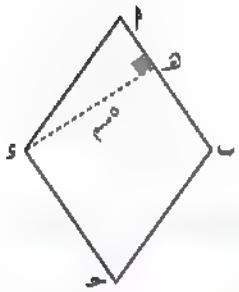
مثال ١

١ معين محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٧ سم، أوجد مساحة سطحه.

٢ معين محيطه ٣٢ سم ومساحة سطحه ٤٨ سم^{٢}، أوجد ارتفاعه.

٣ فى الشكل المقابل: أ ب حـ ء معين محيطه ٢٤سم ، ء هـ = ٥سم

أوجد طول $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ثم أوجد مساحة المعين أ ب حـ ء



الحل

١ ∵ طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$ ∴ طول ضلع المعين = $\frac{٤٠}{٤}$ = ١٠سم

، ∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ مساحة المعين = ١٠ × ٧ = ٧٠ سم^{٢}

تذكر

محيط المعين = ٤ ل

حيث ل طول ضلع المعين

٢ ∵ طول ضلع المعين (ل) = $\frac{٣٢}{٤}$ = ٨ سم

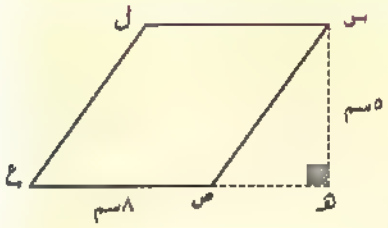
، ∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ ٤٨ = ٨ × الارتفاع ∴ الارتفاع = $\frac{٤٨}{٨}$ = ٦سم

٣ ∵ طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$ ∴ ب حـ = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦سم

∴ مساحة المعين = ب حـ × ء هـ = ٦ × ٥ = ٣٠سم^{٢}

سؤال ١



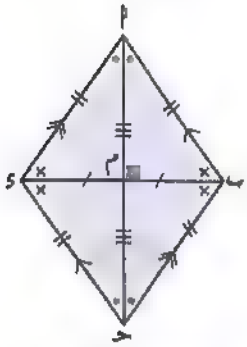
١ فى الشكل المقابل:

أوجد مساحة المعين س ص ع ل

٢ معين طول ضلعه ٩سم وارتفاعه ٦سم، أوجد مساحته.

٣ معين محيطه ٢٠سم ومساحة سطحه ٣٥سم^{٢}، أوجد ارتفاعه.

٢ مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه:



∵ قطرى المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

∴ مساحة المعين أ ب جـ د = مساحة △ أ ب د + مساحة △ جـ ب د

= $\frac{١}{٢}$ × ب د × أ م + $\frac{١}{٢}$ × ب د × جـ م

∴ مساحة المعين أ ب جـ د = $\frac{١}{٢}$ ب د [أ م + جـ م] = $\frac{١}{٢}$ ب د × أ جـ

أى أن: مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب طولى قطريه.

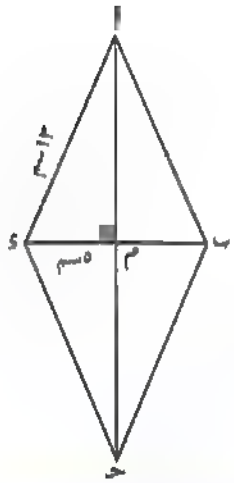
مثال ٢

١ أوجد مساحة المعين الذى طولا قطريه ٨سم ، ١٠سم

٢ أوجد مساحة المعين أ ب جـ د الذى محيطه ٥٢سم ، وطول القطر $\overline{ب د}$ = ١٠سم

الحل

١ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٠ = ٤٠ سم^{٢}



٢ فى الشكل المقابل: طول ضلع المعين = $\frac{٥٢}{٤}$ = ١٣سم

∵ ب د = ١٠سم ∴ م د = ٥ سم

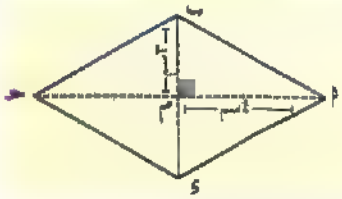
∵ أ د = ١٣ سم ، $\overline{أ م}$ ⊥ $\overline{م د}$

∴ أ م = $\sqrt{(١٣)^{٢} - (٥)^{٢}}$ = ١٢ سم ∴ أ جـ = ١٢ × ٢ = ٢٤ سم

∴ مساحة المعين أ ب جـ د = $\frac{١}{٢}$ ب د × أ جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٢٤ = ١٢٠ سم^{٢}

سؤال ٢

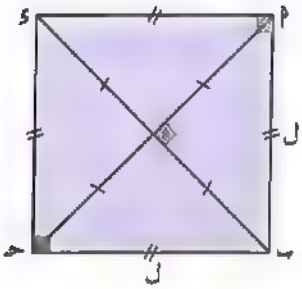


فى الشكل المقابل، أوجد:

١ مساحة المعين أ ب جـ د

٢ محيط المعين أ ب جـ د

المربع



١ **مساحة المربع إذا علم طول ضلعه.**

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

من الشكل المقابل: مساحة المربع أ ب جـ د = ل × ل = ل^{٢}

٢ **مساحة المربع إذا علم طول قطره.**

∵ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول

∴ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ × مربع طول قطره

من الشكل السابق: مساحة المربع أ ب جـ د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ × ب د = $\frac{١}{٢}$ (أ جـ)^{٢} = $\frac{١}{٢}$ (ب د)^{٢}

مثال ٣

أوجد كلاً من: ١ مساحة مربع طول ضلعه ٥ سم ٢ مساحة المربع الذى طول قطره ٨سم

٣ طول قطر المربع الذى مساحة سطحه ٥٠ سم^{٢}

٤ طول قطر المربع الذى مساحته ٢٠٠ س^{٤} بدلالة س

الحل

١ ∵ مساحة المربع = طول الضلع × نفسه ∴ مساحة المربع = ٥ × ٥ = ٢٥ سم^{٢}

٢ ∵ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ × مربع طول قطره ∴ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ × (٨)^{٢} = ٣٢ سم^{٢}

٣ نفرض أن طول قطر المربع = س

∴ $\frac{١}{٢}$ × س^{٢} = ٥٠ ∴ س^{٢} = ٢ × ٥٠

∴ س = $\sqrt{٢ \times ٥٠}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

لاحظ أن

- طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{مساحة سطحه}}$
- طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times \text{مساحة سطحه}}$

٤ طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times ٢٠٠ \text{ س}^{٤}}$ = $\sqrt{٤٠٠ \text{ س}^{٤}}$ = ٢٠ س^{٢} وحدة طول

سؤال ٣

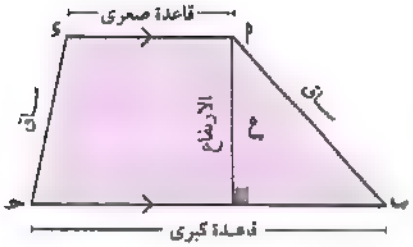
أوجد كلًا من:

١ مساحة المربع الذى طول ضلعه ٧ سم ٢ مساحة المربع الذى طول قطره ٦ سم

٣ طول قطر المربع الذى مساحة سطحه ٣٢ سم^{٢}

شبه المنحرف

تعريف



شبه المنحرف: هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان وغير متساويين في الطول يسميان بقاعدتيه «الصغرى والكبرى» كما يُسمَّى كل ضلع من ضلعيه غير المتوازيين ساقًا .

- شبه المنحرف: له ارتفاع واحد وهو البُعد العمودي بين قاعدتيه (ع)

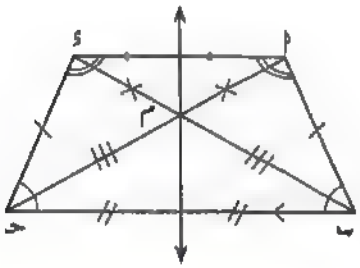
من الشكل السابق: ∵ $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

∴ ق(∠أ) + ق(∠ب) = ١٨٠° ، ق(∠ء) + ق(∠حـ) = ١٨٠°

شبه المنحرف المتساوي الساقين:

- هو شبه منحرف ساقاه متساويتان في الطول.

خواص شبه المنحرف المتساوي الساقين:



١ القطران متساويان في الطول ومتقاطعان في نقطة م

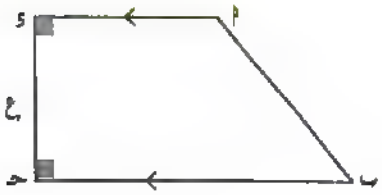
حيث م أ = م ء ، م ب = م حـ

٢ زاويتا القاعدتين متساويتان في القياس:

ق(∠ب أ ء) = ق(∠حـ ء أ) ، ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ء حـ ب)

٣ له محور تماثل واحد ينصف القاعدتين وعمودي عليهما.

شبه المنحرف القائم الزاوية:



- هو شبه منحرف أحد ساقيه عمودي على القاعدتين المتوازيتين.

في الشكل المقابل: $\overline{ءحـ}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ ، $\overline{ءحـ}$ ⊥ $\overline{أء}$

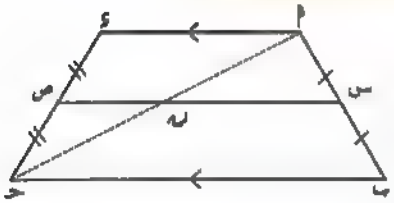
∴ ارتفاع شبه المنحرف = طول $\overline{ءحـ}$

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف:

- هى القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ساقيه.

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازى كلًّا من قاعدتيه المتوازيتين،

طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ × مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين.



فى الشكل المقابل: ∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ،

س منتصف $\overline{أ ب}$ ، ص منتصف $\overline{حـ ء}$

∴ س ن = $\frac{١}{٢}$ ب حـ فى △ أ ب حـ ——— (١)

، ن ص = $\frac{١}{٢}$ أ ء فى △ أ حـ ء ——— (٢)

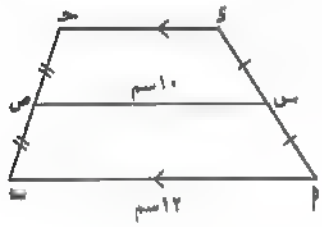
بجمع (١) ، (٢) ∴ س ن + ن ص = $\frac{١}{٢}$ ب حـ + $\frac{١}{٢}$ أ ء ∴ س ص = $\frac{١}{٢}$ (ب حـ + أ ء)

وتسمى القطعة المستقيمة $\overline{س ص}$ «القاعدة المتوسطة»

مثال ٤

فى الشكل المقابل:

إذا كان: أ ب = ١٢سم ، س ص = ١٠سم فأوجد طول $\overline{ء حـ}$

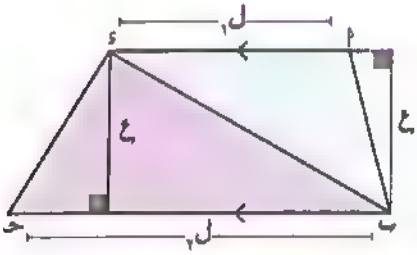


الحل

∵ س ص = $\frac{١}{٢}$ × (أ ب + ء حـ) ∴ ١٠ = $\frac{١}{٢}$ × (١٢ + ء حـ)

∴ ٢٠ = ١٢ + ء حـ ∴ ء حـ = ٢٠ − ١٢ = ٨ سم

مساحة شبه المنحرف:



- لحساب مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء نقوم بتقسيمه إلى مثلثين هما: △ أ ب ء ، △ ب حـ ء
- مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء = مـ △ أ ب ء + مـ △ ب حـ ء

= $\frac{١}{٢}$ × ل١ × ع + $\frac{١}{٢}$ × ل٢ × ع = $\frac{١}{٢}$ (ل١ + ل٢) × ع

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × الارتفاع

، ∵ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين

∴ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

مثال ٥

١ أوجد مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم، ٨ سم وارتفاعه يساوى ٤ سم.

٢ إذا كان طول القاعدة المتوسطة فى شبه المنحرف يساوى ٩ سم، وارتفاعه يساوى ٣ سم، فأوجد مساحة سطحه.

٣ شبه منحرف مساحة سطحه ٤٥٠ سم^{٢} وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم، ١٢ سم، احسب ارتفاعه.

الحل

١ ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × الارتفاع

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ٨) × ٤ = ٢٨ سم^{٢}

٢ ∵ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ مساحة شبه المنحرف = ٩ × ٣ = ٢٧ سم^{٢}

٣ ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × الارتفاع

∴ ٤٥٠ = $\frac{١}{٢}$ (٢٤ + ١٢) × الارتفاع

∴ ٤٥٠ = ١٨ × الارتفاع

∴ الارتفاع = $\frac{٤٥٠}{١٨}$ = ٢٥ سم

سؤال ٤

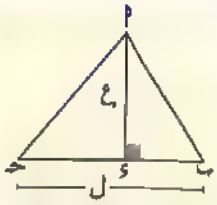
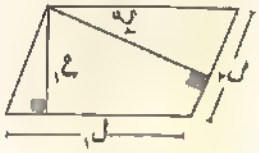
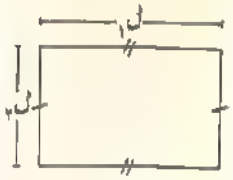
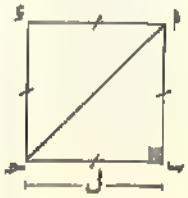
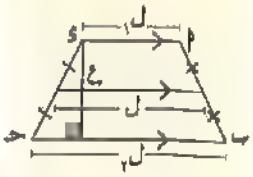
أوجد كلًّا من:

١ طول القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم، ١٢ سم.

٢ طول إحدى قاعدتى شبه المنحرف المتوازيتين، إذا كان طول القاعدة الأخرى ٧ سم وطول القاعدة المتوسطة ١٠ سم.

٣ ارتفاع شبه المنحرف الذى مساحة سطحه ٢٠ سم^{٢}، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٤ سم، ٦ سم.

ملخص قوانين المحيط والمساحة لبعض الأشكال الهندسية المستوية

الشكل		المحيط	المساحة
المثلث		مجموع أطوال أضلاعه = أ ب + ب حـ + أ حـ	$\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $\frac{١}{٢}$ ل × ع
متوازى الأضلاع		مجموع طولى ضلعين متجاورين × ٢ = (ل$_١$ + ل$_٢$) × ٢	طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها ل$_١$ × ع$_١$ = ل$_٢$ × ع$_٢$
المستطيل		(الطول+العرض) × ٢ = (ل$_١$ + ل$_٢$) × ٢	الطول × العرض = ل$_١$ × ل$_٢$
المعين		طول الضلع × ٤ = ل × ٤	طول الضلع × الارتفاع = ل × ع أو $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى القطرين = $\frac{١}{٢}$ × ب د × أ حـ
المربع		طول الضلع × ٤ = ل × ٤	طول الضلع × نفسه = ل^٢ أو $\frac{١}{٢}$ × مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ (أ حـ)^٢
شبه المنحرف		مجموع أطوال أضلاعه = أ ب + ب حـ + حـ د + د أ	$\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × (ل$_١$ + ل$_٢$) × ع أو طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ل × ع

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

أولاً المعين:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مساحة المعين = طول ضلعه × .....

(أ) الارتفاع (ب) ٤ (جـ) طول القطر (د) غير ذلك

٢ معين طولا قطريه ٨ سم، ٦ سم تكون مساحته ... . سم^{٢} (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) ١٢ (ب) ٤٨ (جـ) ١٤ (د) ٢٤

٣ معين طول ضلعه ٧ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ١٧,٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٣٥ (د) ٤٩

٤ معين مساحته ٤٨ سم^{٢} وطول أحد قطريه ١٢ سم فإن طول القطر الآخر = ... سم. (الغربية ٢٠٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٦

٥ إذا كان محيط معين ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} فإن ارتفاعه = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٢

٦ معين طولا قطريه ٨ سم، ٦ سم يكون طول ضلعه .. .. سم (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) ١٠ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٥

٧ إذا كان حاصل ضرب طولى قطرى معين ٩٦ سم^{٢} وارتفاعه ٦ سم ، يكون طول ضلعه = ... سم. (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ١٢ (ب) ٨ (جـ) ٦ (د) ٤

ثانياً المربع:

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مربع مساحته ٥٠ سم^{٢} يكون طول قطره .. . . سم (بورسعيد ٢٠٢٤)

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٠ (د) ٥

٢ مربع محيطه ٣٦ سم تكون مساحته = ... سم^{٢} (دمياط ٢٠٢٤)

(أ) ١٨٠ (ب) ٨١ (جـ) ٣٦ (د) ٧٢

٣ مربع طول قطره ٨ سم ، فإن مساحته = ... سم^{٢} (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) ٦٤ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٨ (د) ٣٢

٤ مربع طول ضلعه ٥ سم تكون مساحته = ... سم^{٢} (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٥ (د) ٢٠

٣ مربع مساحته تساوى مساحة معين طولا قطريه ٨ سم، ١٦ سم، احسب طول ضلع المربع.

ثالثا شبه المنحرف:

٤ اختر الإجابة الصحيحة:

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم، ٨سم يكون طول قاعدته المتوسطة ..... سم. (المنيا ٢٠١٩)

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ٧ (د) ١٤

٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين ..... فى الطول.

(أ) متساويان (ب) متعامدان

(جـ) متوازيان (د) ينصف كلٌّ منهما الآخر

٣ شبه المنحرف الذى مساحته ١٥ سم^{٢} وارتفاعه ٣ سم يكون طول قاعدته المتوسطة ..... سم. (القليوبية ٢٠١٨)

(أ) ٤٥ (ب) ١٨ (جـ) ١٠ (د) ٥

٤ شبه منحرف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم، ومساحته ٢٠ سم^{٢} يكون ارتفاعه ..... سم.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

---

٥ أجب عما يأتى:

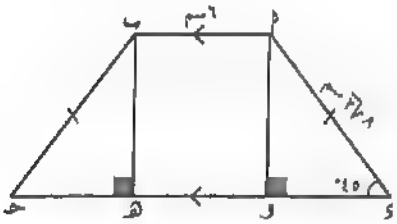
شبه منحرف النسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٣، طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم، أوجد: (الحرة ٢٠١٩)

(أ) طول كل من قاعدتيه المتوازيتين.

(ب) مساحة شبه المنحرف إذا كان ارتفاعه ٢٤ سم.

---

٦ فى الشكل المقابل:



أ ب حـ ء شبه منحرف متساوى الساقين،

$\overline{أو} \perp \overline{ءحـ}$ ، $\overline{بهـ} \perp \overline{ءحـ}$ ،

أ ب = ٦ سم ، أ ء = ٨ $\sqrt{٢}$ سم،

ق(∠ أ ء و) = ٤٥°

أوجد: مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

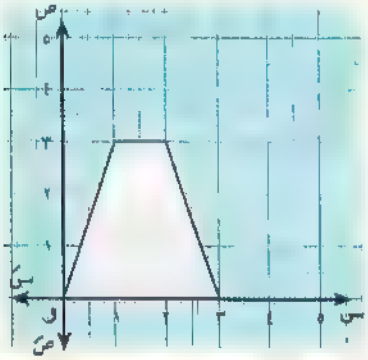
تحدَّ نفسك

٧ قطعتا أرض متساويتان فى المساحة؛ الأولى على شكل معين طولا قطريه ٣٦ مترًا، ٣٠ مترًا، والثانية على شكل شبه منحرف ارتفاعه ٢٠ مترًا، أوجد بالبرهان طول قاعدته المتوسطة.

(الإسكندرية ٢٠١٨)

٨ فى الشكل المقابل: (أسوان ٢٠٢٣)

أوجد مساحة المنطقة المظللة.



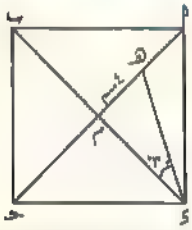
٩ فى الشكل المقابل:

أ ب حـ ء مربع ، هـ ∈ $\overline{\text{أ م}}$ ، هـ م = ٤ سم،

ق(∠هـ ء م) = ٣٠° أوجد:

(١) طول $\overline{\text{ء م}}$ (٢) طول $\overline{\text{ب ء}}$

(٣) مساحة المربع أ ب حـ ء



١٠ فى الشكل المقابل:

أ ب حـ ء مربع ، ق(∠أ هـ ء) = ٩٠° ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم

أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء هـ

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٣)

أجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية:

١ معين طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم.

٢ معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم.

٣ مربع طول قطره ٨ سم.

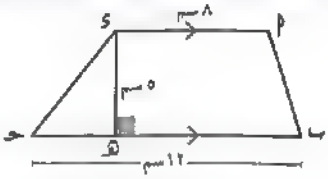
٤ معين محيطه ٥٢سم وطول أحد قطريه ١٠سم.

٥ معين محيطه ٦٠سم، وقياس إحدى زواياه ٦٠°

٢ أوجد طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ١٣ سم.

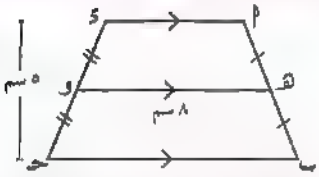
٣ في كل من الأشكال الآتية استخدم المعلومات المعطاة على الرسم لإيجاد مساحتها:

(أ)



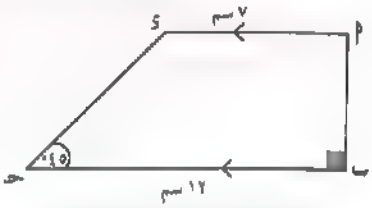
.....

(ب)



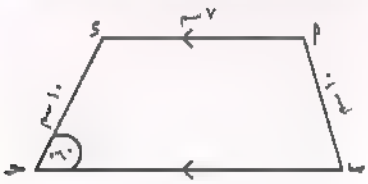
.....

(جـ)



.....

(د)



.....

٤ شبه منحرف مساحته ٤٥٠ سم^{٢}، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم، ١٢ سم **أوجد ارتفاعه.**

٥ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم^{٢}، وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم، وارتفاعه ٨ سم.
أوجد طول قاعدته الأخرى.

٦ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢}، وارتفاعه ١٢ سم، والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٣ : ٢
فما طول كل منهما؟

٧ قطعتا أرض متساويتان فى المساحة: الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ ، ٢٤ مترًا، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا. **أوجد طول قاعدتها المتوسطة.**

٨ شبه منحرف متساوى الساقين مساحته ١٢٠ سم^{٢}، ومحيطه ٦٠ سم. فإذا كان طول قاعدته المتوسطة ٢٠ سم.
أوجد طول كل من قاعدتيه.

٩ أ ب جـ د مستطيل فيه: أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ،
س ، ص ، ل ، م منتصفات أضلاعه $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ على الترتيب:
(أ) **برهن أن الشكل س ص ل م معين وأوجد مساحته.**
(ب) **أوجد ارتفاع المعين س ص ل م**

١٠ قطعة أرض على شكل شبه منحرف، النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين، وارتفاعه كنسبة ٣ : ٢ : ٤ على الترتيب. **أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كانت مساحة سطحه ٤٠٠٠ م^{٢}**

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ معين مساحة سطحه ٤٢ سم^{٢} وطول أحد قطريه ١٢ سم، فإن طول القطر الآخر = ... سم. (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) ١٤ (ب) ٧ (جـ) ٣ (د) ٢

٢ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم، ومساحته ٥٤ سم^{٢}، فإن ارتفاعه = ... سم. (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) ١٠ (ب) ٩ (جـ) ٦ (د) ٥

٣ معين طولا قطريه ١٢ سم، ١٦ سم فإن محيطه = ... سم. (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) ٦٤ (ب) ٤٨ (جـ) ٤٠ (د) ٢٤

٤ مربع مساحته ٧٢ سم^{٢}، فإن طول قطره = ... سم. (بور سعيد ٢٠١٩)

(أ) ٣٦ (ب) ٧٢ (جـ) ١٤ (د) ١٢

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ مثلث متساوى الساقين أطوال أضلاعه ٤ سم ، ٩ سم ، س سم ، فإن س = ... (البحيرة ٢٠١٩)

٢ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث. (الجيزة ٢٠٢٠)

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ..... (القاهرة ٢٠٢٣)

٤ مربع مساحته تساوى مساحة مستطيل بعداه ٩ سم ، ٢ سم، فإن طول قطر المربع = ... سم. (الشرقية ٢٠٢٣)

---

٣ أجب عما يأتى:

١ شبه منحرف مساحته ١٦٠ سم^{٢}، والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين هى ٣ : ٥ وارتفاعه ١٠ سم، فما طول كل من قاعدتيه؟ (سوهاج ٢٠٢٢)

٢ مربع مساحته ٤٩ سم^{٢}، ومحيطه (٧ س − ١٤) سم، أوجد قيمة س (الدقهلية ٢٠٢٢)

مجاب عنه فى ملحق الإجابات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٩سم ، ٦ سم تساوى ..... سم^{٢}. (دمياط ٢٠٢٤)

(أ) ٢٠ (ب) ٥٤ (جـ) ٢٧ (د) ٤٨

٢ المربع الذى مساحته ٧٢ سم^{٢} فإن طول قطره يساوى ..... سم. (البحيرة ٢٠٢٢)

(أ) ٩ (ب) ٣٦ (جـ) ٣٢ (د) ١٢

٣ مساحة المثلث القائم الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٨ سم ، ٩ سم تساوى ..... سم^{٢}.

(أ) ٣٦ (ب) ٧٢ (جـ) ١٨ (د) ١٤٤

٤ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٢٤سم^{٢}وطول قاعدته ٨سم فإن الارتفاع المناظر لهذه القاعدة يساوى ..... سم. (أسيوط ٢٠٢٢)

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٣

٥ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٠ سم^{٢} وطول قاعدته المتوسطة ٨سم فإن ارتفاعه = ... سم. (الشرقية ٢٠٢٤)

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٢ (د) ٢٠

٦ معين مساحته ٢٠سم^{٢} وطول أحد قطريه ٥ سم فإن طول القطر الآخر يساوى ..... سم.

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ١٠ (د) ١٥

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

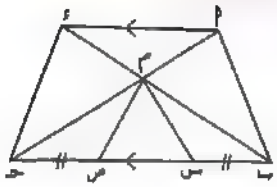
٢ مربع طول قطره ١٠ سم فإن مساحته = ... (البحيرة ٢٠٢٢)

٣ شبه منحرف مساحته ٣٠سم^{٢} وارتفاعه ٥سم فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى ..... سم. (بورسعيد ٢٠٢٢)

٤ سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٣سم، ٧سم فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى ..... سم.

السؤال الثالث: في الشكل المقابل: (الغربية ٢٠٢٣)

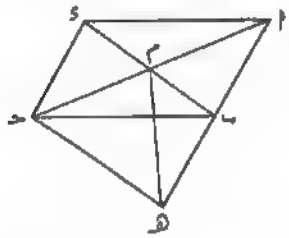


$\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ، ب س = حـ ص أثبت أن:

(أ) مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م حـ

(ب) مساحة الشكل أ م س ب = مساحة الشكل ء م ص حـ

السؤال الرابع: في الشكل المقابل: (المنوفية ٢٠٢٣)



أ ب حـ ء ، ب هـ حـ ء متوازيا أضلاع

$\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{بء}$ = {م}

برهن أن: مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ م هـ حـ

السؤال الخامس:

١ معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم احسب محيطه. (القليوبية ٢٠٢٢)

٢ شبه منحرف طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٢٠ سم، ومساحته ٢١٠ سم^2، وارتفاعه ٧ سم.
أوجد طول القاعدة الأخرى.

مجاب عنه فى ملحق الإجابات

السؤال الأول: أكمل مكان النقط:

١ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦سم ، ٨سم تساوى ..... سم^{٢}. (بنى سويف ٢٠٢٢)

٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

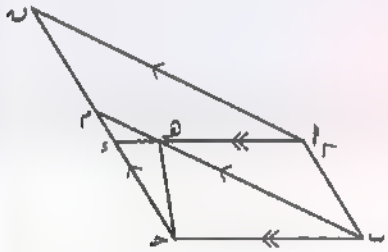
٣ مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٧سم ، وارتفاعه ٦سم = ... (الجيزة ٢٠٢٤)

٤ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول، والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون .....

٥ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

٦ مربع مساحته ٥٠سم^{٢}، فإن طول قطره = ... سم. (البحيرة ٢٠٢٢)

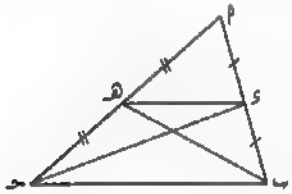
السؤال الثانى: فى الشكل المقابل: (السويس ٢٠٢٤)



أ ب جـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع ، برهن أن:

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب م ن

السؤال الثالث: فى الشكل المقابل: (البحيرة ٢٠٢٢)



Δ أ ب جـ فيه:

ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ برهن أن:

(أ) $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

(ب) مساحة Δ ء ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

الوحدة الخامسة ٥

تشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون الطالب قادرًا على أن:

الدرس الأول التشابه

- يتعرف شروط تشابه مضلعين.
- يتعرف شروط تشابه مثلثين.
- يحل مسائل على التشابه.

الدرس الثانى عكس نظريه فيثاغورث

- يتذكر نظرية فيثاغورث.
- يحدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا .

الدرس الثالث المساقط

- يحدد مسقط [نقطة - قطعة مستقيمة] على مستقيم معلوم.
- يحدد مسقط [شعع - خط مستقيم] على مستقيم معلوم.

الدرس الرابع نظرية إقليدس

- يستخدم المساقط ويستنتج نظرية إقليدس.
- يحسب أطوال الأضلاع المجهولة فى المثلث باستخدام نظرية إقليدس.

الدرس الخامس التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

- يميز نوع المثلث بالنسبة لزواياه إذا علم أطوال أضلاعه الثلاثة.
- يحدد نوع زاوية فى المثلث بمعلومية أطوال أضلاع المثلث.

الدرس ١

ذاكر التشابه

تذكر وفكر: إن مفهوم التشابه يستخدم كثيرًا فى حياتنا اليومية:

- عندما تلتقط صورة لشىء ما تظهر صورته مصغرة، فى هذه الحالة يقال إن الأصل والصورة متشابهان.

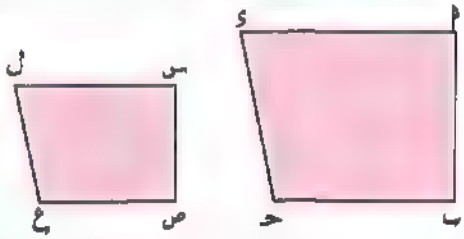
فى الشكل المقابل: الطائر (س) يشابه الطائر (ص)

الطائر (س) أصغر من الطائر (ص)

، الطائر (ص) أكبر من الطائر (س)

هندسيًّا، لاحظ الأشكال الآتية:

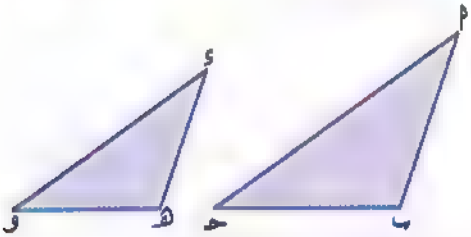
١



- الشكل أ ب حـ ء يشابه الشكل س ص ع ل

، المضلع س ص ع ل تصغير للمضلع أ ب حـ ء

٢



- المثلث ء هـ و يشابه المثلث أ ب حـ

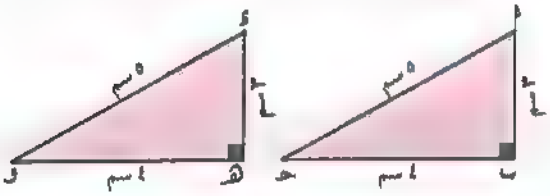
، المثلث أ ب حـ تكبير للمثلث ء هـ و

٣ فى الشكل المقابل:

- △ أ ب حـ يطابق △ ء هـ و
- فيمكننا أن نقول أيضًا إن:

△ أ ب حـ يشابه △ ء هـ و

وإن محيط △أ ب حـ ÷ محيط △ء هـ و = ١



أولا تشابه المضلعين

تعريف

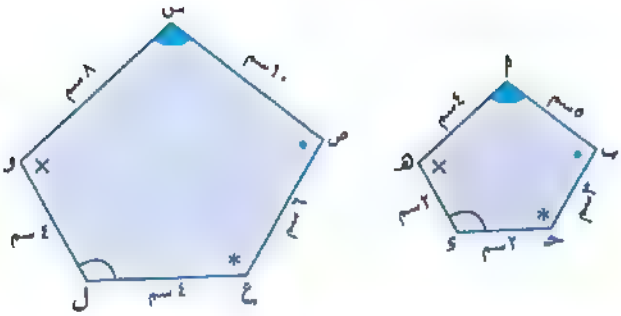
يقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا:

١ زواياهما المتناظرة تكون متساوية فى القياس .

٢ أطوال أضلاعهما المتناظرة تكون متناسبة .

فمثلاً: المضلعان أ ب جـ د هـ ، س ص ع ل و

نلاحظ أن فيهما:



١ • ق(∠أ) = ق(∠س) ،

• ق(∠ب) = ق(∠ص) ،

• ق(∠جـ) = ق(∠ع) ،

• ق(∠د) = ق(∠ل) ،

• ق(∠هـ) = ق(∠و) ،

أى أن: الزوايا المتناظرة فى المضلعين متساوية فى القياس.

٢ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{جـ د}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{ل و}} = \frac{\text{هـ أ}}{\text{و س}} = \frac{١}{٢}$ مقدار ثابت ، ويسمى (نسبة التشابه)

أى أن: أطوال الأضلاع المتناظرة فى المضلعين متناسبة.

من ١ ، ٢ ينتج أن:

المضلع أ ب جـ د هـ ~ المضلع س ص ع ل و

لاحظ أن

~ ← ترمز لعلاقة التشابه.

نسبة التشابه (تكبير أو تصغير) أو مقياس الرسم

فى المضلعين المتشابهين $م_١$ ، $م_٢$ تسمى **النسبة الثابتة** بين أطوال أضلاع المضلع $م_١$ وبين أطوال أضلاع المضلع $م_٢$ المناظرة «بنسبة التشابه» حيث إنه:

١ إذا كانت نسبة التشابه **تساوى ١** فإن المضلعين $م_١$ ، $م_٢$ **متطابقان**

٢ إذا كانت نسبة التشابه **أكبر من الواحد** الصحيح فإن المضلع $م_١$ **تكبير** للمضلع $م_٢$

٣ إذا كانت نسبة التشابه **أصغر من الواحد** الصحيح فإن المضلع $م_١$ **تصغير** للمضلع $م_٢$

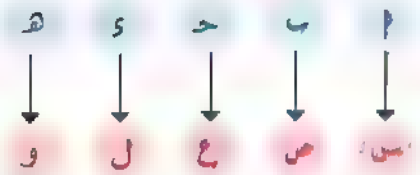
نقاط هامة

- يجب مراعاة كتابة المضلعين المتشابهين بنفس ترتيب الرءوس المتناظرة، وذلك يسهل كتابة التناسب بين أطوال الأضلاع واستنتاج الزوايا المتساوية فى القياس.

فمثلاً: إذا كان: المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل و

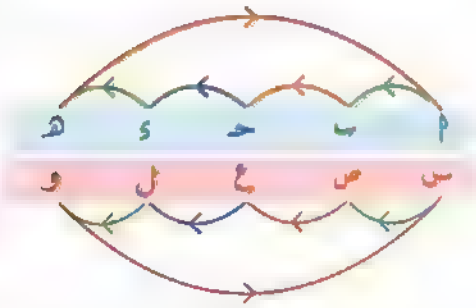
نستنتج أن: ١ الزوايا المتناظرة فى المضلعين متساوية فى القياس.

أى أن: ق(∠أ) = ق(∠س) ،
ق(∠ب) = ق(∠ص) ،
ق(∠حـ) = ق(∠ع) ،
ق(∠ء) = ق(∠ل) ،
ق(∠هـ) = ق(∠و) ،



٢ أطوال الأضلاع المتناظرة فى المضلعين متناسبة.

أى أن: $\frac{أب}{سص} = \frac{بحـ}{صع} = \frac{حـء}{عل} = \frac{ءهـ}{لو} = \frac{هـأ}{وس}$



- كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

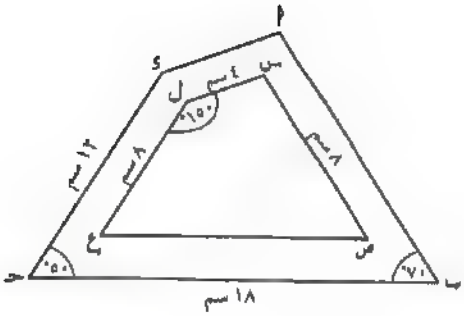
فمثلاً: جميع المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة وجميع المربعات متشابهة.

- كل المضلعات المتطابقة تكون متشابهة، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضرورى أن تكون متطابقة.
- المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

فمثلاً: إذا كان: المضلع $م_١$ ~ المضلع $م_٢$ ، المضلع $م_٢$ ~ المضلع $م_٣$

فإن : المضلع $م_١$ ~ المضلع $م_٣$

مثال ٤



في الشكل المقابل:

المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل فأوجد:

١ طول كلٍّ من: $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ص ع}$ ، $\overline{أ ء}$

٢ قياس كلٍّ من: (∠ص)، (∠ع)، (∠ء)، (∠أ)

٣ أوجد: $\frac{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}}$ وماذا تلاحظ؟

الحل

١ ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل ∴ $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب حـ}{ص ع} = \frac{حـ ء}{ع ل} = \frac{ء أ}{ل س}$

$\frac{أ ب}{٨} = \frac{١٨}{ص ع} = \frac{١٢}{٨} = \frac{ء أ}{٤}$ ∴ $\frac{أ ب}{٨} = \frac{ء أ}{٤} = \frac{١٨}{ص ع} = \frac{٣}{٢}$ "نسبة التشابه"

أ ب = $\frac{٨ \times ٣}{٢}$ = ١٢سم ، ص ع = $\frac{١٨ \times ٢}{٣}$ = ١٢سم ، ء أ = $\frac{٤ \times ٣}{٢}$ = ٦سم

٢ ق(∠ب) = ق(∠ص) = ٧٠° ، ق(∠حـ) = ق(∠ع) = ٥٠° ، ق(∠ء) = ق(∠ل) = ١٥٠°

ق(∠أ) = ق(∠س) = ٣٦٠° − [٧٠° + ٥٠° + ١٥٠°] = ٣٦٠° − ٢٧٠° = ٩٠°

٣ $\frac{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}} = \frac{١٢ + ١٨ + ١٢ + ٦}{٨ + ١٢ + ٨ + ٤} = \frac{٤٨}{٣٢} = \frac{٣}{٢} = \frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب حـ}{ص ع} = \frac{حـ ء}{ع ل} = \frac{ء أ}{ل س}$

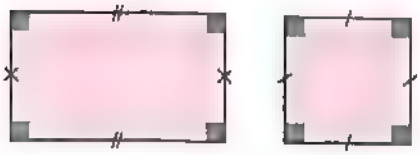
لاحظ أن: النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين تساوي النسبة بين أي طولي ضلعين متناظرين فيهما.

نقاط هامة

- لكي يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا، ولا يكفي تحقيق أحدهما دون الآخر.

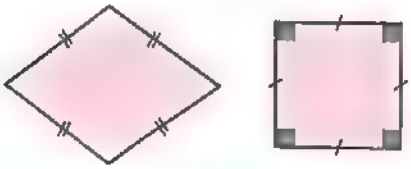
فمثلًا: المربع والمستطيل: **مضلعان غير متشابهين**

فرغم تساوي قياسات زواياهما المتناظرة، فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة غير متناسبة.

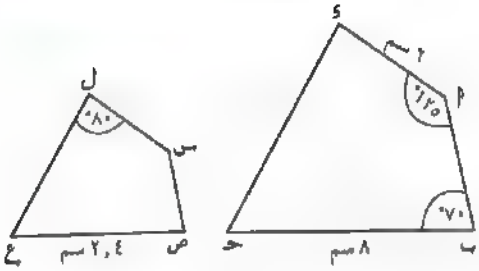


كذلك: المربع والمعين: **مضلعان غير متشابهين**

أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة إلا أن قياسات زواياهما المتناظرة غير متساوية.



مثال ٤



في الشكل المقابل:

المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

١ أوجد ق (∠ ب حـ ء)

٢ أوجد طول $\overline{\text{س ل}}$ ، وحدد نسبة التكبير.

٣ إذا كان: محيط المضلع أ ب حـ ء = ٢٦ سم ، فأوجد محيط المضلع س ص ع ل

الحل

١ ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٨٠°

∴ ق (∠ ب حـ ء) = ٣٦٠° − (١٢٥° + ٧٠° + ٨٠°) = ٨٥°

٢ ∵ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

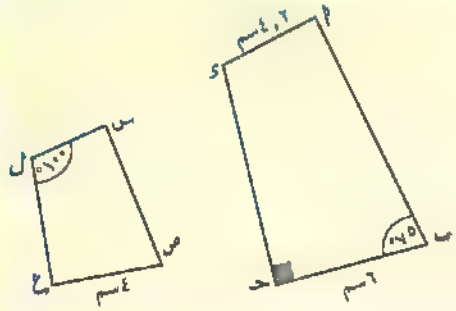
∴ $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{س ل}} \Longleftarrow \frac{٨}{٢,٤} = \frac{٦}{\text{س ل}}$

∴ س ل = $\frac{٢,٤ \times ٦}{٨}$ = ١,٨ سم ونسبة التكبير = $\frac{٨}{٢,٤} = \frac{١٠}{٣}$

٣ ∵ $\frac{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}}$ = نسبة التكبير = $\frac{١٠}{٣} \Longleftarrow \frac{٢٦}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}} = \frac{١٠}{٣}$

∴ محيط المضلع س ص ع ل = $\frac{٢٦ \times ٣}{١٠}$ = ٧,٨ سم

سؤال ١



في الشكل المقابل :

المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

احسب: ق (∠ س) ، طول $\overline{\text{س ل}}$

وإذا كان: محيط المضلع أ ب حـ ء يساوى ٢٥,٨ سم

فاحسب محيط المضلع س ص ع ل

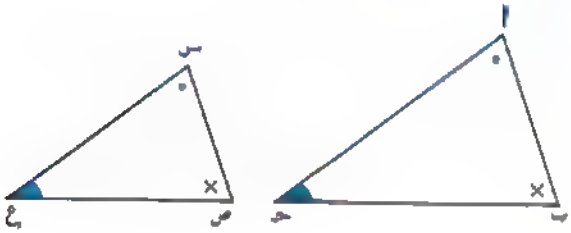
ثانيًا تشابه المثلثين

تعريف

يتشابه المثلثان إذا توافر أحد الشرطين التاليين:

١ الزوايا المتناظرة متساوية فى القياس. **أو** ٢ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

فمثلًا: △أ ب حـ ، △س ص ع فيهما:



ق (∠أ) = ق (∠س) ،

ق (∠ب) = ق (∠ص) ،

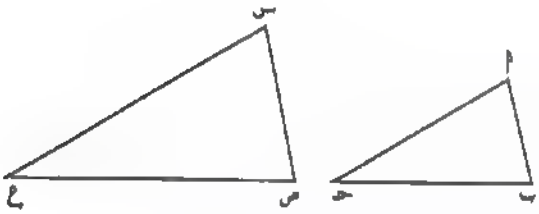
ق (∠حـ) = ق (∠ع) ،

أى أن : قياسات الزوايا المتناظرة متساوية فى القياس

فإن : △أ ب حـ ~ △س ص ع

ونستنتج من ذلك أن: $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ أ}}{\text{ع س}}$

كذلك: △أ ب حـ ، △س ص ع فيهما:



$\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ أ}}{\text{ع س}}$

أى أن : أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

فإن : △أ ب حـ ~ △س ص ع

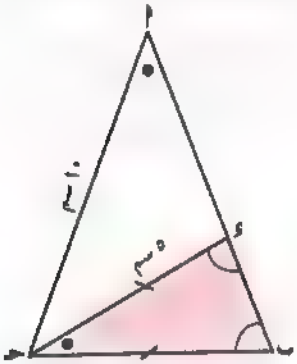
ونستنتج من ذلك أن:

ق (∠أ) = ق (∠س) ، ق (∠ب) = ق (∠ص) ، ق (∠حـ) = ق (∠ع)

نقاط هامة

- يتشابه المثلثان المتطابقا الساقين إذا كان قياس زاوية واحدة فقط فى أحدهما يساوى قياس الزاوية المناظرة لها فى المثلث الآخر.
- يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا كان قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى أحدهما يساوى قياس الزاوية الحادة المناظرة لها فى المثلث الآخر.

مثال ٣



فى الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث ، ء ∈ $\overline{أ ب}$ ،

أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، جـ ء = جـ ب = ٥ سم

١ أثبت أن: △ أ ب جـ ~ △ جـ ب ء ٢ أوجد طول $\overline{أ ء}$

٣ أوجد النسبة بين محيطى المثلثين أ ب جـ ، جـ ب ء

الحل

١ فى △△ أ ب جـ ، جـ ب ء المتساويى الساقين

∵ (∠ب) مشتركة

∴ △ أ ب جـ ~ △ جـ ب ء (وهو المطلوب ①)

تذكر أن

زاويتى القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان

٢ من التشابه ينتج أن: $\frac{أ ب}{جـ ب} = \frac{ب جـ}{ب ء} = \frac{أ جـ}{جـ ء} = \frac{١٠}{٥} = \frac{٥}{ب ء}$

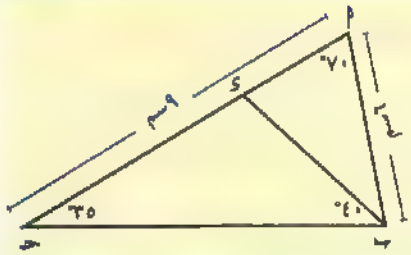
∴ ب ء = $\frac{٢٥}{١٠}$ = ٢,٥ سم

∴ أ ء = ١٠ − ٢,٥ = ٧,٥ سم (وهو المطلوب ②)

٣ من التشابه: $\frac{محيط △ أ ب جـ}{محيط △ جـ ب ء} = \frac{أ ب}{جـ ب} = \frac{١٠}{٥} = ٢$

∴ محيط △ أ ب جـ : محيط △ جـ ب ء = ٢ : ١ (وهو المطلوب ③)

سؤال ٢



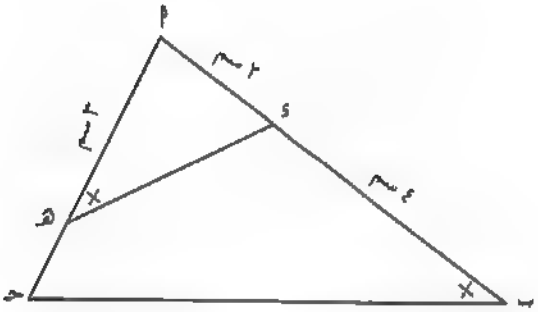
فى الشكل المقابل: △ أ ب جـ فيه:

ق(∠أ) = ٧٠° ، ق(∠جـ) = ٣٥° ، ء ∈ $\overline{أ جـ}$ ،

ق(∠ء ب جـ) = ٤٠° ، أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٩ سم

أثبت أن: △ أ ب ء ~ △ أ جـ ب ، ثم أوجد طول $\overline{جـ ء}$

مثال ٤



في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث فيه: هـ ∈ $\overline{أحـ}$ ، د ∈ $\overline{أب}$

بحيث ق(∠أهـد) = ق(∠ب) ،

أد = ٢سم ، أهـ = ٣ سم ، ب د = ٤ سم

١ أثبت أن: △أهـد ~ △أب حـ

٢ أوجد طول $\overline{هـحـ}$

الحل

١ △△ أهـد، أب حـ

∵ ∠أ مشتركة ، ∵ ق(∠أهـد) = ق(∠ب)

∴ ق(∠أدهـ) = ق(∠حـ) ∴ △أهـد ~ △أب حـ

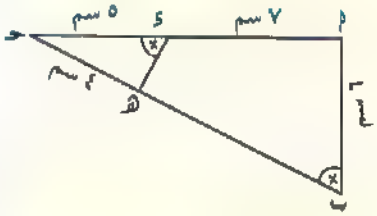
٢ ∵ △أهـد ~ △أب حـ ⟸ ∴ $\frac{أهـ}{أب} = \frac{أد}{أحـ}$

∴ $\frac{٣}{٦} = \frac{٢}{أحـ}$ ⟸ ∴ أحـ = $\frac{٦ \times ٢}{٣}$ = ٤ سم

∴ هـحـ = ٤ − ٣ = ١سم

سؤال ٣

في الشكل المقابل:



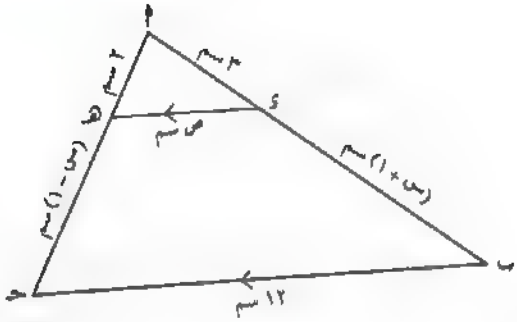
ق(∠حـدهـ) = ق(∠حـب أ) ، أب = ٦ سم ،

أد = ٧ سم ، دحـ = ٥ سم ، هـحـ = ٤ سم

أثبت أن: △حـدهـ ~ △حـب أ

أوجد: طول $\overline{بهـ}$ ، $\overline{دهـ}$

مثال ٥



في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث فيه: $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أوجد قيم: س ، ص

الحل

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠أ ء هـ) = ق (∠ب) ـــــــ (بالتناظر)

، ق (∠أ هـ ء) = ق (∠حـ) ـــــــ (بالتناظر)

، ∵ ∠أ مشتركة في △△أ ء هـ ، أ ب حـ

∴ △أ ء هـ ~ △أ ب حـ

وينتج أن: $\frac{\text{أ ء}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ حـ}}$

∴ $\frac{٣}{(\text{س} + ٤)} = \frac{\text{ص}}{١٢} = \frac{٢}{(\text{س} + ١)}$

∴ ٣ س + ٣ = ٢ س + ٨ ⟸ ∴ س = ٥

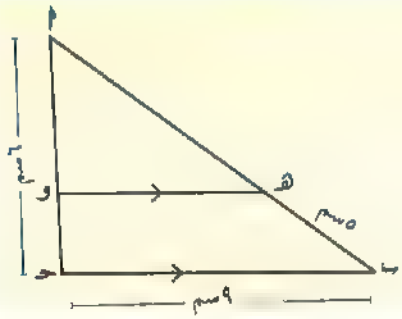
∴ $\frac{\text{ص}}{١٢} = \frac{٢}{٦}$ ⟸ ∴ ص = $\frac{٢ \times ١٢}{٦}$ = ٤

لاحظ أن

أ ب = س + ١ + ٣ = س + ٤

، أ حـ = س - ١ + ٢ = س + ١

سؤال ٤



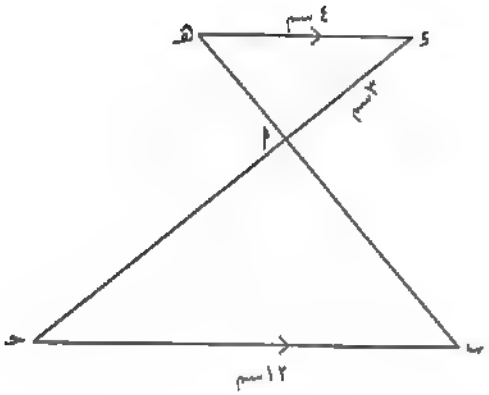
في الشكل المقابل:

أ حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب ، $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن: △أ هـ و ~ △أ ب حـ

أوجد: طول $\overline{\text{هـ و}}$ ، طول $\overline{\text{حـ و}}$

مثال ٦



في الشكل المقابل:

$\overline{هـ ء}$ // $\overline{حـ ب}$ ، $\overline{ء حـ}$ ∩ $\overline{هـ ب}$ = {أ} ،

ء هـ = ٤ سم ، ب حـ = ١٢سم ، أ ء = ٣سم

١ أثبت أن: △أ ب حـ ~ △أ هـ ء

٢ أوجد طول $\overline{أ حـ}$

الحل

١ ∵ $\overline{هـ ء}$ // $\overline{حـ ب}$

∴ ق(∠ء) = ق(∠حـ) ..... (بالتبادل)

، ق(∠هـ) = ق(∠ب) ..... (بالتبادل)

، ∵ ق(∠ء أ هـ) = ق(∠حـ أ ب) ..... (بالتقابل بالرأس)

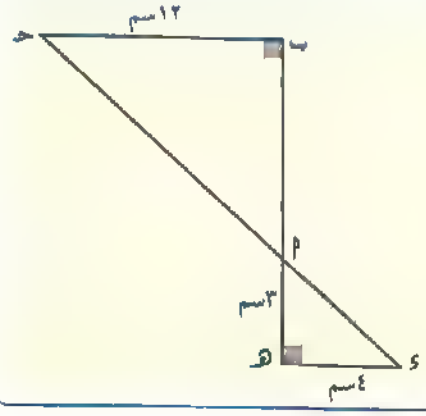
∴ △أ ب حـ ~ △أ هـ ء (وهو المطلوب ①)

٢ من التشابه ينتج أن: $\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{ب حـ}{هـ ء} = \frac{أ حـ}{أ ء}$

∴ $\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{١٢}{٤} = \frac{أ حـ}{٣}$

∴ أ حـ = $\frac{١٢ \times ٣}{٤}$ = ٩ سم (وهو المطلوب ②)

سؤال ٥



في الشكل المقابل:

$\overline{ب هـ}$ ∩ $\overline{ء حـ}$ = {أ}

ب حـ = ١٢سم ، ء هـ = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم

ق(∠ب) = ق(∠هـ) = ٩٠°

① أثبت أن: △أ ب حـ ~ △أ هـ ء

② أوجد طول كل من: $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{أ حـ}$

أولًا تشابه المضلعين:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى ..... فإن المضلعين متطابقان. (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٠,٥

٢ المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة تكون ..... فى القياس.

(أ) متساوية (ب) مختلفة (جـ) متناسبة (د) غير ذلك

٣ مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ ، تكون النسبة بين محيطيهما هى ..... (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) ٥ : ٣ (ب) ٣ : ٥ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٤ مضلع على شكل المربع يشابه مضلعًا على شكل .....

(أ) المستطيل (ب) المثلث المتساوى الأضلاع

(جـ) المعين (د) المربع

٥ إذا كان المضلع أ ب جـ ء ~ المضلع هـ و س ص فإن: ق (∠ جـ) = ق (∠ .....)

(أ) هـ (ب) و (جـ) ص (د) س

٢ أكمل ما يأتى:

١ يتشابه المضلعان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة ..... ، وقياسات الزوايا المتناظرة ..... (الفيوم ٢٠١٩)

٢ المضلعان المشابهان لثالث ..... (الجيزة ٢٠١٩)

٣ المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون ..... (الفيوم ٢٠١٩)

٤ إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين هى ٣ : ٧
فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما هى ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

٥ مضلعان متشابهان نسبة التكبير بينهما = ١ ، ومساحة الأول = ١٠ سم^{٢} (دمياط ٢٠١٩)
فإن مساحة الثانى = ...

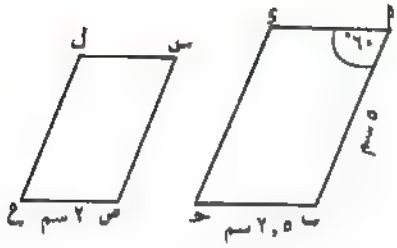
٦ مثلثان متشابهان، أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٥ سم، ٧ سم، ومحيط الآخر ٧٥ سم
فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هى ..... سم ، ..... سم ، ..... سم. (المنوفية ٢٠١٩)

٣ في الشكل المقابل:

متوازيا الأضلاع أ ب حـ ء ، س ص ع ل متشابهان أوجد:

١ ق (∠ ء) ، ق (∠ ص) ، ق (∠ ل)

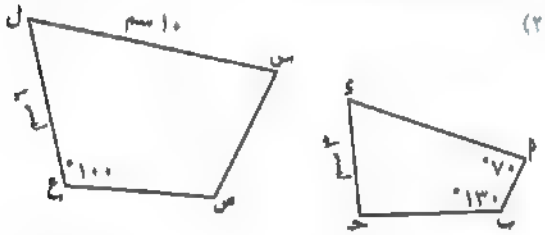
٢ طول $\overline{\text{س ص}}$



٤ في الشكل المقابل: (دمياط ٢٠١٩)

إذا كان المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

فأوجد طول $\overline{\text{أ ء}}$ ، ق (∠ ل)

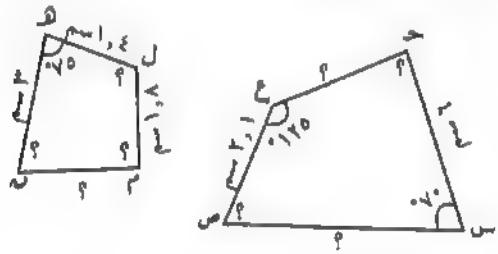


٥ في الشكل المقابل:

إذا كان المضلع س ص ع حـ ~ المضلع ن هـ ل م

فأوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع

المجهولة في كلا المضلعين ، وأوجد نسبة التكبير.



٦ مضلعان متشابهان، الأول أطوال أضلاعه ٥ , ٤سم ، ٥ , ٧سم ، ٩سم ، ١٢سم ، ١٥سم،

والثاني محيطه ٣٢ سم. أوجد أطوال أضلاع المضلع الثاني.

ثانيًا تشابه المثلثين:

٧ أكمل ما يأتي:

١ إذا كانت الزوايا المتناظرة في مثلثين متساوية القياس فإن المثلثين .....

٢ يكون المثلثان متشابهين إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة .....

٣ إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ل ، $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{٢}{٣}$ ومحيط Δ أ ب حـ يساوي ١٠ سم،

فإن محيط Δ س ص ل يساوي ..... سم.

٤ إذا كانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين تساوي العدد المحايد الضربي

فإن المثلثين ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٥ المثلثان المشابهان لثالث ..... (القاهرة ٢٠٢٣)

٨ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع فإن ق (∠أ) = ق (∠ .....) (الشرقية ٢٠٢٤)

(أ) ب (ب) س (جـ) ص (د) ع

٢ إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ أ س ص ، ق (∠ب) = ٥٠° فإن ق (∠س) = ... (القاهرة ٢٠١٩)

(أ) ١٠٠° (ب) ١٣٠° (جـ) ٤٠° (د) ٥٠°

٣ إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع ، أ ب = $\frac{٣}{٤}$ س ص (الغربية ٢٠٢٤)

فإن محيط Δ أ ب حـ = ... محيط Δ س ص ع

(أ) $\frac{٧}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٧}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٤ إذا كان المثلثان المتشابهان متطابقين فإن نسبة التكبير = ... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ١

٥ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ..... (الجيزة ٢٠٢٤)

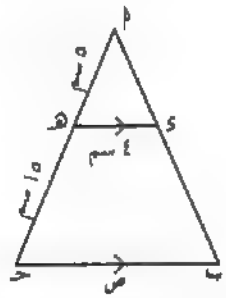
(أ) متعامدة (ب) متوازية

(جـ) متناسبة (د) ينصف كل منهما الآخر

---

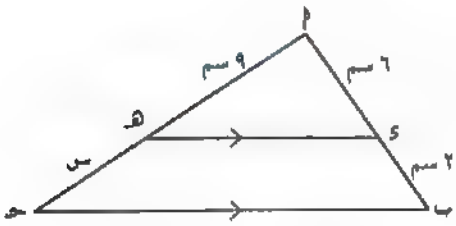
٩ في كل من الشكلين التاليين أوجد القيمة العددية لكل من س ، ص: (بورسعيد ٢٠٢٣)

١



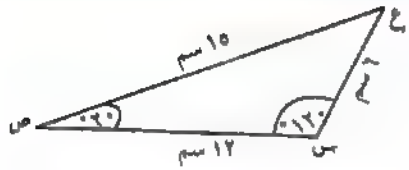
ص = ... سم

٢



س = ... سم

١٠ في الشكل المقابل:



أ ب حـ ، س ص ع مثلثان فيهما:

ب حـ = ١٠ سم ، ق(∠أ) = ١٢٠° ،

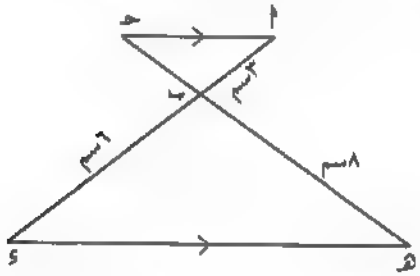
ق(∠ حـ) = ٤٠° ، ق(∠س) = ١٢٠° ،

ق(∠ ص) = ٢٠° ، س ص = ١٢ سم ، ص ع = ١٥ سم

، ع س = ٦ سم أوجد طول كل من: $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

---

١١ في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٣)



إذا كان $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$ ، أ ب = ٣ سم،

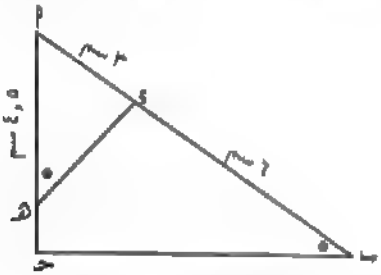
ب هـ = ٨ سم ، ب ء = ٦ سم

١ فأثبت أن: △ أ ب حـ ~ △ ء ب هـ

٢ وأوجد طول: $\overline{\text{ب حـ}}$

---

١٢ في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



ق(∠أ هـ ء) = ق(∠ب) ، أ ء = ٣ سم ،

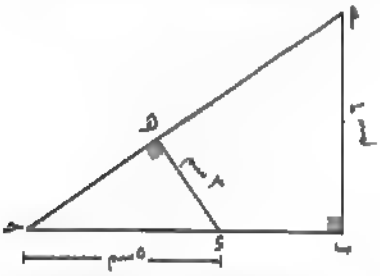
أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

١ برهن أن: △ أ هـ ء ~ △ أ ب حـ

٢ أوجد طول: $\overline{\text{هـ حـ}}$

---

١٣ في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٤)



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ،

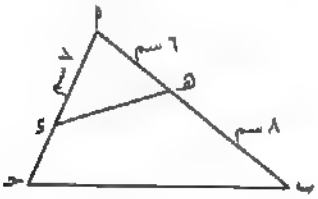
أ ب = ٦ سم ، هـ ء = ٣ سم ، حـ ء = ٥ سم

١ أثبت أن: △ حـ هـ ء ~ △ حـ ب أ

٢ أوجد طول: $\overline{\text{أ حـ}}$

---

١٤ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)



إذا كان △ أ ب حـ ~ △ أ ء هـ ، أ ء = ٧ سم،

أ هـ = ٦ سم ، ب هـ = ٨ سم فأوجد:

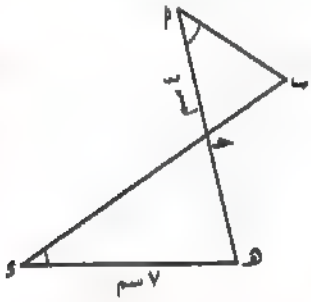
١ طول $\overline{\text{ء حـ}}$ ٢ $\frac{\text{ء هـ}}{\text{ب حـ}}$

١٥ مثلثان متشابهان ، محيط أحدهما ٧٤ سم ، وأطوال أضلاع الآخر ٥ , ٤ سم ، ٦ سم ، ٨ سم

أوجد طول أكبر ضلع فى المثلث الأول.

---

١٦ فى الشكل المقابل:



ق(∠ أ) = ق(∠ د) ، أ حـ = ٤ سم ،

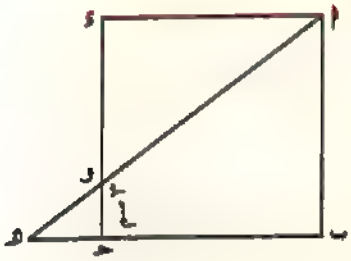
د هـ = ٧ سم ، ب حـ = $\frac{١}{٢}$ حـ هـ

١ أثبت أن: △ أ ب حـ ~ △ د هـ حـ

٢ أوجد طول كل من: $\overline{د حـ}$ ، $\overline{أ ب}$

تحدَّ نفسك

١٧ فى الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٣)



أ ب حـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم ، حـ و = ٣ سم

، $\overline{أ هـ}$ ∩ $\overline{حـ د}$ = {و}

١ أثبت أن: △ أ د و ~ △ هـ حـ و

٢ أوجد طول: $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{و هـ}$

---

١٨ فى الشكل المقابل:

إذا كان ن ∈ $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ل م}$ // $\overline{أ ب}$ ،

$\overline{ل ن}$ // $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ل ن}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {د} ، د ن = ٣ ل د

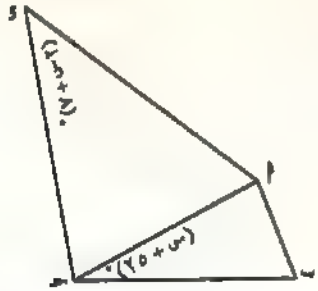
د ن = ١٢ سم، ب ن = ٨ سم، أ حـ = ٢٤ سم

١ فأثبت أن: △ ل م ن ~ △ د ب ن ~ △ أ ب حـ

٢ وأثبت أن: ن منتصف $\overline{ب حـ}$ ٣ وأوجد طول $\overline{م حـ}$

---

١٩ فى الشكل المقابل:



△ أ ب حـ ~ △ أ حـ د ، ق(∠ أ حـ ب) = (س + ٢٥)°

، ق(∠ أ د حـ) = (٢ س + ٧)°

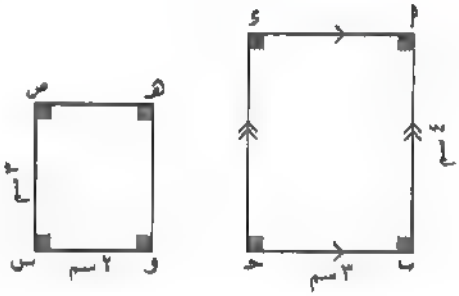
أوجد ق(∠ أ حـ ب) بالدرجات

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (١)

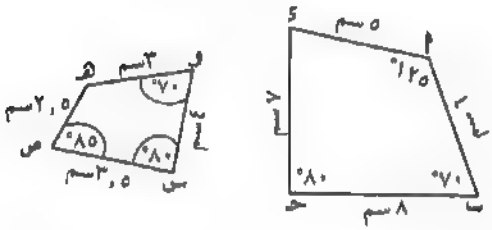
مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ بيّن: أى أزواج المضلعات التالية متشابهة؟ ولماذا؟ اكتب المضلعات المتشابهة بترتيب الرءوس المتناظرة:

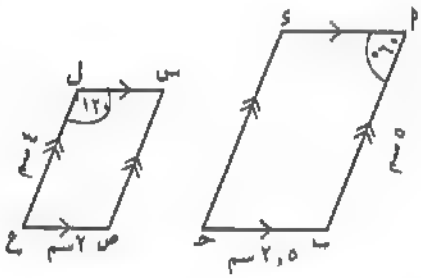
(أ)



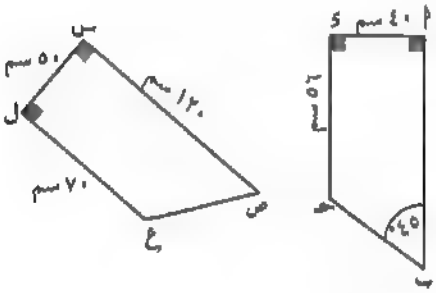
(ب)



(جـ)



(د)

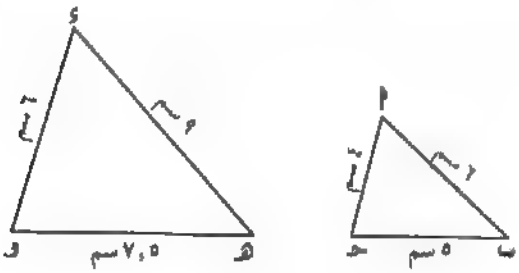


٢ باستخدام المعطيات بالشكل المقابل:

برهن أن:

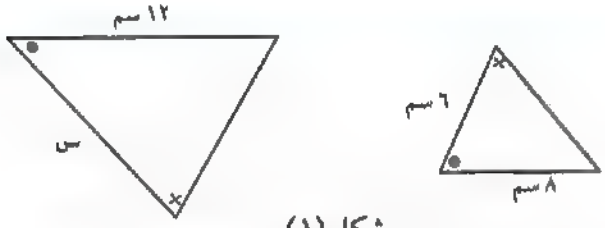
(أ) Δ ء هـ و ~ Δ أ ب حـ

(ب) $\frac{\text{محيط } \Delta \text{ ء هـ و}}{\text{محيط } \Delta \text{ أ ب حـ}}$ = نسبة التكبير



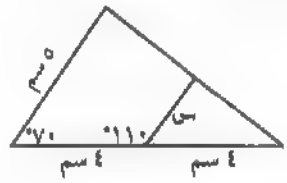
٣ في كل من الأشكال الآتية: إذا كانت أزواج المثلثات متشابهة فأوجد قيمة س:

(أ)



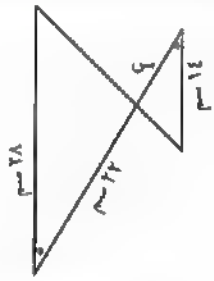
شكل (١)

(ب)



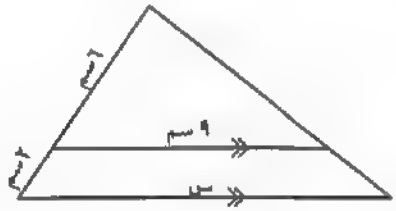
شكل (٢)

(جـ)



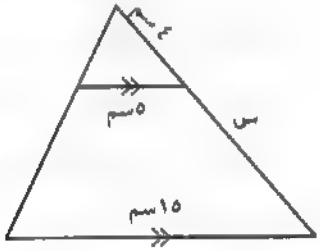
شكل (٣)

(د)



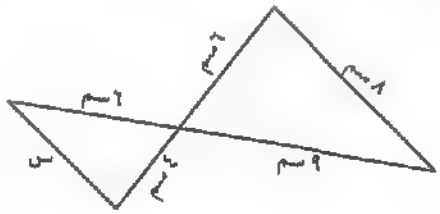
شكل (٤)

(هـ)



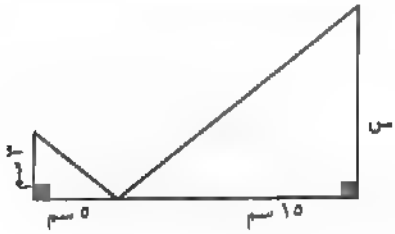
شكل (٥)

(و)



شكل (٦)

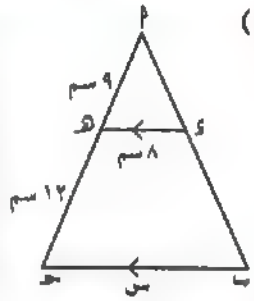
(ز)



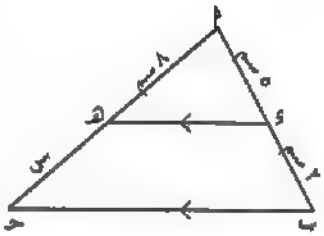
شكل (٧)

٤ في كلٍّ من الأشكال التالية أوجد القيمة العددية لكلٍّ من س ، ص (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات):

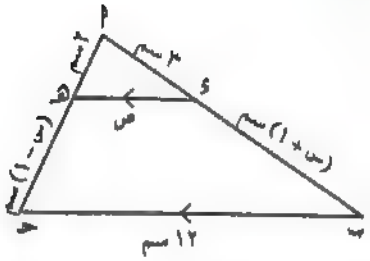
(أ)



(ب)



(جـ)



---

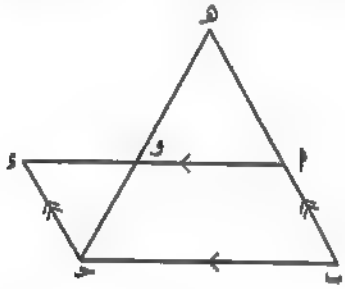
٥ في الشكل المقابل:

أ ب جـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ،

$\overleftarrow{\text{جـ هـ}}$ ∩ $\overline{\text{أ ء}}$ = {و} فإذا كان ب جـ = هـ جـ = ١٠ سم،

أ ب = ٤ سم ، و ء = ٦ سم

فأوجد طول كل من: $\overline{\text{هـ ب}}$ ، $\overline{\text{هـ أ}}$ ، $\overline{\text{و جـ}}$



---

٦ في الشكل المقابل:

أ ب جـ ء مستطيل فيه: أ ء = ١٢ سم ،

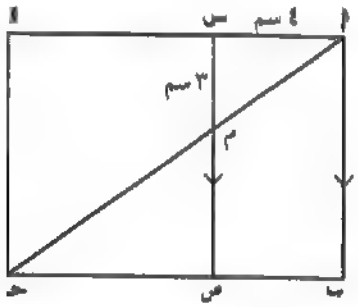
س ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ حيث أ س = ٤ سم ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

ويقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في م ، $\overline{\text{ب جـ}}$ في ص حيث م س = ٣ سم

(أ) برهن أن Δ أ م س ~ Δ جـ م ص

(ب) أوجد محيط Δ ص م جـ

(جـ) هل الشكل أ ب ص م ~ الشكل جـ ء س م ؟ ولماذا؟



---

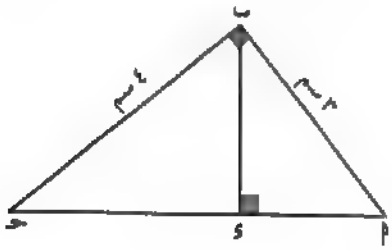
٧ في الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ٣ سم ،

ب جـ = ٤ سم ، $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$

برهن أن: Δ ب أ جـ ~ Δ ء أ ب

ثم أوجد طول كل من: $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ء جـ}}$



مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع، ق (∠ص) = ٦٠°، ق (∠حـ) = ٤٠° فإن ق (∠س) = ...°

(أ) ٨٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٤٠ (القاهرة ٢٠٢٣)

٢ جميع ..... متشابهة. (قنا ٢٠٢٣)

(أ) المربعات (ب) المستطيلات (جـ) المثلثات (د) المعينات

٣ إذا كان Δ س ص ع ~ Δ ء هـ و، ق (∠س) = ١٠٠°، ق (∠و) = ٥٠° فإن ق (∠ص) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٠٠ (بنى سويف ٢٠٢٢)

٤ مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣

فإذا كان المحيط الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الآخر = ... سم (بورسعيد ٢٠٢٢)

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ Δ أ ب حـ فيه: أ ب = أ حـ، ٣ ق (∠أ) = ١٨٠° فإن ق (∠ب) = ...° (أسوان ٢٠٢٣)

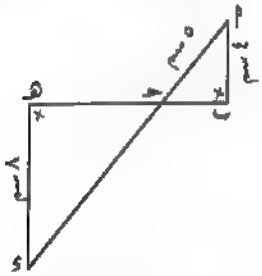
٢ معين طولا قطريه ٦ سم، ٨ سم فإن طول ضلعه = ... سم (القاهرة ٢٠٢٤)

٣ أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولًا هو ..... (الشرقية ٢٠٢٤)

٤ إذا كان $\overline{أب} \parallel \overline{حـء}$ فإن $\frac{أب}{حـء}$ = ... (القليوبية ٢٠٢٢)

٣

١ فى الشكل المقابل: (أسيوط ٢٠٢٢)

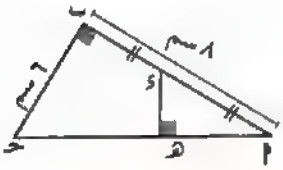


ق (∠ب) = ق (∠هـ)،

أ ب = ٤ سم، أ حـ = ٥ سم، ء هـ = ٨ سم،

أثبت أن: Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ حـ، ثم احسب طول $\overline{ءحـ}$

٢ فى الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٢)



أ ب = ٨ سم، ب حـ = ٦ سم، أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ء منتصف $\overline{أب}$، $\overline{ءهـ} \perp \overline{أحـ}$

(أ) أثبت أن: Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

(ب) أوجد طول $\overline{أحـ}$، $\overline{ءهـ}$

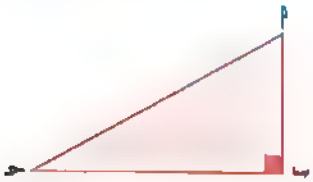
تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
راجع الدروس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	[illegible]

الدرس ٢

ذاكر عكس نظرية فيثاغورث

تذكر وفكر: درسنا فى العام السابق:

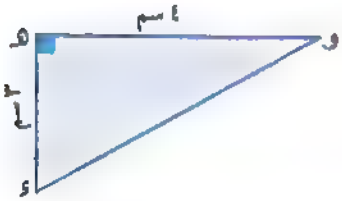


- نظرية فيثاغورث التى تعطى علاقة بين مربعات أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية:

فإذا كان : △أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

فإن : $(أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢$ ، $(أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ - (ب حـ)^٢$ ، $(ب حـ)^٢ = (أ حـ)^٢ - (أ ب)^٢$

- فى الشكل المقابل:



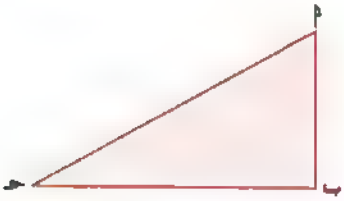
إذا كان : ق (∠هـ) = ٩٠°

فإن : $(ء و)^٢ = (ء هـ)^٢ + (هـ و)^٢ = ٩ + ١٦ = ٢٥$

∴ ء و = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم

عكس نظرية فيثاغورث

- إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.



فمثلًا: إذا كان : $(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = (أ حـ)^٢$

فإن : ق (∠ب) = ٩٠°

- ويمكن صياغة عكس نظرية فيثاغورث كما يلى:

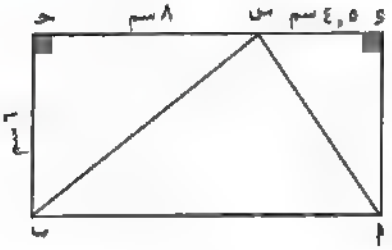
إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

نتيجة

فى △أ ب حـ إذا كان: $\overline{أ حـ}$ هو أكبر الأضلاع طولًا ، وكان $(أ حـ)^٢ \neq (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢$

فإن : △أ ب حـ لا يكون قائم الزاوية

مثال ٩



في الشكل المقابل:

أ ب ح ء مستطيل فيه: س ∈ $\overline{\text{ح ء}}$ بحيث

ء س = ٤,٥ سم ، س ح = ٨ سم

، ب ح = ٦ سم

أثبت أن: ق (∠أ س ب) = ٩٠°

الحل

∵ △أ ء س قائم الزاوية في ء ∴ (أ س)^{٢} = (أ ء)^{٢} + (ء س)^{٢}

∴ (أ س)^{٢} = (٦)^{٢} + (٤,٥)^{٢} = ٣٦ + ٢٠,٢٥ = ٥٦,٢٥

∵ △ب ح س قائم الزاوية في ح

∴ (ب س)^{٢} = (ب ح)^{٢} + (س ح)^{٢} = (٦)^{٢} + (٨)^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∵ أ ب ح ء مستطيل

∴ أ ب = ء ح = ٤,٥ + ٨ = ١٢,٥سم

في △أ ب س

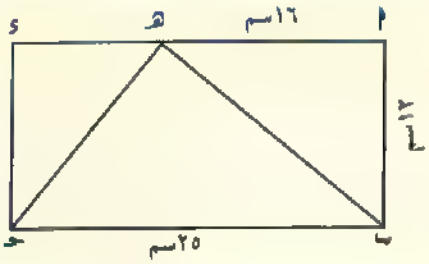
∵ (أ ب)^{٢} = (١٢,٥)^{٢} = ١٥٦,٢٥ ——— (١)

، (أ س)^{٢} + (ب س)^{٢} = ٥٦,٢٥ + ١٠٠ = ١٥٦,٢٥ ——— (٢)

من (١) ، (٢)

∴ (أ س)^{٢} + (ب س)^{٢} = (أ ب)^{٢} ⟸ ∴ ق (∠أ س ب) = ٩٠°

سؤال ١



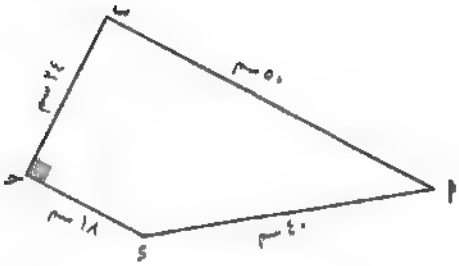
في الشكل المقابل: أ ب ح ء مستطيل فيه:

أ ب = ١٢سم ، ب ح = ٢٥ سم ، أ هـ = ١٦سم

١ أوجد طول كل من: $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{ح هـ}}$

٢ أثبت أن: ق (∠ب هـ ح) = ٩٠°

مثال



في الشكل المقابل:

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه:

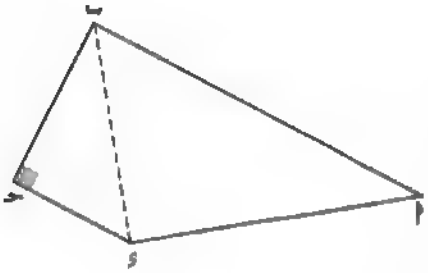
أ ب = ٥٠ سم ، أ ء = ٤٠ سم ، حـ ء = ١٨ سم ،

ب حـ = ٢٤ سم ، ق (∠ حـ) = ٩٠°

١ أوجد طول $\overline{\text{ء ب}}$ ٢ أثبت أن ق (∠ أ ء ب) = ٩٠° ٣ أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء

الحل

البرهان : نرسم $\overline{\text{ب ء}}$



١ ∵ △ ب حـ ء قائم الزاوية في حـ

∴ (ء ب)^{٢} = (ء حـ)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ (ء ب)^{٢} = (١٨)^{٢} + (٢٤)^{٢} = ٩٠٠

∴ ء ب = $\sqrt{٩٠٠}$ = ٣٠ سم

٢ في △ أ ء ب

∵ (أ ء)^{٢} + (ء ب)^{٢} = (٤٠)^{٢} + (٣٠)^{٢} = ٢٥٠٠ ——— (١)

، (أ ب)^{٢} = (٥٠)^{٢} = ٢٥٠٠ ——— (٢)

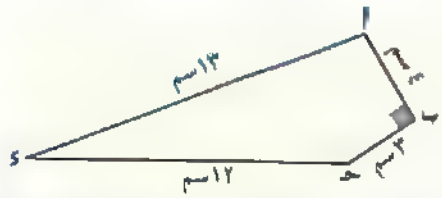
من (١) ، (٢) ∴ (أ ب)^{٢} = (أ ء)^{٢} + (ء ب)^{٢} ⟸ ∴ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠°

٣ ∴ مساحة الشكل أ ب حـ ء = مساحة △ أ ء ب + مساحة △ ء حـ ب

= $\frac{١}{٢}$ × ٣٠ × ٤٠ + $\frac{١}{٢}$ × ١٨ × ٢٤

= ٦٠٠ + ٢١٦ = ٨١٦ سم^{٢}

سؤال ٢

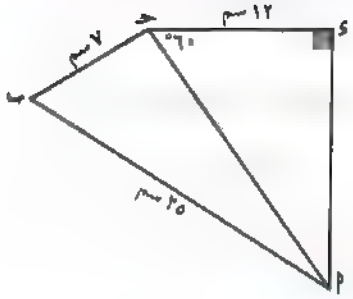


في الشكل المقابل:

ق (∠ ب) = ٩٠°

أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء

مثال ٣



في الشكل المقابل:

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه: ق (∠ ء) = ٩٠° ،

أ ب = ٢٥ سم ، ب حـ = ٧ سم ، حـ ء = ١٢ سم ،

ق (∠ أ حـ ء) = ٦٠°

أثبت أن: ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

تذكر أن

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

في المثلث القائم الزاوية = $\frac{1}{2}$ طول الوتر

الحل

في △ أ ء حـ:

ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

∴ ء حـ = $\frac{1}{2}$ أ حـ ∴ أ حـ = ٢ ء حـ ∴ أ حـ = ٢ × ١٢ = ٢٤ سم

في △ أ ب حـ :

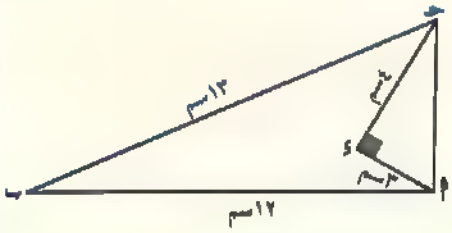
(أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (٢٤)^2 + (٧)^2 = ٦٢٥ ——— (١)

، (أ ب)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥ ——— (٢)

من (١) ، (٢)

∴ (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 ∴ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

سؤال ٣



في الشكل المقابل:

ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠° ، أ ء = ٣ سم ، ء حـ = ٤ سم

، أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم

أثبت أن: ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

ثم احسب مساحة الشكل أ ب حـ ء

عكس نظرية فيثاغورث:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ الأطوال ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم، تصلح أن تكون أضلاع مثلث ..... (بورسعيد ٢٠٢٤)
(أ) قائم الزاوية (ب) منفرج الزاوية (جـ) حاد الزوايا (د) متساوى الساقين

٢ فى △ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^{٢} = (ب جـ)^{٢} − (أ جـ)^{٢} فإن ق (∠.....) = ٩٠° (الشرقية ٢٠٢٤)
(أ) ب (ب) أ (جـ) جـ (د) غير ذلك

٣ فى △ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن (∠ ب) تكون..... (البحيرة ٢٠١٩)
(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

٤ فى △ س ص ع إذا كان (س ص)^{٢} = (ص ع)^{٢} − (س ع)^{٢} فإن زاوية..... قائمة. (دمياط ٢٠٢٤)
(أ) س (ب) ص (جـ) ع (د) غير ذلك

٥ فى △ أ ب جـ إذا كان أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم فإن ق (∠.....) = ٩٠° (المنوفية ٢٠٢٣)
(أ) أ (ب) ب (جـ) جـ (د) غير ذلك

٦ الأطوال $\sqrt{٥}$ سم، ٢ سم، ١ سم، تصلح أن تكون أضلاع مثلث ..... (أسيوط ٢٠١٩)
(أ) قائم الزاوية (ب) منفرج الزاوية (جـ) حاد الزوايا (د) غير ذلك

٢ أكمل ما يأتى:

١ إذا كان △ أ ب جـ فيه (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (ب جـ)^{٢} فإن ق (∠.....) = ٩٠° (المنوفية ٢٠١٩)

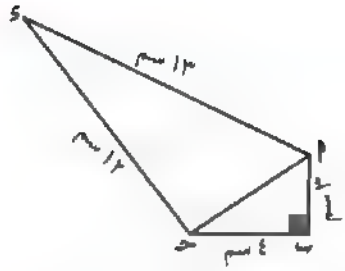
٢ إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع ..... (الدقهلية ٢٠١٩)

٣ المثلث أ ب جـ فيه: (أ ب)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ، ق (∠ ب) = ٤٠°
فإن ق (∠ أ) = ...° (الدقهلية ٢٠١٩)

٤ إذا كان س ص ع مثلثًا فيه (س ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} فإن زاوية ..... قائمة. (بورسعيد ٢٠٢٤)

٥ فى △ أ ب جـ إذا كان (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (أ جـ)^{٢} فإن (∠ .....) قائمة. (الشرقية ٢٠٢٤)

٣ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)



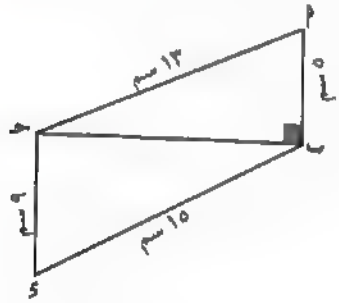
أ ب = ٣سم ، ب ح = ٤سم ،

أ د = ١٣سم، ح د = ١٢ سم، ق (∠ ب) = ٩٠°

أثبت أن ق (∠ أ ح د) = ٩٠°

---

٤ في الشكل المقابل: (دمياط ٢٠٢٣)



ق (∠أ ب ح) = ٩٠° ، أ ب = ٥سم، أ ح = ١٣سم،

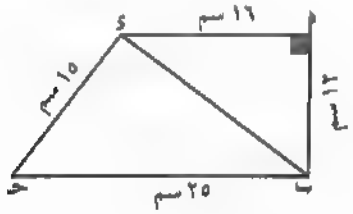
ب د = ١٥سم، ح د=٩سم

١ أوجد طول $\overline{\text{ب ح}}$

٢ أثبت أن ق (∠ ب ح د)= ٩٠°

---

٥ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)



إذا كان ق (∠أ) = ٩٠° ، أ ب = ١٢ سم ،

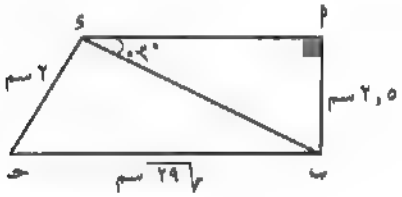
ب ح = ٢٥ سم ، ح د = ١٥ سم ، أ د = ١٦ سم

فأوجد طول $\overline{\text{ب د}}$

ثم أثبت أن: ق (∠ ب د ح) = ٩٠°

---

٦ في الشكل المقابل:



أ ب ح د شكل رباعي فيه ق (∠أ) = ٩٠°،

ق (∠أ د ب) = ٣٠° ، أ ب = ٢,٥ سم ،

ب ح = $\sqrt{٢٩}$ سم ، ح د = ٢ سم

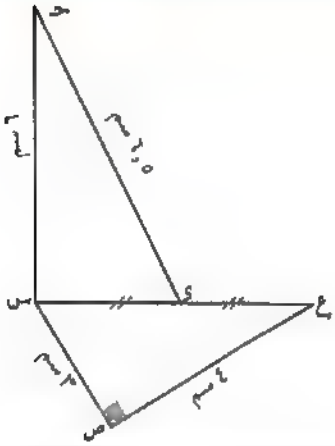
أثبت أن ق (∠ ب د ح) = ٩٠°

---

٧ أ ب ح مثلث فيه أ ب = ١,٥ سم ، ب ح = ٢,٥ سم ، أ ح = ٢ سم.

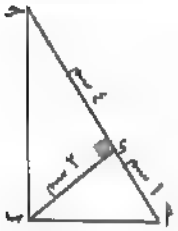
أثبت أن Δ أ ب ح قائم الزاوية.

٨ في الشكل المقابل:



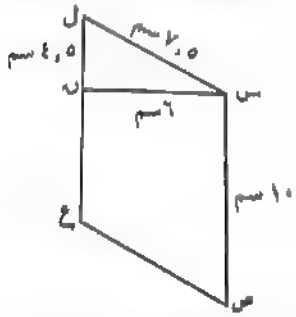
- ق (∠ ص) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{\text{س ع}}$ ،
  س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ،
  حـ ء = ٦,٥ سم ، حـ س = ٦ سم
  ١ أوجد طول $\overline{\text{س ع}}$
  ٢ أثبت أن ق (∠ ء س حـ) = ٩٠°

٩ في الشكل المقابل:



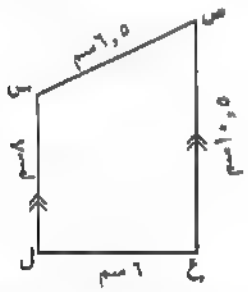
- أ ب حـ مثلث فيه $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ء = ١ سم ،
  حـ ء = ٤ سم ، ب ء = ٢ سم
  أثبت أن ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

١٠ في الشكل المقابل:



- إذا كان س ص ع ل متوازي أضلاع فيه:
  س ص = ١٠ سم ، س ن = ٦ سم ،
  س ل = ٧,٥ سم ، ل ن = ٤,٥ سم.
  ١ فأثبت أن: $\overline{\text{س ن}}$ ⊥ $\overline{\text{ع ل}}$
  ٢ أوجد مساحة متوازي الأضلاع س ص ع ل

١١ في الشكل المقابل:

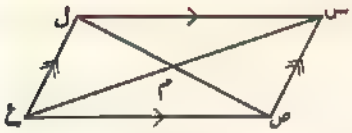


- س ص ع ل شبه منحرف فيه: $\overline{\text{ل س}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، س ص = ٦,٥ سم ،
  ص ع = ١٠,٥ سم ، ع ل = ٦ سم ، ل س = ٨ سم
  أثبت أن ق (∠ ع) = ٩٠°

  إرشاد: ارسم $\overline{\text{س هـ}}$ // $\overline{\text{ع ل}}$ حيث هـ ∈ $\overline{\text{ص ع}}$

١٢ إذا كان س ص ع ل متوازي أضلاع فيه س ص = ٤ سم ، س ع = ١٠ سم ، ص ل = ٦ سم،
فأثبت أن ق (∠ س ص ل) = ٩٠° ، ثم أوجد مساحة متوازي الأضلاع.

١٣ في الشكل المقابل:



س ص ع ل متوازي أضلاع فيه $\overline{\text{ص ل}} \cap \overline{\text{س ع}} - \{\text{م}\}$،

فإذا كان $(\text{س ع})^2 = 4(\text{س ص})^2 + (\text{ص ل})^2$

فأثبت أن ق $(\angle \text{س ص ل}) = 90°$

---

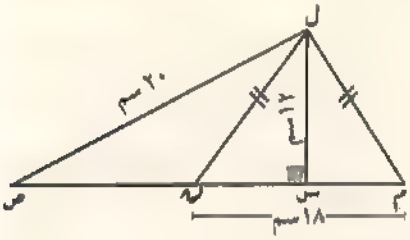
١٤ أ ب حـ مثلث فيه أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٣٥ سم ، $\overline{\text{ب ء}}$ متوسط في المثلث

حيث ب ء = ١٨,٥ سم.

(١) أثبت أن ق $(\angle \text{أ ب حـ}) = 90°$ (٢) أوجد طول $\overline{\text{أ حـ}}$

---

١٥ في الشكل المقابل:



ل م هـ مثلث فيه ل م = ل هـ،

$\overline{\text{ل س}} \perp \overline{\text{م هـ}}$ ، ص $\in \overleftarrow{\text{م هـ}}$ ، ص $\notin \overline{\text{م هـ}}$ ،

ل س = ١٢ سم، م هـ = ١٨ سم، ل ص = ٢٠ سم

أثبت أن ق $(\angle \text{ص ل م}) = 90°$

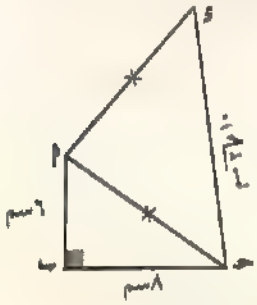
---

١٦ أ ب حـ ء مستطيل فيه: هـ $\in \overline{\text{أ ء}}$ بحيث ء هـ = ١٦ سم ، أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٢٥ سم

أثبت أن $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{هـ حـ}}$

---

١٧ في الشكل المقابل:



ق $(\angle \text{ب}) = 90°$ ، أ حـ = أ ء ، أ ب = ٦ سم،

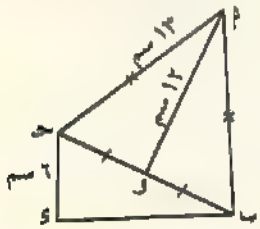
، ب حـ = ٨ سم، حـ ء = $10\sqrt{2}$ سم

أثبت أن ق $(\angle \text{ء أ حـ}) = 90°$

ثم أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء

---

١٨ في الشكل المقابل:



Δ أ ب حـ متساوي الساقين أ حـ = ١٣ سم ، أ و = ١٢ سم

، ومنتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، حـ ء = ب ء − ٢

(١) أثبت أن ق $(\angle \text{ء}) = 90°$

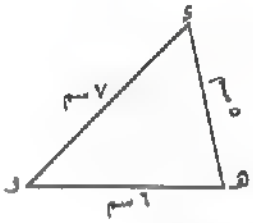
(٢) أوجد مساحة الشكل أ ب ء حـ

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٢)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ أكمل ووضح: أى المثلثات التالية قائم الزاوية؟

١ فى الشكل التالى:

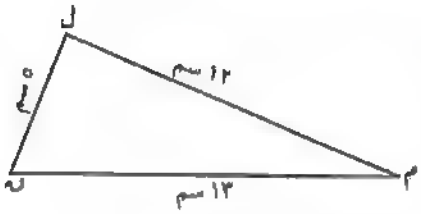


(ء و)^{٢} = ...

(ء هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢} = ...

∴ المثلث .....

٢ فى الشكل التالى:

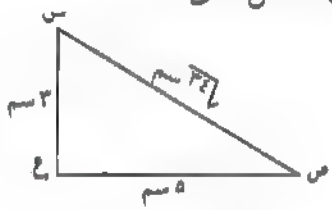


(م ن)^{٢} = ...

(م ل)^{٢} + (ن ل)^{٢} = ...

∴ المثلث .....

٣ فى الشكل التالى:



(س ص)^{٢} = ($\sqrt{٣٤}$)^{٢} = ...

(ص ع)^{٢} + (ع س)^{٢} = ...

∴ المثلث .....

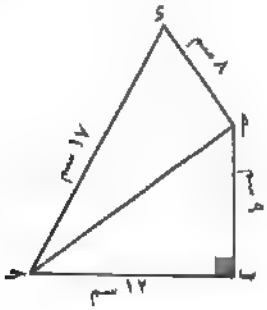
٤ فى الشكل التالى:

(أ حـ)^{٢} = ...

(أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ...

∴ المثلث .....

٢ فى الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه: ق (∠ ب) = ٩٠°،

أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ١٧ سم،

ء أ = ٨ سم ، أثبت أن ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

ثم أوجد مساحة الشكل أ ب حـ ء

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ أكمل ما يأتى:

١ فى المثلث س ص ع إذا كان (س ص)^{٢} = (س ع)^{٢} + (ع ص)^{٢} فإن: ق (∠ .. ..) = ٩٠° (القاهرة ٢٠٢٢)

٢ طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى ..... طول الوتر. (القليوبية ٢٠٢٢)

٣ إذا كان $\overline{\text{ب ء}}$ متوسطًا فى المثلث أ ب حـ، وكان (أ حـ)^{٢} = ٤ (ب ء)^{٢}، فإن ق (∠أ ب حـ) = ... (الإسماعيلية ٢٠١٩)

٤ مربع طول قطره ١٠ سم فإن مساحته ..... سم^{٢}. (الدقهلية ٢٠٢٣)

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

١ نسبة طول ضلع مثلث متساوى الأضلاع إلى محيطه تساوى ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٤

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب)^{٢} = (ب حـ)^{٢} − (أ حـ)^{٢} فإن: ق (∠.....) = ٩٠° (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ (د) غير ذلك

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب)^{٢} = (حـ ب)^{٢} + (أ حـ)^{٢} ، ق (∠ب) = ٣٠°

فإن ق (∠أ) = ...° (الدقهلية ٢٠٢٣)

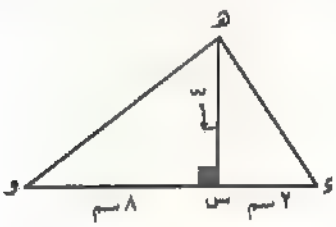
(أ) ٤٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٤ إذا كان المثلث س ص ع ~ المثلث أ ب حـ ، ق (∠ص) = ٦٥° ، ق (∠حـ) = ٣٥°

فإن ق (∠س) = ...° (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) ٨٠ (ب) ٤٥ (جـ) ١٠٥ (د) ١٢٠

٣ فى الشكل المقابل: Δ ء هـ و فيه: (الجيزة ٢٠٢٢)



$\overline{\text{هـ س}}$ ⊥ $\overline{\text{ء و}}$ ،

هـ س = ٤ سم ، س ء = ٢ سم ، س و = ٨ سم.

أثبت أن: ق (∠ء هـ و) = ٩٠°

تابع مستواك

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
[illegible]	حل تدريبات إضافية	[illegible]	[illegible]

الدرس ٢ ذاكر

المساقط

تذكر وفكر:

لدينا ثلاث تفاحات (حمراء ، خضراء ، صفراء) ، وثلاثة أطباق (أ ، ب ، جـ)

أ ب جـ

- إذا سقطت التفاحة الحمراء فإنها تقع فى الطبق أ
- إذا سقطت التفاحة الخضراء فإنها تقع فى الطبق ب
- إذا سقطت التفاحة الصفراء فإنها تقع فى الطبق جـ
- إذا وقفت فى فناء المدرسة وسقطت من يدك قطعة نقود معدنية على الرمل، فإنها تسقط عمودية وتترك أثرًا لها فى الرمل، وموضع هذا الأثر يسمى مسقط قطعة النقود على الأرض .

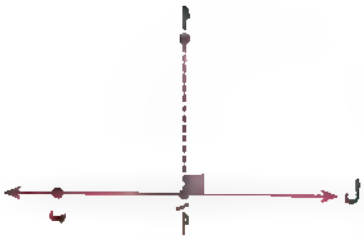
المساقط

أولاً مسقط نقطة على مستقيم

تعريف

- مسقط نقطة على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.
- إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

فمثلاً: فى الشكل المقابل:



- إذا كانت : أ ∉ ل

فإن : مسقط أ على المستقيم ل هو أَ حيث $\overline{أأَ}$ ⊥ ل

- إذا كانت : نقطة ب ∈ ل

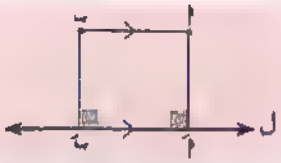
فإن : مسقط ب على المستقيم ل هو النقطة (ب) نفسها

ثانيا مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

تعريف

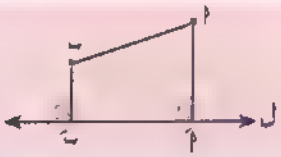
مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

الأشكال التالية تبين مسقط القطعة المستقيمة وطول المسقط فى أوضاع مختلفة على مستقيم ل



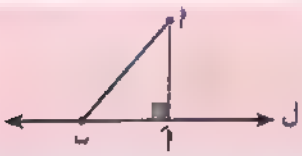
مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أ'ب'}$

$أ'ب' = أب$



مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أ'ب'}$

$أ'ب' < أب$



مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أ'ب'}$

$أ'ب' > أب$

مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أ'ب'}$

$أ'ب' < أب$

مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أ'ب'}$

$أ'ب' > أب$

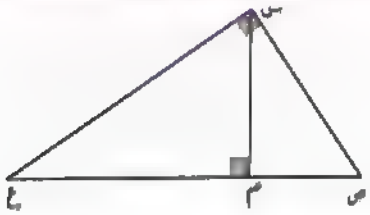
$\overline{أب} \perp$ ل ، مسقط $\overline{أب}$ على ل هو النقطة ب

ويكون طول المسقط = صفر

نقاط هامة

من الأشكال السابقة:

- طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم يكون مساويًا أو أصغر من طول القطعة المستقيمة نفسها.
- إذا كانت القطعة المستقيمة موازية لمستقيم معلوم يكون طول مسقطها على هذا المستقيم مساويًا لطول هذه القطعة.
- إذا كانت القطعة المستقيمة عمودية على المستقيم المعلوم فإن طول مسقطها يساوى صفرًا.

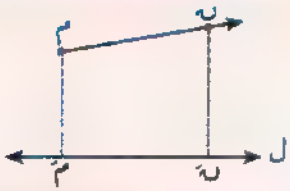


فمثلًا: فى الشكل المقابل: س ص ع مثلث فيه:

ق (∠ص س ع) = ٩٠° ، $\overline{س م} \perp \overleftrightarrow{ص ع}$

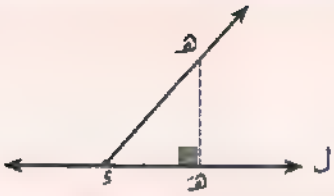
- مسقط س على $\overleftrightarrow{ص ع}$ هو النقطة م (نقطة تقاطع العمود الساقط من س على $\overleftrightarrow{ص ع}$)
- مسقط ص على $\overleftrightarrow{ص ع}$ هو النقطة ص (لأن ص ∈ $\overleftrightarrow{ص ع}$)
- مسقط $\overline{س م}$ على $\overleftrightarrow{ص ع}$ هو النقطة م (ويكون طول مسقط $\overline{س م}$ على $\overleftrightarrow{ص ع}$ يساوى صفرًا)

ثالثًا مسقط شعاع على مستقيم



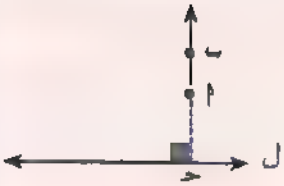
مسقط $\overleftarrow{\text{مب}}$ على المستقيم ل

هو $\overleftarrow{\text{مَبَ}}$ حيث $\overleftarrow{\text{مَبَ}} \subset$ ل



مسقط $\overleftarrow{\text{ءهـ}}$ على المستقيم ل

هو $\overleftarrow{\text{ءَهـَ}}$ حيث $\overleftarrow{\text{ءَهـَ}} \subset$ ل



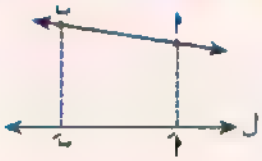
مسقط $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل

هو النقطة حـ حيث $\overleftarrow{\text{أب}} \perp$ ل ، حـ $\in$ ل

نقاط هامة

- مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو شعاع (ويكون مجموعة جزئية من هذا المستقيم).
- الشعاع العمودى على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمى إلى المستقيم.

رابعًا مسقط مستقيم على مستقيم



مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل

هو $\overleftrightarrow{\text{أَبَ}}$

مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل

هو $\overleftrightarrow{\text{أَبَ}}$

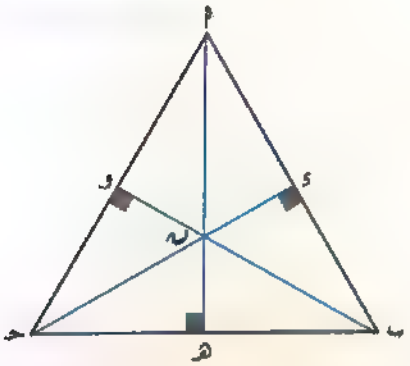
مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل

هو النقطة حـ حيث $\overleftrightarrow{\text{أب}} \perp$ ل

نقاط هامة

- مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودى عليه هو المستقيم الآخر.
- مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودى عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

مثال ١



في الشكل المقابل:

△أ ب جـ رُسمت فيه ارتفاعاته الثلاثة: $\overline{\text{أ هـ}}$ ، $\overline{\text{ب و}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$

أكمل ما يلي:

١ مسقط $\overline{\text{أ ن}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو .....

٢ مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو .....

٣ مسقط $\overline{\text{ن جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو .....

٤ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ هو .....

٥ مسقط $\overline{\text{ب جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ هو .....

٦ مسقط $\overline{\text{ن ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو .....

٧ مسقط $\overline{\text{ن أ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو .....

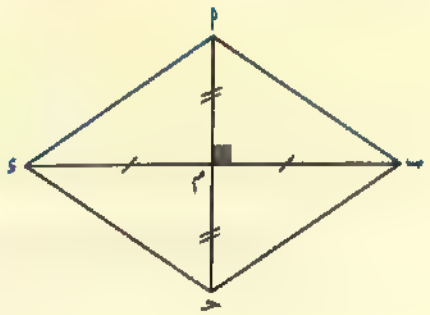
٨ مسقط $\overline{\text{ن ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو .....

الحل

١ النقطة هـ ٢ $\overline{\text{هـ جـ}}$ ٣ $\overline{\text{هـ جـ}}$ ٤ $\overline{\text{أ و}}$

٥ $\overline{\text{و جـ}}$ ٦ $\overline{\text{ء ب}}$ ٧ $\overline{\text{ء أ}}$ ٨ النقطة ء

سؤال ١



في الشكل المقابل : أ ب جـ ء معين فيه:

$\overline{\text{أ جـ}} \cap \overline{\text{ب ء}} = \{\text{م}\}$ أكمل ما يأتي:

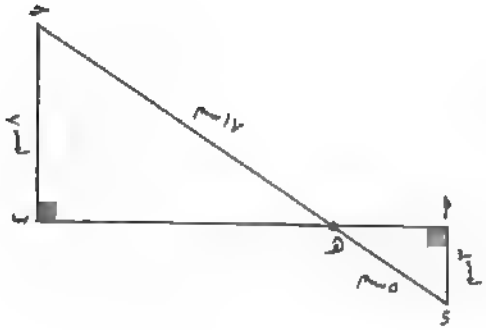
١ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ هو .....

٢ مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ هو .....

٣ مسقط $\overline{\text{أ م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ هو .....

٤ مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ هو .....

مثال ٤



في الشكل المقابل:

$\overline{أب} \cap \overline{جـء} = \{هـ\}$ ، ق(∠أ) = ق(∠ب) = ٩٠° ،

أء = ٣ سم ، جـهـ = ١٧ سم ،

ب جـ = ٨ سم ، ء هـ = ٥ سم

أوجد: طول مسقط $\overline{جـء}$ على $\overleftrightarrow{أب}$

الحل

∵ $\overline{جـب} \perp \overleftrightarrow{أب}$ ، $\overline{ءأ} \perp \overleftrightarrow{أب}$ ∴ $\overline{أب}$ هو مسقط $\overline{ءجـ}$ على $\overleftrightarrow{بأ}$

∵ △جـ ب هـ فيه: ق(∠ب) = ٩٠°

∴ $(ب هـ)^٢ = (جـ هـ)^٢ - (ب جـ)^٢ = (١٧)^٢ - (٨)^٢ = ٢٢٥$ ∴ ب هـ = ١٥سم ——— (١)

∵ △أ ء هـ فيه: ق(∠أ) = ٩٠°

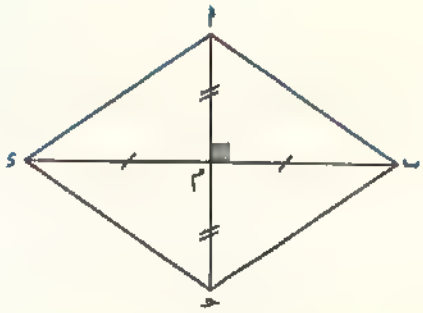
∴ $(أ هـ)^٢ = (هـ ء)^٢ - (أ ء)^٢ = (٥)^٢ - (٣)^٢ = ١٦$ ∴ أ هـ = ٤ سم ——— (٢)

من (١) ، (٢)

∵ ب أ = ب هـ + أ هـ ∴ ب أ = ١٥ + ٤ = ١٩سم

∴ طول مسقط $\overline{جـء}$ على $\overleftrightarrow{أب}$ = ١٩سم

سؤال ٢



في الشكل المقابل : أ ب جـ ء معين فيه:

أ جـ = ٤ سم ، ب ء = ٦ سم

$\overline{أجـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$ أكمل:

١ طول مسقط $\overline{ب م}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$ يساوي .....

٢ طول مسقط $\overline{ب جـ}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$ يساوي .....

٣ طول مسقط $\overline{جـ م}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$ يساوي .....

٤ طول مسقط $\overline{جـ ء}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$ يساوي .....

المسافة:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان مسقط نقطة أ على مستقيم ل هو نقطة ب فإن $\overline{أب}$ ..... ل (الشرقية ٢٠٢٤)

(أ) ≡ (ب) // (جـ) ⊥ (د) =

٢ إذا كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فإن مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) {ب} (د) {حـ}

٣ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو قطعة مستقيمة مساوية لها فى الطول فإن القطعة المستقيمة ..... المستقيم. (الجيزة ٢٠١٩)

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) = (د) >

٤ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة الأصلية. (بورسعيد ٢٠٢٤)

(أ) = (ب) > (جـ) ≥ (د) ≤

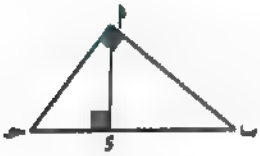
٥ إذا كانت $\overline{أب}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ فإن مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ..... (أسيوط ٢٠١٩)

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) $\overline{أحـ}$ (د) {ب}

٦ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو ..... (السويس ٢٠٢٤)

(أ) نقطة (ب) قطعة مستقيمة (جـ) شعاع (د) خط مستقيم

باستخدام الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)



٧ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو .....

(أ) $\overline{ءب}$ (ب) $\overline{ءأ}$ (جـ) $\overline{أب}$ (د) $\overline{حـب}$

٨ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أء}$ هو .....

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أء}$ (جـ) $\overline{ءب}$ (د) $\overline{بحـ}$

٩ مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو .....

(أ) $\overline{أحـ}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) $\overline{أب}$ (د) $\overline{ءحـ}$

١٠ مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو .....

(أ) النقطة أ (ب) النقطة ب (جـ) النقطة حـ (د) النقطة ء

٢ أكمل كلًّا مما يأتي:

١ مسقط نقطة تنتمي لمستقيم على هذا المستقيم هو ..... (بورسعيد ٢٠٢٣)

٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودي عليها هو ..... (دمياط ٢٠١٩)

٣ إذا كان مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ هو النقطة ب فإن $\overline{\text{أ ب}}$ ..... $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ (القاهرة ٢٠٢٣)

٤ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ..... (سوهاج ٢٠١٩)

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .....
طول القطعة الأصلية. (الإسكندرية ٢٠١٩)

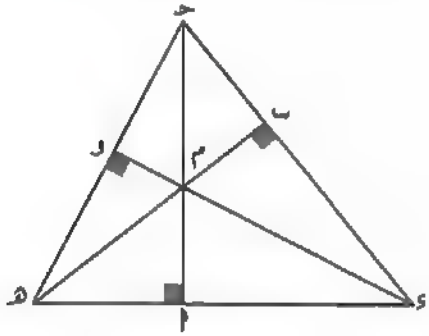
٦ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو .....

٧ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودي عليها يساوي ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

٨ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها. (البحيرة ٢٠٢٣)

---

٣ في الشكل المقابل: حـ ء هـ مثلث فيه:



$\overline{\text{أ حـ}} \perp \overline{\text{ء هـ}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{حـ هـ}}$ ،

$\overline{\text{أ حـ}} \cap \overline{\text{ب هـ}} \cap \overline{\text{ء و}} = \{\text{م}\}$ أكمل:

١ مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ هو .....

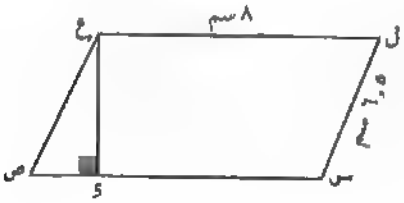
٢ مسقط $\overline{\text{حـ م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$ هو .....

٣ مسقط $\overline{\text{ء و}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$ هو .....

٤ مسقط $\overline{\text{حـ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ هو .....

---

٤ في الشكل المقابل: (المنوفية ٢٠٢٣)



س ص ع ل متوازي أضلاع فيه:

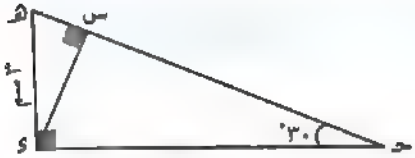
س ل = ٦,٥ سم ، ع ل = ٨ سم

فإذا كان $\overline{\text{ع ء}} \perp \overline{\text{س ص}}$ ،

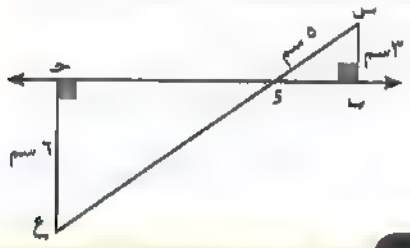
مساحة متوازي الأضلاع س ص ع ل = ٤٨ سم^{٢}

فأوجد طول مسقط $\overline{\text{ص ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

٥ في الشكل المقابل: (الإسكندرية ٢٠٢٣)



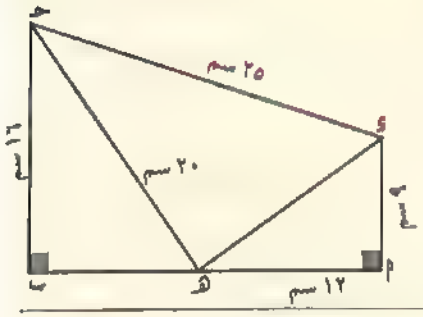
٦ في الشكل المقابل:



احسب طول مسقط س ع على ب حـ

تحدَّ نفسك

٧ في الشكل المقابل: (بني سويف ٢٠٢٣)



أ ب حـ ء شكل رباعي فيه ق(∠أ) = ق(∠ب) = ٩٠°

، أ ء = ٩سم، أ هـ = ١٢سم ، ء حـ = ٢٥سم

، هـ حـ = ٢٠سم ، حـ ب = ١٦سم

(١) أوجد: (أ) طول ء هـ

(ب) طول مسقط هـ حـ على أ ب

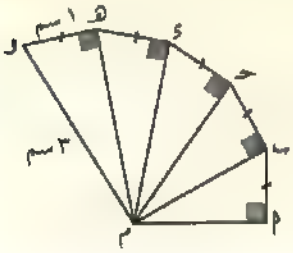
(٢) أثبت أن: (∠ء هـ حـ) قائمة.

٨ في الشكل المقابل: (المنيا ٢٠٢٣)

حـ ء هـ مثلث فيه: ق(∠هـ ء حـ) = ١٢٠°، حـ ء = ١٥ سم

احسب طول مسقط حـ ء على هـ ء

٩ في الشكل المقابل:



أ ب = ب حـ = حـ ء = ء هـ = هـ و = ١ سم

م و = ٣ سم أوجد:

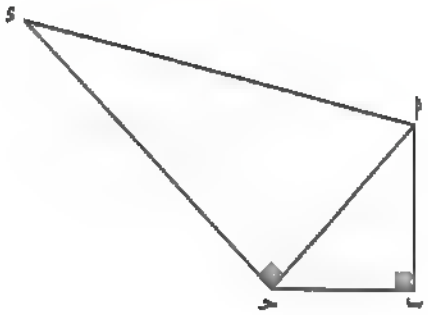
(١) طول مسقط و م على هـ م

(٢) طول مسقط ب م على أ م

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٣)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ فى الشكل المقابل:



ق (∠ب) = ق (∠أ حـ ء) = ٩٠°،

أكمل:

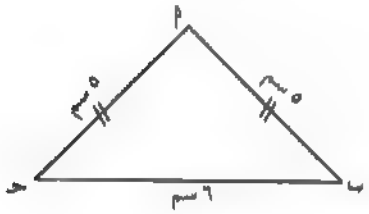
(أ) مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$ هو .....

(ب) مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$ هو .....

(جـ) مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ ب}$ هو .....

---

٢ فى الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث فيه، أ ب = أ حـ = ٥ سم، ب حـ = ٦ سم.

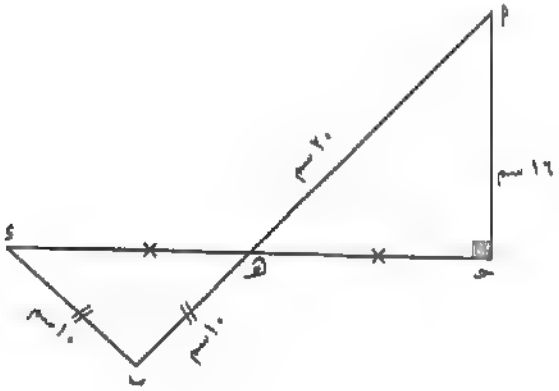
أوجد:

(أ) طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

(ب) مساحة Δ أ ب حـ

---

٣ فى الشكل المقابل:



$\overline{أ ب} \cap \overline{حـ ء} = \{هـ\}$

هـ منتصف $\overline{حـ ء}$، أ حـ = ١٦ سم،

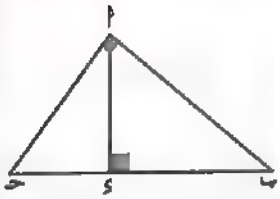
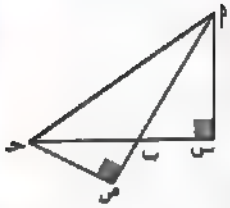
أ هـ = ٢٠ سم، ب ء = ب هـ = ١٠ سم

أوجد:

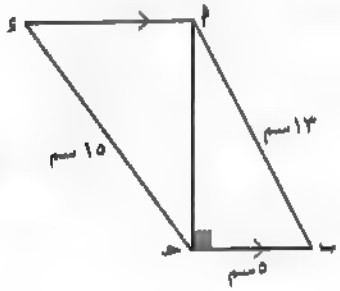
أولًا: طول مسقط $\overline{ب ء}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$

ثانيًا: طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{حـ ء}$

٤ أكمل الجدول الآتي:

الشكل			
المساقط			
مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$	.....	.....	$\overline{\text{س حـ}}$
مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$	.....	.....	.....
مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$	.....	.....	.....
مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$	.....	.....	.....

٥ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)



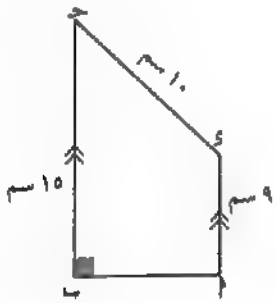
$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٥ سم ،

حـ ء = ١٥سم ، ق (∠أ حـ ب) = ٩٠° أوجد:

١ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{حـ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

٦ في الشكل المقابل:



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

ق (∠أ ب حـ) = ٩٠° ، فإذا كان: أ ء = ٩ سم ،

ء حـ = ١٠ سم ، حـ ب = ١٥ سم، فأوجد:

١ طول مسقط $\overline{\text{ء حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{ء حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

مجاب عنها في ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت النقطة س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ فإن مسقط س على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ..... (الغربية ٢٠٢٢)

(أ) أ (ب) ب (جـ) $\overline{\text{أ ب}}$ (د) س

٢ مسقط النقطة (٢ ، ٣) على محور الصادات هو ..... (المنيا ٢٠٢٣)

(أ) (٢ ، ٠) (ب) (٠ ، ٣) (جـ) (٢ ، ٢) (د) (٣ ، ٢)

٣ مسقط النقطة (−٥ ، ٠) على محور السينات هو ..... (الجيزة ٢٠٢٢)

(أ) (٥ ، ٠) (ب) (٠ ، ٥) (جـ) (−٥ ، ٠) (د) (٠ ، ٠)

٤ إذا كان أ ب جـ د مستطيلًا فإن مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ هو ..... (بني سويف ٢٠٢٢)

(أ) $\overline{\text{د جـ}}$ (ب) $\overline{\text{أ د}}$ (جـ) $\overline{\text{ب جـ}}$ (د) $\overline{\text{أ جـ}}$

٢ أكمل ما يأتي:

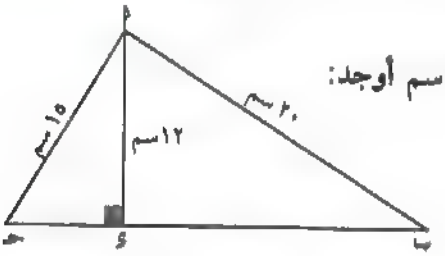
١ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ..... × ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت ..... المتناظرة متطابقة. (الشرقية ٢٠٢٣)

٣ إذا كان أ ب جـ د مربعًا، فإن مسقط $\overline{\text{أ د}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ..... (بورسعيد ٢٠٢٢)

٤ إذا كان طول $\overline{\text{أ ب}}$ = س ، طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على المستقيم ل = ص فإن $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ∈ [.. ، ..] (الدقهلية ٢٠٢٣)

٣ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)



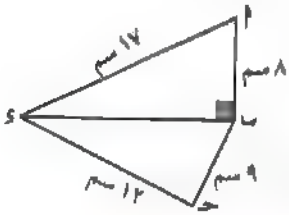
١ $\overline{\text{أ د}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = ٢٠ سم ، أ د = ١٢ سم ، أ جـ = ١٥ سم أوجد:

(أ) طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

(ب) طول مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

(جـ) أثبت أن: ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°

٢ في الشكل المقابل: (السويس ٢٠٢٤)



$\overline{\text{أ ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب د}}$ ، أ ب = ٨ سم ، أ د = ١٧ سم

، ب جـ = ٩ سم ، جـ د = ١٢ سم ، أوجد:

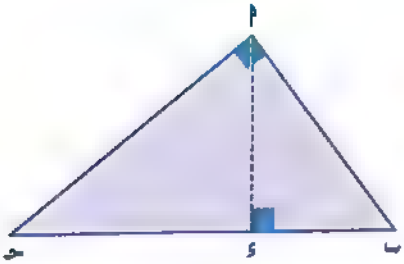
(أ) طول مسقط $\overline{\text{أ د}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ (ب) طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$

(جـ) أثبت أن: ق (∠ جـ) = ٩٠°

الدرس ٤

ذاكر نظرية إقليدس

تذكر وفكر: سبق أن درسنا المساقط:



- في الشكل المقابل:

ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

في المثلث أ ء ب : $(أ ب)^2 = (أ ء)^2 + (ء ب)^2$

في المثلث ب أ حـ : $(أ ب)^2 = (ب حـ)^2 - (أ حـ)^2$

- مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ ب}$ هو النقطة أ لأن $\overline{أ حـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أ ب}$

، مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو النقطة ء لأن $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب حـ}$

، طول مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = صفر

نظرية إقليدس

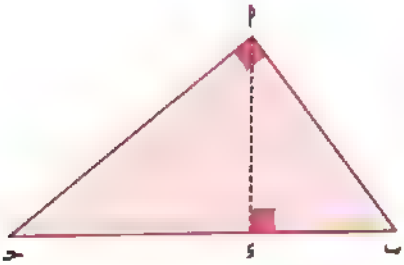
مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر.

أي إن: في △أ ب حـ

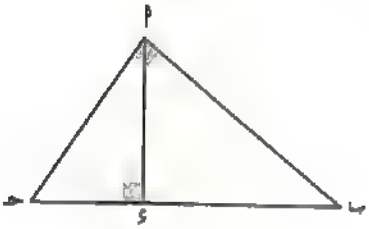
إذا كان : ق(∠أ) = ٩٠° ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

يكون:

- $(أ حـ)^2 = حـ ء \times حـ ب$
- $(أ ب)^2 = ب ء \times ب حـ$



نتيجـــة



في الشكل المقابل:

إذا كان: △أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$

فإن : ١ $(أ د)^{٢} = د ب \times د جـ$

٢ $ب جـ \times أ د = أ ب \times أ جـ$

- ويمكن استنتاج ذلك كما يلي:

١ في △أ د جـ

∵ ق(∠أ د جـ) = ٩٠°

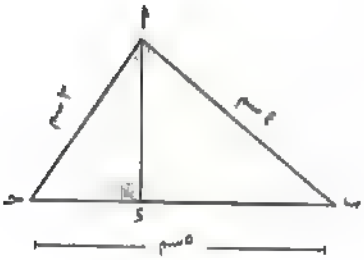
∴ $(أ د)^{٢} = (أ جـ)^{٢} - (جـ د)^{٢}$

$= جـ د \times جـ ب - (جـ د)^{٢} = جـ د (جـ ب - جـ د)$

∴ $(أ د)^{٢} = جـ د \times ب د$

٢ ∵ مساحة △أ ب جـ $= \frac{١}{٢} ب جـ \times أ د = \frac{١}{٢} أ ب \times أ جـ$

∴ $ب جـ \times أ د = أ ب \times أ جـ \Longleftarrow$ ∴ $أ د = \frac{أ ب \times أ جـ}{ب جـ}$



فمثلاً: في الشكل المقابل:

ق(∠ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$

، مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو $\overline{ب د}$

، ∵ $(أ ب)^{٢} = ب د \times ب جـ$

∴ $١٦ = ب د \times ٥ \Longleftarrow ب د = \frac{١٦}{٥} = ٣,٢$سم

∴ طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ} = ٣,٢$سم

، طول $\overline{أ د} = \frac{٤ \times ٣}{٥} = \frac{١٢}{٥} = ٢,٤$سم

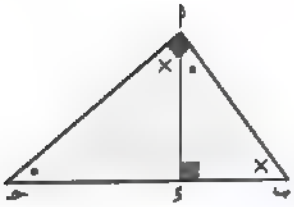
لاحظ أن

د ب هو طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$

، د جـ هو طول مسقط $\overline{أ جـ}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$

استنتاج نظرية إقليدس ونتائجها عن طريق تشابه المثلثات

من الشكل المقابل:



١ ∵ △ أ ب ج ~ △ د ب أ (لأن قياسات الزوايا المتناظرة فيهما متساوية)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{د ب}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{د أ}}$ ∴ $(\text{أ ب})^2 = \text{ب د} \times \text{ب ج}$

٢ ∵ △ أ ب ج ~ △ د أ ج (لأن قياسات الزوايا المتناظرة فيهما متساوية)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{د أ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{د ج}}$ ∴ $(\text{أ ج})^2 = \text{ج د} \times \text{ج ب}$

، $\text{أ ب} \times \text{أ ج} = \text{أ د} \times \text{ب ج}$

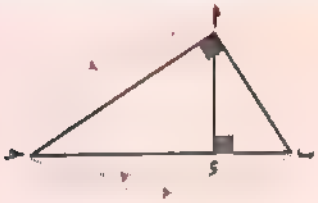
٣ ∵ △ د ب أ ~ △ د أ ج (لأن قياسات الزوايا المتناظرة فيهما متساوية)

∴ $\frac{\text{د ب}}{\text{د أ}} = \frac{\text{ب أ}}{\text{أ ج}} = \frac{\text{د أ}}{\text{د ج}}$ ∴ $(\text{أ د})^2 = \text{د ب} \times \text{د ج}$

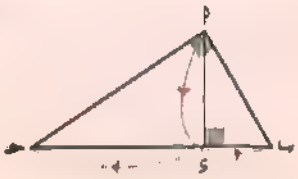
• يمكننا تلخيص علاقات نظرية إقليدس كما يلى:

① 

$(\text{أ ب})^2 = \text{ب د} \times \text{ب ج}$

② 

$(\text{أ ج})^2 = \text{ج د} \times \text{ج ب}$

③ 

$(\text{أ د})^2 = \text{د ب} \times \text{د ج}$

④ 

$\text{أ د} = \frac{\text{أ ب} \times \text{أ ج}}{\text{ب ج}}$

نقاط هامة

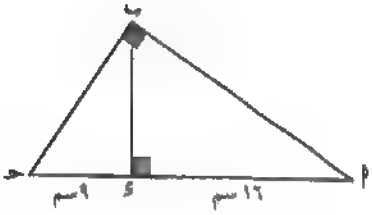
• فى المثلث القائم الزاوية، العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين، وكلاهما يشابه المثلث الأصلى.

مثال ١

في الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث فيه: ق(∠أ ب جـ) = ٩٠° ، $\overline{ب د} \perp \overline{أ جـ}$

أوجد طول كل من: $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ب د}$



الحل

∵ ق(∠أ ب جـ) = ٩٠° ، $\overline{ب د} \perp \overline{أ جـ}$

∴ $(أ ب)^٢$ = أ د × أ جـ = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠ ∴ أ ب = ٢٠ سم

، $(ب جـ)^٢$ = جـ د × أ جـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥ ∴ ب جـ = ١٥ سم

، $(ب د)^٢$ = أ د × د جـ = ١٦ × ٩ = ١٤٤ ∴ ب د = ١٢ سم

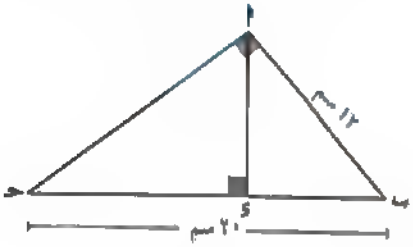
مثال ٢

في الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث فيه: ق(∠ب أ جـ) = ٩٠° ،

د ∈ $\overline{ب جـ}$ بحيث $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$ ،

أ ب = ١٢ سم ، ب جـ = ٢٠ سم



أكمل ما يأتي:

١ $(أ جـ)^٢$ = ... + ... ٢ $(أ جـ)^٢$ = ... − .....

٣ أ جـ = ... سم ٤ $(أ ب)^٢$ = ب د × ..... ، ب د = ... سم

٥ $(أ د)^٢$ = ... × ..... ، أ د = ... سم

الحل

١ $(أ جـ)^٢ = (أ د)^٢ + (د جـ)^٢$ ٢ $(أ جـ)^٢ = (ب جـ)^٢ - (أ ب)^٢$

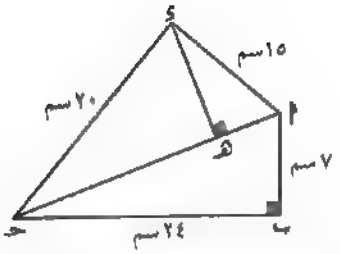
٣ أ جـ = $\sqrt{(٢٠)^٢ - (١٢)^٢}$ = ١٦ سم

٤ $(أ ب)^٢$ = ب د × ب جـ ⟸ ١٤٤ = ب د × ٢٠ ∴ ب د = ٧,٢ سم

٥ $(أ د)^٢$ = د ب × د جـ ⟸ $(أ د)^٢$ = ٧,٢ × (٢٠ − ٧,٢) = ٩٢,١٦ ∴ أ د = ٩,٦ سم

مثال ٣

في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



ق(∠ب) = ٩٠° ، $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ ، أب = ٧سم ،

بجـ = ٢٤سم ، أء = ١٥سم ، ءجـ = ٢٠سم

١ أوجد طول $\overline{أجـ}$

٢ أثبت أن: ق(∠أءجـ) = ٩٠°

٣ أوجد طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$

الحل

١ ∵ △أبجـ قائم الزاوية في ب ∴ أجـ = $\sqrt{(٧)^٢ + (٢٤)^٢}$ = ٢٥سم

٢ في △أءجـ

∵ $(أء)^٢ + (ءجـ)^٢ = (١٥)^٢ + (٢٠)^٢ = ٦٢٥$

، ∵ $(أجـ)^٢ = (٢٥)^٢ = ٦٢٥$ ∴ $(أجـ)^٢ = (أء)^٢ + (ءجـ)^٢$

∴ ق(∠أءجـ) = ٩٠°

٣ في △أءجـ ∵ $\overline{ءهـ}$ ⊥ $\overline{أجـ}$

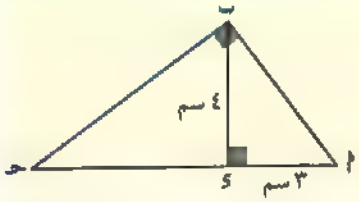
∴ مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$ هو $\overline{أهـ}$

∵ $(ءأ)^٢ = أهـ \times أجـ$

∴ $(١٥)^٢ = أهـ \times ٢٥$ ∴ أهـ = $\frac{(١٥)^٢}{٢٥}$ = ٩سم

سؤال ١

في الشكل المقابل: أبجـ مثلث فيه:



ق(∠أبجـ) = ٩٠° ، ء ∈ $\overline{أجـ}$ بحيث

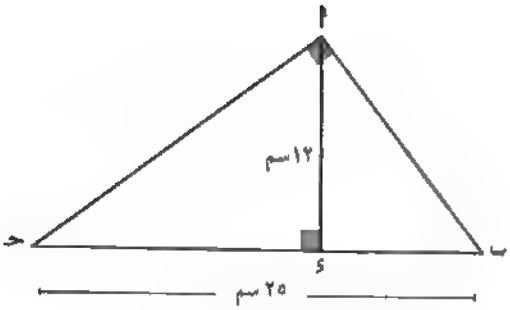
$\overline{بء}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ ، أء = ٣سم ، بء = ٤سم أوجد:

١ طول $\overline{أب}$

٢ طول مسقط $\overline{بجـ}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$

٣ طول مسقط $\overline{أجـ}$ على $\overleftrightarrow{بجـ}$

مثال ٦



في الشكل المقابل:

△أ ب ج قائم الزاوية في أ

$\overline{أد} \perp \overline{بج}$ بحيث ب د < د ج ،

أ د = ١٢ سم ، ب ج = ٢٥ سم

أوجد: طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بج}$ ، طول $\overline{أج}$

الحل

∵ ق(∠ب أ ج) = ٩٠° ، $\overline{أد} \perp \overline{بج}$

∴ (أ د)^2 = ب د × د ج

(١٢)^2 = ب د × (٢٥ − ب د) حيث د ج = ٢٥ − ب د

١٤٤ = ٢٥ ب د − (ب د)^2

∴ (ب د)^2 − ٢٥ ب د + ١٤٤ = ٠ ـــــ (تحليل مقدار ثلاثي)

∴ (ب د − ١٦) (ب د − ٩) = ٠

∴ ب د = ١٦ أو ب د = ٩ ، د ج = ٩ أو د ج = ١٦

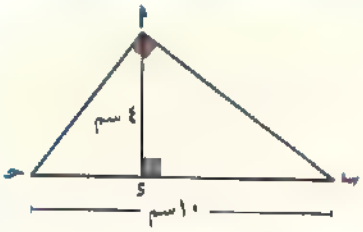
، ∵ ب د < د ج ∴ ب د = ٩ سم ، د ج = ١٦ سم

∴ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بج}$ هو ب د = ٩ سم

∵ (أ ج)^2 = ج د × ج ب

∴ (أ ج)^2 = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠ ∴ أ ج = ٢٠ سم

سؤال ٢



في الشكل المقابل:

ق(∠ب أ ج) = ٩٠° ، $\overline{أد} \perp \overline{بج}$

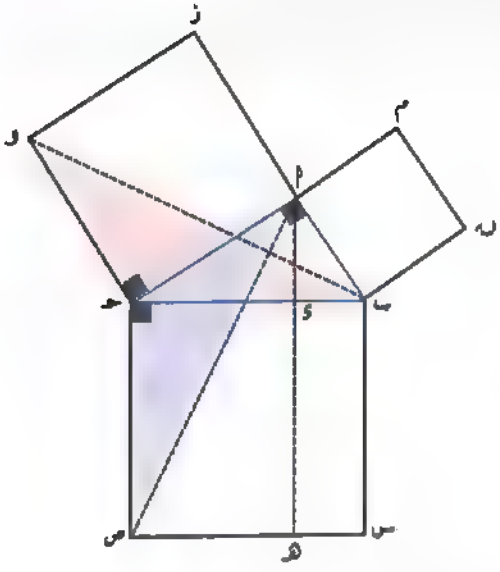
بحيث ب د > د ج ،

أ د = ٤سم ، ب ج = ١٠سم أوجد:

١ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بج}$

٢ طول مسقط $\overline{أج}$ على $\overleftrightarrow{بج}$

نشاط: إثبات نظرية إقليدس:



في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

المربعات أ ب هـ م ، أ حـ و ز ، ب س ص حـ

منشأة على أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ ، $\overline{بحـ}$ بالترتيب

رسم $\overleftarrow{أء}$ ⊥ $\overline{بحـ}$ قطعها في ء ، وقطع $\overline{سص}$ في هـ

ورسم $\overline{أص}$ ، $\overline{بو}$ كما بالرسم

△△ ب حـ و ، ص حـ أ

فيهما:
- ب حـ = ص حـ ——— (ضلعان في المربع ب س ص حـ)
- حـ و = حـ أ ——— (ضلعان في المربع أ حـ و ز)
- ق (∠ ب حـ و) = ق (∠ ص حـ أ) ——— حيث إن قياس كل زاوية = ٩٠° + ق (∠ ب حـ أ)

∴ △ ب حـ و ≡ △ ص حـ أ

∴ م (△ ب حـ و) = م (△ ص حـ أ) ——— (١)

∵ م (△ ب حـ و) = $\frac{١}{٢}$ م (المربع أ حـ و ز)

، م (△ ص حـ أ) = $\frac{١}{٢}$ م (المستطيل ء هـ ص حـ)

من (١) ∴ م (المربع أ حـ و ز) = م (المستطيل ء هـ ص حـ)

∴ $(أحـ)^٢$ = حـ ء × حـ ص

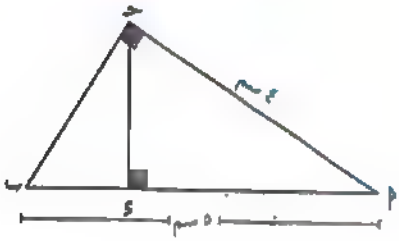
أي أن: $(أحـ)^٢$ = حـ ء × حـ ب

= طول مسقط $\overline{أحـ}$ على $\overline{بحـ}$ × طول الوتر $\overline{بحـ}$

وبالمثل: $(أب)^٢$ = ب ء × ب حـ

نظرية إقليدس:

١ فى الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى حـ ، $\overline{حـ ء} \perp \overline{أ ب}$

أكمل كلًّا مما يأتى:

١ $(حـ ء)^2$ = ... × .....

٢ حـ ء = $\frac{.....}{.....}$ × .....

٣ $(أ حـ)^2$ = ... × .....

٤ $(ب حـ)^2$ = ... × .....

٥ أ حـ × ..... = أ ب × .....

٦ $(أ ب)^2$ = ... + ...

٧ $(ب حـ)^2$ = ... − .....

٨ Δ ..... ~ Δ أ ب حـ ~ Δ .....

٩ ب حـ = ... سم ، حـ ء = ... سم

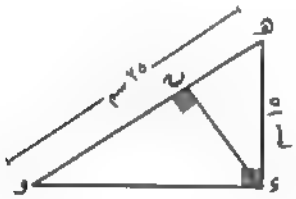
١٠ مساحة Δ أ ب حـ = ... $سم^2$

١١ محيط Δ أ حـ ء = ... سم

١٢ مساحة Δ حـ ب ء = ... $سم^2$

---

٢ فى الشكل المقابل: (صيفية ٢٠١٨)



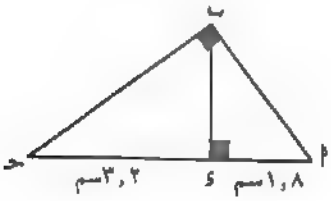
ء هـ و مثلث قائم الزاوية فى ء ، $\overline{ء ب} \perp \overline{هـ و}$ ،

ء هـ = ١٥ سم، هـ و = ٢٥ سم

أوجد طول كل من: $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{ء و}$ ، $\overline{ء ب}$

---

٣ فى الشكل المقابل: (العربية ٢٠٢٣)

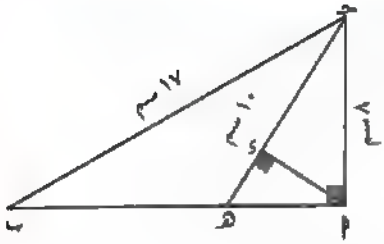


أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

إذا كان أ ء = ١,٨ سم ، ء حـ = ٣,٢ سم

فأوجد بالبرهان طول كل من: $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب ء}$

٤ في الشكل المقابل: (الإسماعيلية ٢٠٢٣)



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ، $\overline{أ ء} \perp \overline{حـ هـ}$،

هـ ∈ $\overline{أ ب}$ ، ء ∈ $\overline{حـ هـ}$ ، أ حـ = ٨ سم ،

ب حـ = ١٧ سم ، حـ هـ = ١٠ سم أوجد:

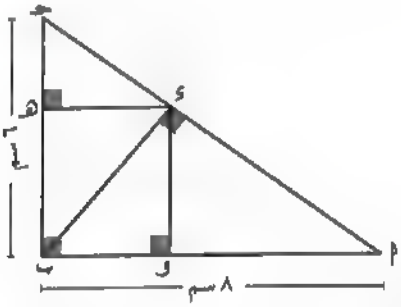
١ طول مسقط $\overline{حـ هـ}$ على $\overleftrightarrow{أ ب}$

٢ طول كل من $\overline{أ ء}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{هـ ب}$

٣ مساحة Δ أ حـ ء

---

٥ في الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ،

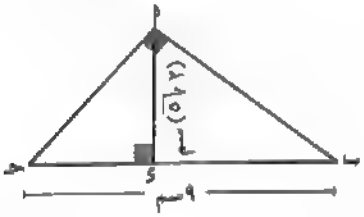
$\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ ، $\overline{ء و} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ء هـ} \perp \overline{ب حـ}$

فإذا كان أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم

فأوجد طول كل من $\overline{ء و}$ ، $\overline{ء هـ}$

---

٦ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٣)



المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في أ

، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ بحيث ء ∈ $\overline{ب حـ}$

إذا كان : أ ء = ٢√٥ سم

، ب حـ = ٩ سم، حـ ء < ب ء

فاحسب طول كل من:

١ $\overline{أ ب}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

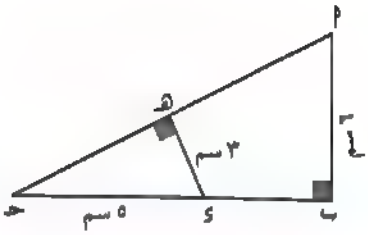
٢ $\overline{أ حـ}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

---

٧ المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب ، $\overleftarrow{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ ، $\overleftarrow{ب ء} \cap \overline{أ حـ} = \{ء\}$ بحيث أ ء = $\frac{٩}{٢٥}$ أ حـ

أثبت أن أ ب : ب حـ = ٣ : ٤

٨ في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



أ ب جـ △ قائم الزاوية في ب ، $\overline{\text{د هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ، أ ب = ٦ سم

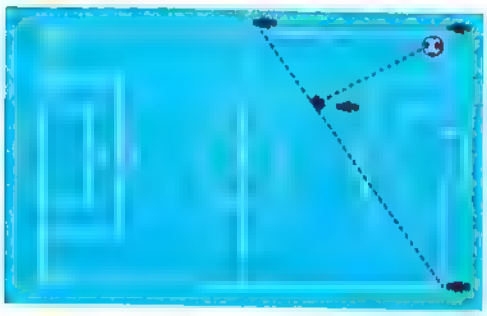
، هـ د = ٣ سم ، جـ د = ٥ سم أثبت أن:

١ △ جـ هـ د ~ △ جـ ب أ ، ثم أوجد طول $\overline{\text{أ جـ}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$

٩ في مباراة لكرة القدم إذا كانت الكرة مع أحمد عند ركن الملعب وكان علي ومحمد ومحمود على نفس المستقيم كما بالشكل، وإذا كانت المسافة بين علي ومحمد ١٨ مترًا والمسافة بين محمد ومحمود ٣٢ مترًا.

فأوجد المسافة بين أحمد ومحمود.



تحدَّ نفسك

١٠ في الشكل المقابل:

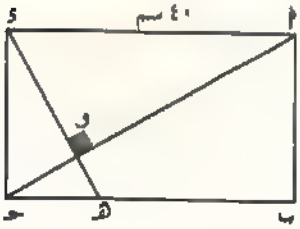
أ ب جـ د مستطيل، هـ ∈ $\overline{\text{أ د}}$ بحيث هـ د = ٤ سم ،

أ هـ = ٩ سم ، م نقطة داخل المستطيل

بحيث $\overline{\text{هـ م}} \perp \overline{\text{أ د}}$ ، ق (∠ ب م جـ) = ٩٠°

أوجد مساحة △ ب م جـ

١١ في الشكل المقابل: (الأقصر ٢٠٢٣)



أ ب جـ د مستطيل فيه: أ ب = ٣٠ سم ،

أ د = ٤٠ سم ، $\overleftarrow{\text{د هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ، يقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في و ،

ويقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ في هـ

أوجد طول كل من: $\overline{\text{أ و}}$ ، $\overline{\text{د و}}$ ، $\overline{\text{هـ جـ}}$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٤)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

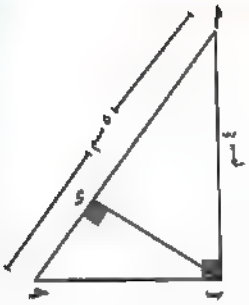
١ فى الشكل المقابل: Δ أ ب حـ فيه:

ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°،

أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٥ سم ، $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$ أكمل:

(أ) ب حـ = ... سم (ب) أ د = ... سم

(جـ) ب د = ... سم (د) مساحة Δ د ب حـ = ... سم²



---

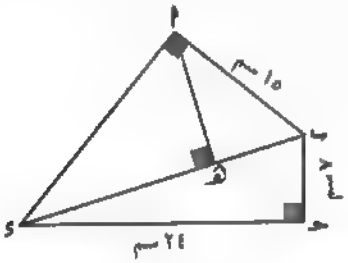
٢ فى الشكل المقابل: أ ب حـ د شكل رباعى فيه: (الدقهلية ٢٠٢٤)

ق (∠ ب حـ د) = ق (∠ ب أ د) = ٩٠°، $\overline{أ هـ}$ ⊥ $\overline{ب د}$،

ب حـ = ٧ سم ، حـ د = ٢٤ سم ، أ ب = ١٥ سم. أوجد:

(أ) طول كل من $\overline{ب د}$ ، $\overline{أ د}$

(ب) طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب د}$ (جـ) طول مسقط $\overline{أ د}$ على $\overleftrightarrow{أ هـ}$



---

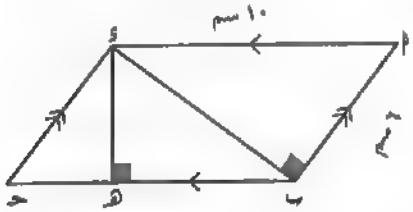
٣ فى الشكل المقابل: أ ب حـ د متوازى أضلاع فيه:

أ ب = ٦ سم ، أ د = ١٠ سم ، $\overline{د ب}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

رسم $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ أوجد:

(أ) مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ د

(ب) طول مسقط $\overline{د ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ (جـ) طول $\overline{د هـ}$



---

٤ فى الشكل المقابل: أ ب حـ د شبه منحرف فيه:

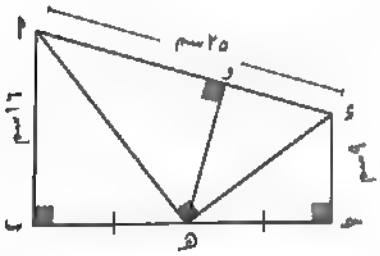
$\overline{أ ب}$ // $\overline{د حـ}$ ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°،

هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ١٦ سم ، أ د = ٢٥ سم،

د حـ = ٩ سم ، $\overline{أ هـ}$ ⊥ $\overline{هـ د}$ ، $\overline{هـ و}$ ⊥ $\overline{أ د}$ أوجد:

(أ) مساحة شبه المنحرف أ ب حـ د

(ب) طول مسقط $\overline{أ هـ}$ على $\overleftrightarrow{أ د}$



اختبر نفسك

مجاب عنها فى ملحق إجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مربع محيطه يساوى ٢٠ سم تكون مساحته تساوى ..... (الجيزة ٢٠٢٢)

(أ) ٤٠٠ سم^{٢} (ب) ٢٥ سم^{٢} (جـ) ٢٠ سم^{٢} (د) ١٠٠ سم^{٢}

٢ إذا كان $\overline{أب} \perp \overline{بحـ}$ فإن مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ..... (أسيوط ٢٠٢١)

(أ) $\overline{أب}$ (ب) $\overline{بحـ}$ (جـ) النقطة حـ (د) النقطة ب

٣ إذا كانت $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{سص}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{سص}$ ..... طول $\overline{أب}$ (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

٤ فى الشكل المقابل: (أسوان ٢٠٢٣)

قيمة: س + ص + ع = ...

(أ) ١٨٠° (ب) ٢٧٠°

(جـ) ٣٦٠° (د) ١٢٠°

٢ أكمل ما يأتى:

١ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ..... (بورسعيد ٢٠٢٢)

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ..... (سوهاج ٢٠١٩)

٣ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × ..... × ..... (السويس ٢٠٢١)

٤ فى الشكل المقابل: (الإسماعيلية ٢٠٢١)

أ ب × ..... = ب حـ × .....

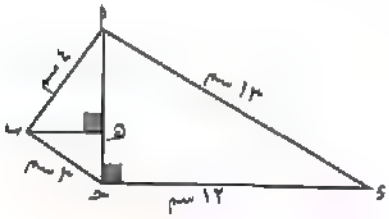
(أ د)^{٢} = ... × .....

٣ فى الشكل المقابل: (بنى سويف ٢٠٢٣)

ق (∠أ حـ د) = ٩٠° ، $\overline{بهـ} \perp \overline{أحـ}$ ، ب حـ = ٣ سم

، أ ب = ٤ سم ، أ د = ١٣ سم ، حـ د = ١٢ سم

أثبت أن: ق (∠أ ب حـ) = ٩٠° ، ثم أوجد طول $\overline{بهـ}$



تابع مستواك ★★★★★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
راجع شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	[illegible]	[illegible]

الدرس ٥ ذاكر

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

تذكر وفكر: سبق أن درسنا:

- نوع المثلث بالنسبة لزواياه يتحدد من معرفة نوع أكبر زواياه قياسًا:

١ فى الشكل المقابل:

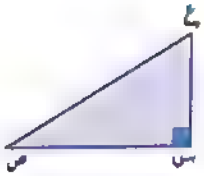
ق(∠ب) = ١٢٠°

ونوع الزاوية منفرجة

∴ نوع المثلث أ ب حـ

بالنسبة لزواياه هو: مثلث منفرج الزاوية

٢ فى الشكل المقابل:



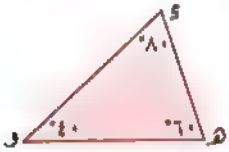
ق(∠س) = ٩٠°

ونوع الزاوية قائمة

∴ نوع المثلث ع س ص

بالنسبة لزواياه هو: مثلث قائم الزاوية

٣ فى الشكل المقابل: أكبر زاوية فى القياس هى زاوية ء ونوع الزاوية حادة

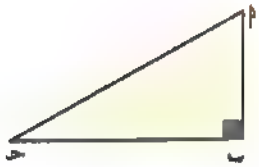


∴ نوع المثلث ء هـ و بالنسبة لزواياه هو: مثلث حاد الزوايا

تحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه (إذا علم أطوال أضلاعه الثلاثة)

١ إذا كان: $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولًا وكان: $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

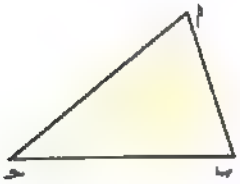
فإن: ق(∠أ ب حـ) = ٩٠° ويكون: △أ ب حـ قائم الزاوية فى ب



أى أنه: إذا كان مربع طول الضلع الأكبر فى المثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية (عكس فيثاغورث).

٢ إذا كان: $(\text{أ حـ})^2 < (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

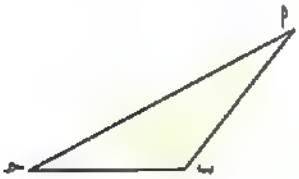
فإن: ق(∠أ ب حـ) < ٩٠° ويكون: △أ ب حـ حاد الزوايا



أى أنه: إذا كان مربع طول الضلع الأكبر فى المثلث أصغر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.

٣ إذا كان: $(\text{أ حـ})^2 > (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن: ق(∠أ ب حـ) > ٩٠° ويكون: △أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب



أى أنه: إذا كان مربع طول الضلع الأكبر فى المثلث أكبر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.

نقاط هامة

- متباينة المثلث: مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

مثال

حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى △أ ب حـ

إذا كان : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٢٤ سم ، أ حـ = ٢٥ سم

الحل

أطول أضلاع المثلث هو $\overline{\text{أ حـ}}$ حيث أ حـ = ٢٥ سم

∴ (∠ب) هى أكبر زوايا △أ ب حـ فى القياس لأنها تقابل الضلع $\overline{\text{أ حـ}}$

(أ حـ)^{٢} = (٢٥)^{٢} = ٦٢٥سم^{٢}

، (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (٧)^{٢} + (٢٤)^{٢} = ٦٢٥سم^{٢}

∵ (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

∴ ∠ب قائمة

مثال

△س ص ع فيه: س ص = ٥سم ، ص ع = ١٢سم ، س ع = ١٥سم

حدد نوع △س ص ع بالنسبة لزواياه.

الحل

∵ $\overline{\text{س ع}}$ أكبر الأضلاع طولًا حيث س ع = ١٥سم ، فإن (∠ص) المقابلة له هى أكبر الزوايا فى القياس

∴ (س ع)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥سم^{٢}

، (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢} = ١٦٩سم^{٢}

∵ (س ع)^{٢} > (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} ∴ ق (∠ص) > ٩٠°

∴ △س ص ع منفرج الزاوية فى ص

مثال ٣

△أ ب جـ فيه: أ ب = ٨سم ، ب جـ = ١٠سم ، جـ أ = ٧ سم

حدد نوع هذا المثلث بالنسبة لزواياه؟

الحل

∵ أطول أضلاع المثلث هو $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث ب جـ = ١٠سم

، (ب جـ)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠سم^{٢}

، (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} = (٨)^{٢} + (٧)^{٢} = ٦٤ + ٤٩ = ١١٣سم^{٢}

، ∵ (ب جـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} ∴ △أ ب جـ حاد الزوايا

نقاط هامة

- لتحديد نوع زاوية معينة فى مثلث، فإننا نقارن بين مربع طول الضلع المقابل لهذه الزاوية ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.

مثال ٤

حدد نوع الزاوية أ فى △أ ب جـ حيث:

أ ب = ١٢سم ، ب جـ = ١٣سم ، أ جـ = ٦سم

الحل

∵ ∠أ فى المثلث أ ب جـ يقابلها الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$

، (ب جـ)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩

، (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٦)^{٢} = ١٤٤ + ٣٦ = ١٨٠

، ∵ (ب جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} ∴ ∠أ زاوية حادة

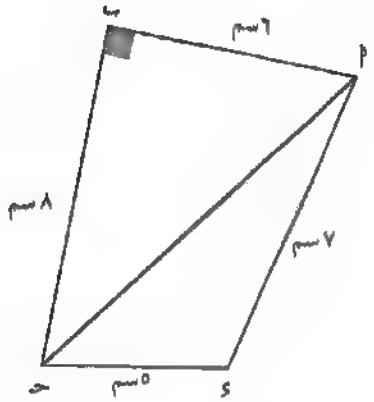
سؤال ١

فى كل مما يأتى حدد نوع △أ ب جـ بالنسبة لزواياه، إذا كان:

١ أ ب = ١٢ سم ، ب جـ = ١٤ سم ، أ جـ = ١٥سم

٢ أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ٧سم ، أ جـ = ٣ سم

مثال ٥



في الشكل المقابل:

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه:

ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ،

أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ حـ ء

الحل

△أ ب حـ فيه: ق (∠ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (أ ب)^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠ ——— (١)

∴ أ حـ = ١٠ سم

، ∵ أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم ∴ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر أضلاع △أ حـ ء طولًا

∴ (∠ء) أكبر زوايا △أ حـ ء قياسًا

، ∵ (أ ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢} = ٤٩ + ٢٥ = ٧٤ ——— (٢)

من (١) ، (٢)

∴ (أ حـ)^{٢} > (أ ء)^{٢} + (ء حـ)^{٢}

∴ (∠ء) منفرجة

سؤال ٢

١ حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ ب حـ ، إذا كان:

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧سم ، أ حـ = ٥ سم

٢ حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه

حيث أ ب = ٥ $\sqrt{٣}$ سم ، ب حـ = ٥سم ، أ حـ = ١٠سم

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه:

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن زاوية ب تكون ..... (دمياط ٢٠١٩)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

٢ إذا كان Δ أ ب جـ فيه (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن ∠ ب تكون ..... (الشرقية ٢٠٢٤)

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) قائمة (د) مستقيمة

٣ فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} > (أ جـ)^{٢} فإن ∠ ب تكون .....

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) قائمة (د) مستقيمة

٤ إذا كان Δ س ص ع منفرج الزاوية فى ص فإن (س ع)^{٢}..... (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) < (ب) = (جـ) > (د) ≥

٥ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ ، ٨، ١١ سم هو مثلث ..... (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) حاد الزوايا (ب) قائم الزاوية (جـ) منفرج الزاوية (د) متساوى الأضلاع

٦ أ ب جـ مثلث منفرج الزاوية فى أ فيه أ ب = ٥سم، ب جـ = ٨سم

فإن أ جـ يمكن أن تساوى ..... سم. (القليوبية ٢٠٢٤)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١٠

٧ إذا كان Δ أ ب جـ حاد الزوايا فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم فإن طول $\overline{\text{أ جـ}}$ يمكن أن يساوى .....

(القليوبية ٢٠٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٨ أ ب جـ Δ إذا كان (أ ب)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} + ٥ فإن ∠ جـ تكون ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

٩ فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)² + (ب جـ)² = (أ ب)² − ٥ فإن ∠ جـ تكون زاوية .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

١٠ المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٣ سم، ٤ سم تكون أكبر زواياه .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

١١ فى Δ أ ب جـ إذا كان ق(∠ ب) > ٩٠°، أ ب = ٣ سم، ب جـ = ٤ سم

فإن: محيط Δ أ ب جـ ∈ .....

(أ)]١، ٧[(ب) [١، ٧] (جـ)]٧، ١٢[(د)]١٢، ١٤[

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ أ ب جـ مثلث إذا كان (أ ب)² + (ب جـ)² < (أ جـ)² فإن ∠ ب تكون .....

٢ إذا كان Δ س ص ع فيه (س ع)² = (س ص)² + (ص ع)² فإن ∠ ص تكون .....

٣ إذا كان Δ س ص ع فيه (س ع)² = (س ص)² − (ص ع)² فإن زاوية ..... تكون قائمة.

٤ نوع (∠ أ) فى المثلث أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٧سم، ب جـ = ٣سم، أ جـ = ٥سم تكون .....

(الإسكندرية ٢٠١٧)

٥ فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)² + (ب جـ)² = (أ جـ)² + ٣ فإن ∠ ب تكون .....

٦ فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)² − (ب جـ)² = (أ جـ)² − ٤ فإن ∠ جـ تكون .....

٧ فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)² + (ب جـ)² = ٤٥ سم²، أ جـ = ٧ سم فإن ∠ ب تكون .....

---

٣ فى كل مما يأتى حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان:

١ أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ٩ سم ، أ جـ = ١١ سم

٢ أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم (المنوفية ٢٠٢٣)

٣ أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٧ سم

---

٤ فى كل مما يأتى حدد نوع (∠ أ) فى Δ أ ب جـ حيث:

١ أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٥ سم ، أ جـ = ١٢ سم

٢ أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٥ سم ، أ جـ = ١٧ سم (الغربية ٢٠٢٣)

٣ أ ب = ١٥سم ، ب جـ = ٢٥ سم ، أ جـ = ٢٠ سم

---

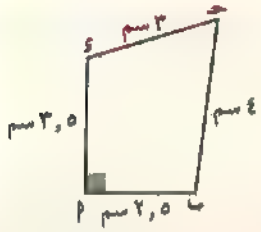
٥ أ ب جـ د شكل رباعى فيه: أ د = ٨ سم، د جـ = ٩ سم، ب جـ = ١٢ سم، أ ب = ١٧ سم.

فإذا كان ق(∠ أ د ب) = ٩٠°، فأوجد طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$

وحدد نوع Δ ب جـ د بالنسبة لزواياه، ثم أوجد مساحة الشكل أ ب جـ د

تحدَّ نفسك

٦ في الشكل المقابل:



◄ ق(∠أ) = ٩٠°، أ ب = ٢,٥ سم

، ب حـ = ٤ سم ، حـ ء = ٣ سم ، أ ب = ٣,٥ سم

أثبت أن: (∠ حـ) حادة.

---

٧ أ ب حـ مثلث فيه: أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ حـ = ٧ سم (القليوبية ٢٠٢٣)

◄ احسب قياس أكبر زوايا المثلث أ ب حـ (بالدرجات)

إذا علم أن طول مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يساوى ١,٥ سم.

---

٨ المثلث أ ب حـ فيه: $(\text{أ ب})^2 > (\text{أ حـ})^2 + (\text{ب حـ})^2$ ، أ ب = ١٥ سم ، أ حـ = ١٣ سم،

◄ رُسم $\overline{\text{أ ء}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ يقطعه في ء وكان أ ء = ١٢ سم . أوجد طول $\overline{\text{ب حـ}}$

تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٥)

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

حدد نوع الزاوية أ (حادة أو قائمة أو منفرجة) فى Δ أ ب حـ إذا كان:

(أ) أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ٦ سم (القاهرة ٢٠٢٤)

(ب) أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، أ حـ = ٧ سم (الغربية ٢٠٢٤)

(جـ) أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٥ سم (الشرقية ٢٠٢٤)

(د) أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، أ حـ = ١٢ سم

(هـ) أ ب = $\sqrt{3}$ سم ، ب حـ = ٢ سم ، أ حـ = ١ سم

(و) أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أ حـ = ٤ سم

مجاب عنها فى ملحق الإجابات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ فى Δ س ص ع ، س ص = ٧ سم ، ص ع = ٦ سم ، ق (∠ص) > ٩٠° ، فإن طول $\overline{\text{س ع}}$ يمكن أن يساوى ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ١٣ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ١٠

٢ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم، ١٢ سم، ١٣ سم تكون مساحته ..... سم^2. (الغربية ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ١٢ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

٣ إذا كان Δ س ص ع ~ Δ أ ب حـ فإن ق (∠ص) = ق (∠.....) (القليوبية ٢٠٢٣)

(أ) س (ب) أ (جـ) ب (د) حـ

٤ (طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم) + (طول القطعة المستقيمة الأصلية) ∈ ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) [٠ ، ١] (ب)]٠ ، ١[(جـ) [٠ ، ١] (د)]٠ ، ١[

٢ أكمل ما يأتى:

١ فى Δ س ص ع إذا كان: (س ص)^2 < (س ع)^2 + (ص ع)^2 فإن ∠ ع تكون ..... (بنى سويف ٢٠٢٣)

٢ إذا كانت (∠ب) تتم (∠حـ) فى Δ أ ب حـ فإن (ب حـ)^2 ..... (أ ب)^2 + (أ حـ)^2

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان أ ب = ٢ سم ، ب حـ = ٦ سم ، فإن أ حـ ∈] ..... ، ..... [(القليوبية ٢٠٢٢)

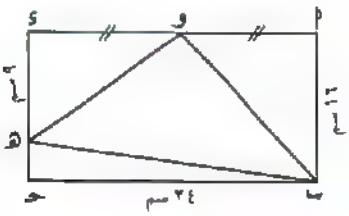
٤ Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب − ب حـ) (أ ب + ب حـ) = (أ حـ)^2 ، فإن (∠حـ) نوعها ..... .

٣

١ أ ب حـ مثلث فيه: أ ب = ٧ سم ، أ حـ = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم،
رتب قياسات زوايا المثلث تصاعديًا. (البحيرة ٢٠٢٢)

٢ إذا كان محيط مربع يساوى (٣س − ٤) سم وكانت مساحة هذا المربع تساوى ٢٥ سم^2
فأوجد قيمة س (الدقهلية ٢٠٢٣)

٣ فى الشكل المقابل: أ ب حـ ء مستطيل فيه:
أ ب = ١٦ سم ، ب حـ = ٢٤ سم
، هـ ∈ حـ ء بحيث ء هـ = ٩ سم
بين نوع Δ ب و هـ بالنسبة لزواياه.



تابع مستواك ★ ★ ★ ★ ★

أقل من ٥٠ ٪	٥٠ : ٦٤ ٪	٦٥ : ٨٤ ٪	٨٥ : ١٠٠ ٪
حاضر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	[illegible]	[illegible]

مجاب عنه فى ملحق الإجابات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ..... كان المثلثان متطابقين. (الجيزة ٢٠٢٢)

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٢ Δ أ ب جـ فيه (أ جـ)^{٢} = (ب جـ)^{٢} − (أ ب)^{٢} فإن ($\angle$ أ) تكون .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

٣ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو ..... (الدقهلية ٢٠٢٢)

(أ) شعاع (ب) مستقيم (جـ) قطعة مستقيمة (د) نقطة

٤ المضلعان المتشابهان تكون زواياهما المتناظرة ..... فى القياس. (القاهرة ٢٠٢٢)

(أ) مختلفة (ب) متناسبة (جـ) متساوية (د) غير ذلك

٥ Δ أ ب جـ فيه (أ ب)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} + ٧ فإن ($\angle$ جـ) تكون .....

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) قائمة (د) مستقيمة

٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة الأصلية. (الشرقية ٢٠٢٢)

(أ) < (ب) = (جـ) ≤ (د) ≥

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

١ المثلثان المشابهان لثالث ..... (القاهرة ٢٠٢٢)

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ..... (الغربية ٢٠٢٢)

٣ إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع ، وكان ق ($\angle$ ب) = ٥٠° ، ق ($\angle$ ع) = ٣٠° فإن ق ($\angle$ أ) = ...°

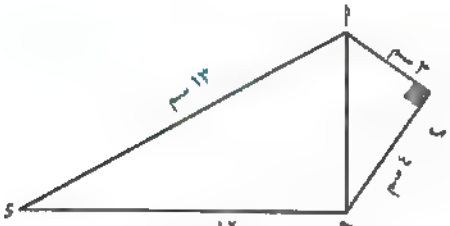
٤ مثلث أطوال أضلاعه ٣سم ، ٤سم ، ٥سم تكون مساحته = ... سم^{٢}.

٥ إذا كان $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ فإن مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو .....

السؤال الثالث:

١ حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه حيث أ ب = ٥ سم، ب حـ = ٦ سم، أ حـ = ٧ سم (التسوية ٢٠٢٢)

٢ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٢)

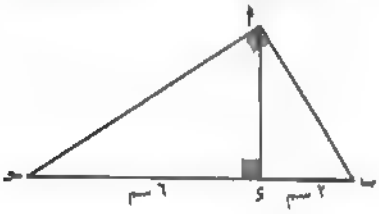


ق (∠ ب) = ٩٠°

(أ) أوجد طول $\overline{\text{أ حـ}}$

(ب) أثبت أن ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠°

السؤال الرابع: في الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٣)



ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°،

$\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$، ب ء = ٢ سم، ء حـ = ٦ سم أوجد:

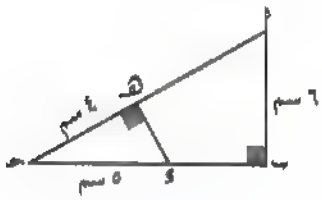
(أ) طول $\overline{\text{أ ب}}$

(ب) مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

(جـ) طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

(د) طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

السؤال الخامس: في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)

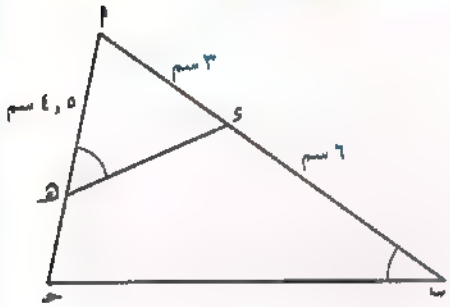


ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°، $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن: Δ حـ هـ ء ~ Δ حـ ب أ

أوجد طول كل من: $\overline{\text{أ حـ}}$، $\overline{\text{أ هـ}}$، $\overline{\text{ب ء}}$

السؤال الأول: في الشكل المقابل:



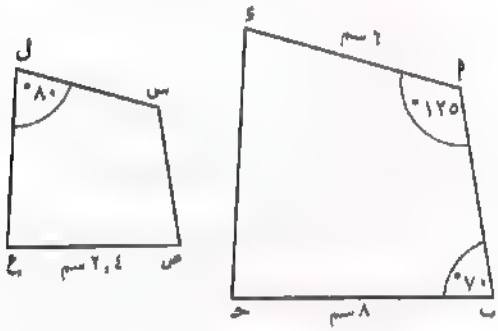
ق (∠أ هـ ء) = ق (∠ب)، أ ء = ٣ سم،

أ هـ = ٤,٥ سم، ب ء = ٦ سم

أولًا: برهن أن Δ أ ء هـ ~ Δ أ حـ ب

ثانيًا: أوجد طول $\overline{\text{هـ حـ}}$

السؤال الثاني: في الشكل المقابل:



إذا كان الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل

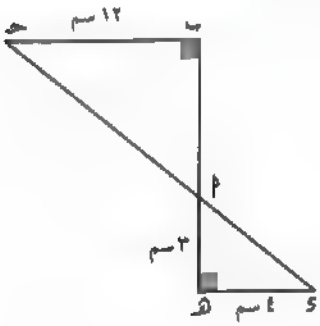
(أ) فاحسب ق (∠ب حـ ء)

(ب) واحسب طول $\overline{\text{س ل}}$ وحدد نسبة التكبير.

(جـ) إذا كان محيط الشكل أ ب حـ ء = ٢٦ سم

فما محيط الشكل س ص ع ل؟

السؤال الثالث: في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٢)

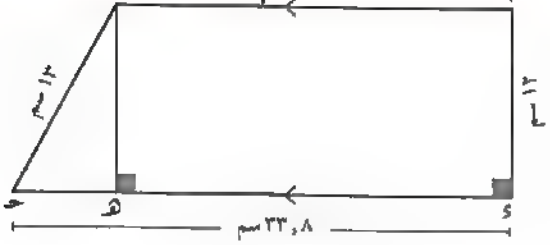


$\overline{\text{ب هـ}}$ ∩ $\overline{\text{ء حـ}}$ = {أ}، ق (∠ب) = ق (∠هـ) = ٩٠°

(أ) أثبت أن: Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

(ب) أوجد طول كل من: $\overline{\text{ب هـ}}$، $\overline{\text{أ حـ}}$

السؤال الرابع: فى الشكل المقابل:



أ ب جـ د شبه منحرف فيه:

$\overline{أب}$ // $\overline{دجـ}$ ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{دجـ}$ ،

أ د = ١٢ سم ، ب جـ = ١٣ سم ،

د جـ = ٣٣,٨ سم ، $\overline{بهـ}$ ⊥ $\overline{دجـ}$

١ أوجد:

(أ) طول كل من $\overline{جـهـ}$ ، $\overline{أب}$

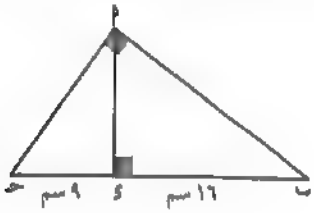
(ب) طول $\overline{دب}$

(جـ) طول مسقط $\overline{دجـ}$ على $\overleftrightarrow{أب}$

(د) مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د

٢ أثبت أن: ق (∠ د ب جـ) = ٩٠°

السؤال الخامس: فى الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$

، ب د = ١٦ سم ، د جـ = ٩ سم

أوجد طول كل من: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$ ،

واحسب مساحة Δ أ ب جـ

ثالثًا الاختبارات الشهرية

اختبارات شهر فبراير

اختبارات شهر مارس

أولاً الجبر

نمـــوذج (١)

٥ دقائق

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان (س + ٣ ص) هو أحد عاملى المقدار ٣س^{٢} + ١١ س ص + ٦ ص^{٢}، فإن العامل الآخر هو .....

(أ) ٣س − ص (ب) ٣س + ٢ص (جـ) ٣س − ٢ص (د) س + ٣ص

٢ إذا كان س^{٢} + ك س + ٤٩ مربعًا كاملًا، فإن ك = ...

(أ) ٧ (ب) ٤٩ (جـ) −٧ (د) ١٤

٣ (١٧)^{٢} − (٣٥)^{٢} = −١٨ × .....

(أ) −١٧ (ب) ٥٢ (جـ) −٥٢ (د) ١٧

السـؤال الثانى: حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ س^{٢} + س − ٢٠ ٢ أ^{٦} − ٦٤ ب^{٦}

نمـــوذج (٢)

٥ دقائق

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٧ ، س ص = ٣ فإن: (س − ص)^{٢} = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ±١ (د) ١٠

٢ العدد الذى يمكن إضافته للمقدار الثلاثى س^{٢} − ٣ س − ٧ حتى يكون قابلًا للتحليل هو .....

(أ) ٢ (ب) −٣ (جـ) −١ (د) ١

٣ إذا كان المقدار ١٦س^{٢} + ٢٤ س + ك^{٢} مربعًا كاملًا، فإن ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) −٣ (د) −٤

السـؤال الثانى:

إذا كانت س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ١٥

، س − ص = ٩ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٢٧ فأوجد قيمة : س^{٣} + ص^{٣}

نمـــوذج (٣)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان ٢أ − ٣ب = ٧ ، ٤ أ^{٢} + ٦ أ ب + ٩ ب^{٢} = ١٢ ، فإن ٨ أ^{٣} − ٢٧ ب^{٣} = ...

(أ) ٥٦ (ب) ٢١ (جـ) ٤٢ (د) ٨٤

٢ إذا كانت مساحة المستطيل تساوى (٩ س^{٢} − ٤) سم^{٢} ، وكان طوله يساوى (٣ س + ٢) سم ، فإن عرضه = ...

(أ) ٣ − ٢ س (ب) ٢ س − ٣ (جـ) ٩ س − ٤ (د) ٣ س − ٢

٣ (٥٣)^{٢} − ٦ × ٥٣ + ٩ = ...

(أ) (٥٣ + ٣)^{٢} (ب) (٥٣ × ٣)^{٢} (جـ) (٥٣ − ٣)^{٢} (د) (٩)^{٢}

السـؤال الثانى: استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة:

(٦٥)^{٢} − (١٥)^{٢}

نمـــوذج (٤)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ يكون المقدار س^{٢} + ٤ س − ك قابلًا للتحليل إذا كانت ك = ...

(أ) ٣ (ب) −١٢ (جـ) ١٢ (د) ٤

٢ إذا كان ٢س^{٢} + ك س − ٣ = (٢س − ١) (س + ٣) فإن قيمة ك = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) −٧ (د) −٦

٣ إذا كان س^{٢} + ك = (س − ٨) (س + ٨) فإن ك = ...

(أ) ٨ (ب) −٨ (جـ) −٦٤ (د) ٦٤

السـؤال الثانى: أوجد قيمة ك الموجبة التى تجعل كل مقدار ثلاثى مما يلى مربعًا كاملًا:

١ ٤ س^{٢} + ك س + ١ ٢ ٤ س^{٢} − ١٢ س + ك

نمـــوذج (١)

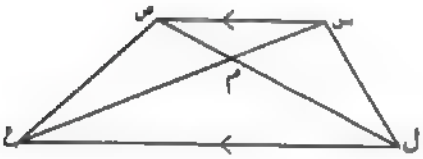
مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ١٢سم، ٩سم، وطول الارتفاع الأكبر ٨سم، فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٩٦ (ب) ١٠٨ (جـ) ٧٢ (د) ١٢٠

٢ فى الشكل المقابل:



$\overline{س ص}$ // $\overline{ل ع}$ ، فتكون مساحة Δ ص م ع = مساحة Δ .....

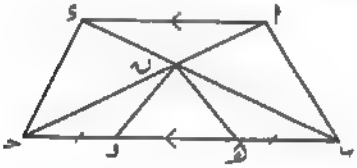
(أ) س م ل (ب) س م ص

(جـ) م ل ع (د) ص ل ع

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث ب ء = ٢ ء حـ ، فإن مساحة Δ أ ء حـ = ... مساحة Δ أ ب حـ

(أ) ضعف (ب) نصف (جـ) ثلث (د) سدس

السـؤال الثانى: فى الشكل المقابل:



$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ب هـ = و حـ

أثبت أن: مساحة الشكل أ ب هـ ن = مساحة الشكل ء حـ و ن

نمـــوذج (٢)

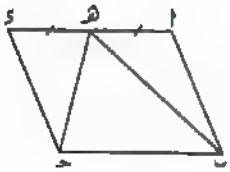
مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ مثلث مساحته ٣٦ سم^{٢}، وارتفاعه ٦سم، فإن طول قاعدته = ...

(أ) ٩سم (ب) ١٢سم (جـ) ٦سم (د) ٤سم

٢ فى الشكل المقابل: أ ب حـ ء متوازى أضلاع، هـ منتصف $\overline{أ ء}$



إذا كانت مساحة Δ أ هـ ب = ١٢سم^{٢} فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ... سم^{٢}

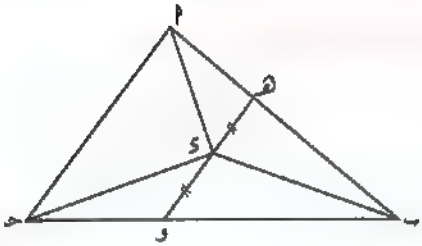
(أ) ٩ (ب) ١٢

(جـ) ٢٤ (د) ٢٥

٣ المثلثان المتساويان فى المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة، وفى جهة واحدة منها يكون رأساهما على مستقيم ..... القاعدة.

(أ) عمودى على (ب) ينصف (جـ) يوازى (د) يقطع

السؤال الثانى: فى الشكل المقابل:



مساحة سطح المثلث أ ب ء = مساحة سطح المثلث جـ ب ء

، ء ∈ $\overline{\text{هـ و}}$ بحيث هـ ء = و ء

أثبت أن: $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$

نمـــوذج (٣)

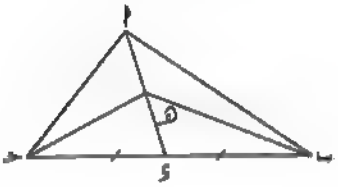
مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٨سم، ٥سم، وطول ارتفاعه الأصغر ٥سم،
فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٤٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٥ (د) ٦٥

٢ فى الشكل المقابل:



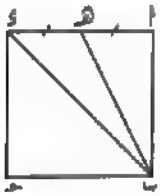
ء منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ ء}}$

فإن: مساحة Δ أ هـ ب = ... مساحة Δ أ ب جـ

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

٣ فى الشكل المقابل:



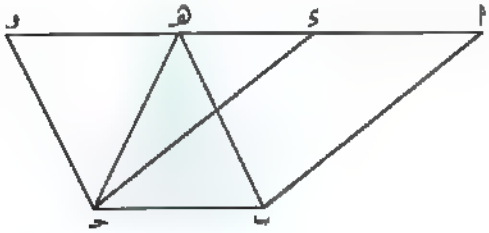
أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ٣سم، فإن:

مساحة سطح المثلث ب هـ ء = ... سم^{٢}

(أ) ٣,٥ (ب) ٣$\frac{١}{٤}$

(جـ) ٢,٥ (د) ٢$\frac{١}{٤}$

السؤال الثانى: فى الشكل المقابل:



أ ب جـ ء ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ ، و ∈ $\overleftarrow{\text{أ ء}}$

إذا كانت مساحة Δ هـ ب جـ = ٣٠ سم^{٢}،

فأوجد بالبرهان: مساحة ▱ أ ب جـ ء

أولاً: الجبر

نمـــوذج (١)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان (٢ س − ١)^{صفر} = ١ فإن س ∈ .....

(أ) ح − {٢} (ب) ح − {$\frac{١}{٢}$} (جـ) {$\frac{١}{٢}$} (د) ح

٢ إذا كانت ٣^{س} = ٤ فإن ٣$^{س+١}$ = ...

(أ) ١٢ (ب) ٥ (جـ) ١٦ (د) ٧

٣ إذا كان ص − س = ٣، أ + ب = ٥ فإن أ س − أ ص + ب س − ب ص = ...

(أ) ١٥ (ب) −١٥ (جـ) ٩ (د) −٤٥

السـؤال الثاني:

إذا كانت س = ٢ $\sqrt{٢}$ ، ص = − $\sqrt{٢}$ ، ع = ٣ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ (س + ص)$^{-٢}$ ٢ (ع^{٢} − س^{٢})^{٣}

نمـــوذج (٢)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان ٥^{س} = ٤ فإن ٥$^{س-١}$ = ...

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,٨ (جـ) ٠,١٢٥ (د) ٨٠,٠

٢ إذا كان ٣$^{٢س-١}$ = $\frac{١}{٢٧}$ فإن س = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٣ (د) −٣

٣ ٤ س^{٤} + ص^{٤} يمكن تحليله بإكمال المربع بإضافة ..... ومعكوسه الجمعي.

(أ) ٢ س^{٢} ص^{٢} (ب) س^{٢} ص^{٢} (جـ) س^{٤} ص^{٤} (د) ٤ س^{٢} ص^{٢}

السـؤال الثاني: أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

١ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ ٢ ٣$^{س-٢}$ = ١

نمـــوذج (٣)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ مجموعة حل المعادلة: $(س + ٣)^{٢} = ١$ فى ح هى .....

(أ) $\varnothing$ (ب) {-٣، ٣} (جـ) {-٢، -٤} (د) {-٣}

٢ إذا كان $٣^{س^{٢}-٩} = ٥^{٩-س^{٢}}$ فإن مجموعة حل المعادلة هى .....

(أ) {٣} (ب) {٩} (جـ) {٣، -٣} (د) {٩، -٩}

٣ قيمة المقدار $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠}$ تساوى .....

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢٠})^{-٢}$

السـؤال الثانى: حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا كاملًا:

١ س ص - ٥ س - ٦ ص + ٣٠ ٢ $٨١ س^{٤} + ٤ ع^{٤}$

نمـــوذج (٤)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ $\left(\frac{\sqrt{٥}}{٣}\right)^{-٢} = ...$

(أ) $\frac{-٩}{٥}$ (ب) $\frac{-٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{٩}{٥}$

٢ إذا كانت س + ص = ٧ ، أ - ٢ ب = ٤ فإن ٣ أ (س + ص) - ٦ ب (س + ص) = ...

(أ) ٨ (ب) ٢٨ (جـ) ٨٤ (د) ٥٦

٣ إذا كانت س = -٤ أحد جذور المعادلة $س^{٢} + ٣ س - ٤ = ٠$ فإن الجذر الآخر هو .....

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) -١ (د) صفر

السـؤال الثانى:

١ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥سم، فإذا كانت مساحته ١٤ سم^{٢} ، فأوجد طوله وعرضه.

٢ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} - ٧ س - ٣٠ = ٠$

نمـــوذج (١)

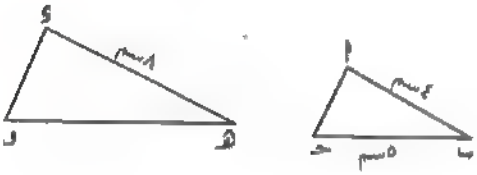
مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان محيط المعين ٢٤ سم، ومساحته ٣٠ سم^{٢}، فإن ارتفاعه يساوى .....

(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٦ سم (د) ١٢ سم

٢ فى الشكل المقابل:



إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، فإن هـ و = ...

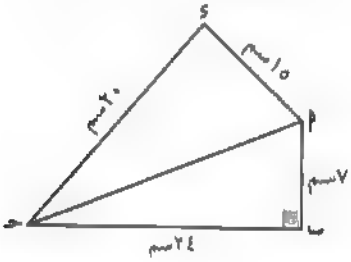
(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم

(جـ) ٩ سم (د) ١٠ سم

٣ مربع طول قطره ١٢ سم، فإن مساحته = ...

(أ) ٢٤ سم^{٢} (ب) ٢٦ سم (جـ) ١٤٤ سم^{٢} (د) ٧٢ سم^{٢}

السـؤال الثانى: فى الشكل المقابل:



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

، أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٢٤ سم ، حـ ء = ٢٠ سم ، ء أ = ١٥ سم

١ أوجد: طول $\overline{أ حـ}$

٢ أثبت أن: ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

نمـــوذج (٢)

مجاب عنه

السـؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٣٢ سم^{٢}، وارتفاعه ٤ سم، فإن طول قاعدته المتوسطة = ...

(أ) ٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ١٤ سم (د) ١٦ سم

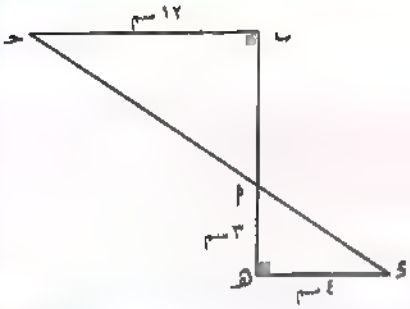
٢ إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، وكان أ ب = $\frac{٣}{٥}$ ء هـ ، فإن محيط Δ ء هـ و = ... محيط Δ أ ب حـ

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) ٥ (د) ٣

٣ مربع محيطه ٢٠ سم، فإن مساحته تساوى .....

(أ) ٢٥ سم^{٢} (ب) ٢٠ سم^{٢} (جـ) ٢٥ سم (د) ١٦ سم^{٢}

السؤال الثانى: فى الشكل المقابل:



$\overline{ب هـ} \cap \overline{ء حـ} = \{أ\}$ ، ق (∠ب) = ق (∠هـ) = ٩٠°

أهـ = ٣ سم ، هـ ء = ٤ سم ، ب حـ = ١٢ سم

١ أثبت أن: Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب حـ

٢ أوجد طول: $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ء حـ}$

نمـــوذج (٣)

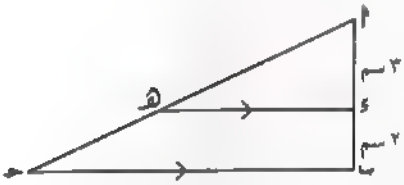
مجاب عنه ٥

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم²، فإن طول قطره يساوى .....

(أ) ٢٥ سم (ب) ٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٢٠ سم

٢ فى الشكل المقابل:



$\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٣ سم ، ء ب = ٢ سم

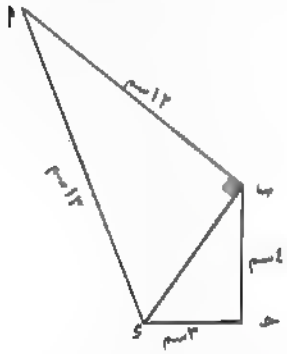
فإن محيط Δ أ ء هـ : محيط Δ أ ب حـ = .. : ....

(أ) ٣ : ٢ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٢ : ٥ (د) ٣ : ٥

٣ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٠ سم²، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم فإن ارتفاعه .....

(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٠ سم

السؤال الثانى: فى الشكل المقابل:



ق (∠أ ب ء) = ٩٠° ، أ ب = ١٢ سم

أ ء = ١٣ سم، ب حـ = ٤ سم ، حـ ء = ٣ سم

١ أوجد طول: $\overline{ب ء}$

٢ أثبت أن: ق (∠حـ) = ٩٠°

رقم الإيداع: ٢٠٢٤/١٩٧٤٦
ترخيص رقم: ١٠٣ / ١٠ / ١ / ٣٦٠
خدمة العملاء: 16766
نهضة مصر

الأضواء

الرياضيات

2025

2 الصف الثاني الإعدادي

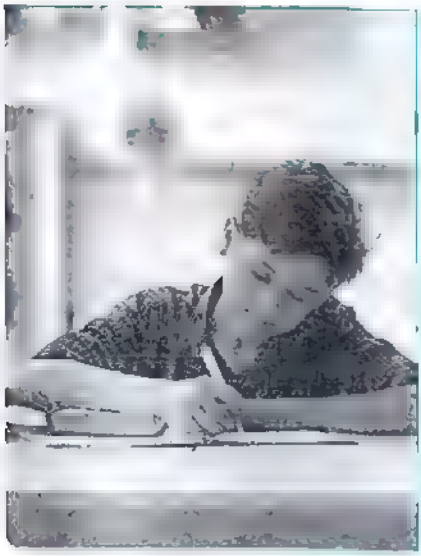
الفصل الدراسي الثاني

المراجعة النهائية والامتحانات

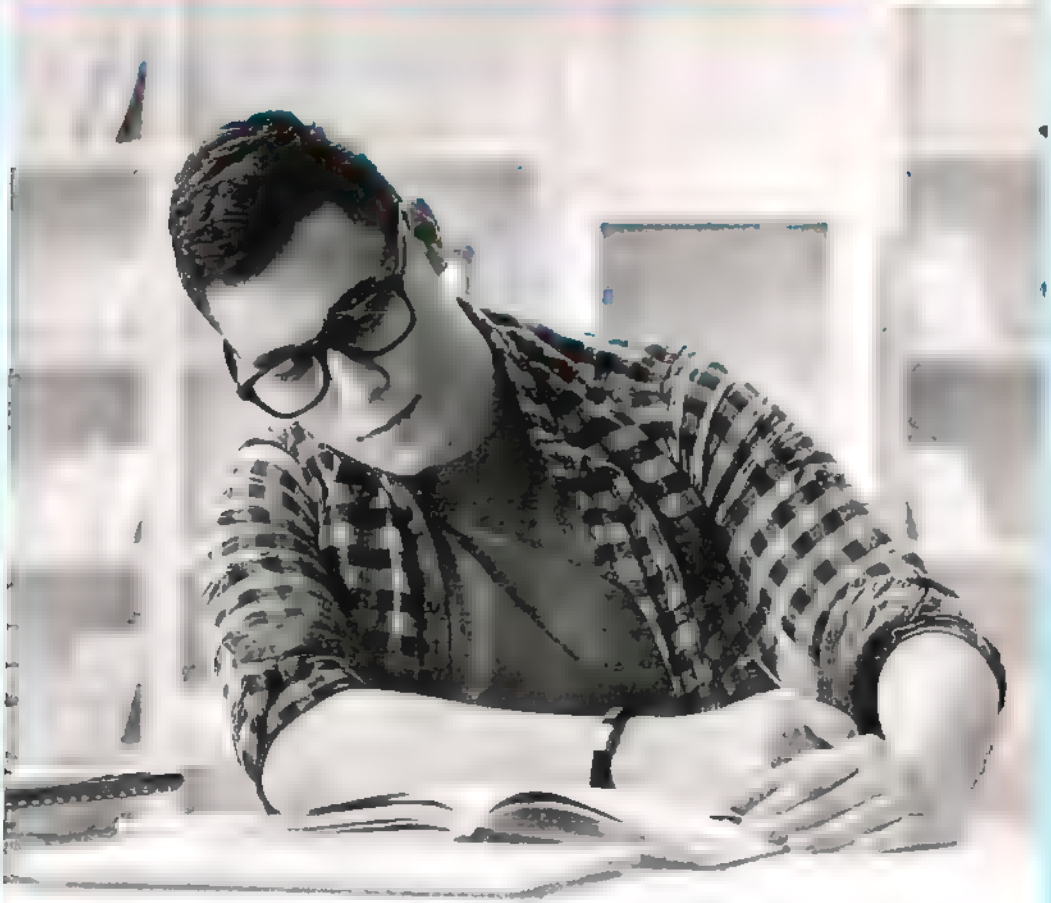
المحتويات

أولاً: المراجعة النهائية وامتحانات الجبر والإحصاء

ثانياً: المراجعة النهائية وامتحانات الهندسة



أولاً المراجعة النهائية وامتحانات الجبر والإحصاء



المحتويات

- ملخصات الوحدات الأولى والثانية والثالثة.
- أسئلة هامة على الوحدات الأولى والثانية والثالثة من امتحانات المحافظات السابقة.
- مهارات تراكمية أساسية فى الجبر والإحصاء.
- نماذج اختبارات الجبر والإحصاء من الكتاب المدرسى.
- امتحانات المحافظات والإدارات على الجبر والإحصاء بنظام سنة ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤

التحليـــل

لإجراء عملية التحليل يجب اتباع الخطوات كالآتي:

أولًا: ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة.

ثانيًا: إخراج العامل المشترك ع. م. أ بين الحدود (إن وجد).

ثالثًا

أ تحليل المقدار الجبرى المكون من حدين فقط

الفرق بين مربعين

$أ^٢ - ب^٢ = (أ + ب)(أ - ب)$

الفرق بين المكعبين:

$س^٣ - ص^٣ = (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$

مجموع المكعبين:

$س^٣ + ص^٣ = (س + ص)(س^٢ - س ص + ص^٢)$

ب تحليل المقدار الجبرى المكون من ثلاثة حدود:

مقدار ثلاثى بسيط: $س^٢ + ب س + حـ$

$س^٢ + ٣س + ٢ = (س + ٢)(س + ١)$

$س^٢ - ٣س - ١٠ = (س + ٢)(س - ٥)$

مقدار ثلاثى غير بسيط:

$أ س^٢ + ب س + حـ$ ، $أ \neq \pm ١$

$٢س^٢ + ٧س + ٥ = (٢س + ٥)(س + ١)$

مقدار ثلاثى مربع كامل:

$س^٢ \pm ٢ س ص + ص^٢ = (س \pm ص)^٢$

$أ^٢ - ٦ أ ب + ٩ ب^٢ = (أ - ٣ب)^٢$

جـ تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود بالتقسيم

يتم تقسيم الحدود تبعًا لكل مسألة

د إكمال المربع

توجد بعض المقادير لا يمكن تحليلها، ولكن يمكن إكمالها.

نضيف إلى المقدار ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ومعكوسه الجمعى.

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد	نجعل الطرف الأيسر = صفرًا $أ س^٢ + ب س + حـ = ٠$ ، $أ \neq ٠$ ثم نحلل الطرف الأيمن أولًا إلى عاملين ثم نستخدم الحقيقة إذا كان س × ص = صفر فإن س = صفر أو ص = صفر

أسئلة هامة على الوحدة الأولى من امتحانات المحافظات السابقة

◄ مجاب عنها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار س^{٢} + م س + ٥ قابلًا للتحليل ، فإن م = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) ٦ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) ٢٥

٢ إذا كان المقدار س^{٢} + ك س − ١٢ قابلًا للتحليل ، فإن ك يمكن أن تساوى ..... (قنا ٢٠٢٣)

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ١٣ (د) ١١

٣ إذا كان س^{٢} − ٥ س ص + ٦ ص^{٢} = ١٠ ، س − ٢ص = ٥ ، فإن ٣ ص − س = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) −٥

٤ إذا كان المقدار س^{٢} + ٤ س + ك قابلًا للتحليل ، فإن ك = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ٣

٥ إذا كان المقدار س^{٢} + ٧ س + أ قابلًا للتحليل ، فإن أ يمكن أن يساوى ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٨ (د) ٤٩

٦ إذا كان س = ٢ هو أحد جذرى المعادلة س^{٢} + ٣ س + ك = ٠ فإن ك = ... (الإسماعيلية ٢٠١٦)

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) −١٠

٧ أى الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار س^{٢} − ٨س + ٥ حتى يكون قابلًا للتحليل؟ ..... (القليوبية ٢٠١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

٨ العدد الذى يمكن إضافته للمقدار ٢ س^{٢} + ٥ س − ١٠ ليكون قابلًا للتحليل هو ..... (أسوان ٢٠١٧)

(أ) −١ (ب) −٢ (جـ) −٣ (د) −٤

٩ إذا كان (٢أ − ٥) (٣أ − ٢) = ٦أ^{٢} + ك أ + ١٠ ، فإن ك = ... (الدقهلية ٢٠١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) −١٩ (د) ٤

١٠ ٥ س^{٢} − ٧ س − ٦ = (٥ س +٣) (س − .....) (الجيزة ٢٠١٩)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) −٣ (د) −٢

١١ المقدار: س^{٢} + ١٤ س + ك يكون مربعًا كاملًا عندما ك = ... (المنيا ٢٠٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٢٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

١٢ الحد الناقص ليكون المقدار ٤ س^{٢} ..... + ١ مربعًا كاملًا هو: (قنا ٢٠٢٣)

(أ) ± ٤ (ب) ± ٤س (جـ) ± ٤س^{٢} (د) س^{٢}

١٣ المقدار: س^{٢} + ١٠س + أ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٢٥ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) ١٥

١٤ إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٩ ، س ص = ٥، فإن (س − ص)^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ± ١ (ب) ١ (جـ) − ١ (د) ١٤

١٥ إذا كان: أ^{٢} + ب^{٢} = ٧ ، أ ب = ٣، فإن: (أ − ب)^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٢١

١٦ المقدار ٤ س^{٢} + أ س + ٩ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ١٣ (ب) ± ٦ (جـ) ± ١٢ (د) ٣

١٧ إذا كان س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = ٦٤ فإن س + ص = ... (الإسكندرية ٢٠٢٣)

(أ) ٣٢ (ب) ١٦ (جـ) ± ٨ (د) ± ٤

١٨ إذا كان س^{٢} − ص^{٢} = ١٢ ، س − ص = ٣ ، فإن س + ص = ... (المنيا ٢٠٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٣٦ (د) ٥

١٩ إذا كان س^{٢} − ص^{٢} = ٢٠ ، س + ص = ١٠، فإن ص − س = ... (قنا ٢٠٢٣)

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) ١٠ (د) −١٠

٢٠ س^{٢} + ك = (س − ٣) (س + ٣) فإن ك = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٩ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) −٩

٢١ إذا كان أ − ب = ٥ ، أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ٧، فإن: أ^{٣} − ب^{٣} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ٣٥ (جـ) ٧ (د) ١٢

٢٢ إذا كان: س^{٣} − أ = (س − ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤) فإن أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) −٨

(٢٣) إذا كان: س + أ أحد عامل المقدار س^{٣} − ٢٧، فإن أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢٧ (د) −٣

(٢٤) إذا كان س^{٣} + ٢٧ = (س + ك) (س^{٢} − ٣س + م) فإن ك × م = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٩ (ب) −٩ (جـ) ٢٧ (د) −٢٧

(٢٥) (س^{٣} − ٨) = (.....) (س^{٢} + ٢ س + ٤) (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) س − ٢ (ب) س + ٢ (جـ) س^{٢} − ٤ (د) س − ٤

(٢٦) إذا كان أ^{٣} − ب^{٣} = ٦٤ ، أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ١٦، فإن أ − ب = ... (القليوبية ٢٠١٧)

(أ) ٨ (ب) −٤ (جـ) ٤ (د) ٤٨

(٢٧) (٧٥)^{٢} − (٢٥)^{٢} = ١٠٠ × ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ٧٥ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٢٥

(٢٨) إذا كان: أ + ب = ٣ ، س − ص = ٥ ، فإن أ (س − ص) − ب (ص − س) = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٨ (ب) ١٥ (جـ) −٨ (د) −١٥

(٢٩) يمكن تحليل المقدار: س^{٤} + ٤ بإكمال المربع بإضافة الحد ..... ومعكوسه الجمعي. (القاهرة ٢٠١٦)

(أ) ٤س^{٢} (ب) ٢ س^{٢} (جـ) ٨ س^{٢} (د) ٤ س^{٤}

(٣٠) يمكن تحليل المقدار: ص^{٤} + ٦٤ بإضافة الحد ..... ومعكوسه الجمعي. (القاهرة ٢٠١٧)

(أ) ص^{٢} (ب) ص^{٤} (جـ) ١٦ ص^{٢} (د) ١٦

(٣١) مجموعة حل المعادلة: س^{٢} + ٩ = ٠ في ح هي ..... (المنيا ٢٠٢٣)

(أ) {٣} (ب) {−٣} (جـ) {٣ ، −٣} (د) ∅

(٣٢) مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − ٤ س = ٠ في ح هي ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) {−٤} (ب) {٢ ، −٢} (جـ) {٠ ، ٤} (د) {٤ ، −٤}

(٣٣) مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − ٩ س = ٠ في ح هي ..... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) {٠ ، ٣} (ب) {٠} (جـ) {٠ ، −٣} (د) {٠ ، ٣ ، −٣}

٣٤ مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − ٩ = ٠ فى ح هى ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) {٣} (ب) {−٣، ٣} (جـ) {٩} (د) ∅

٣٥ مجموعة حل المعادلة: س^{٢} + س = صفر فى ح هى ..... (المنوفية ٢٠١٩)

(أ) صفر (ب) {٠، −١} (جـ) {١} (د) ∅

٣٦ إذا كان ٣ هو أحد حلول المعادلة: س^{٢} − ٣ س + أ = صفر فإن أ = ... (الغربية ٢٠١٩)

(أ) صفر (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ١

٣٧ مجموعة حل المعادلة: س (س − ٢) = صفر فى ح هى ..... (قنا ٢٠٢٣)

(أ) {± ٢} (ب) {٢} (جـ) {−٢} (د) {٠، ٢}

٣٨ مجموعة حل المعادلة: س (س + ١) = ٠ فى ح هى ..... (بنى سويف ٢٠٢٣)

(أ) {٠} (ب) {−١} (جـ) {٠، −١} (د) ∅

٣٩ إذا كان عُمر أحمد الآن س سنة فإن عمره منذ ٣ سنوات = ... سنة. (القاهرة ٢٠١٦)

(أ) ٣ س (ب) س − ٣ (جـ) ٣ − س (د) س + ٣

٤٠ إذا كان عُمر سهام الآن (س + ٥) سنة فإن عمرها منذ ٥ سنوات = ... سنة. (الإسكندرية ٢٠١٧)

(أ) س (ب) ٥ س (جـ) س − ٥ (د) س^{٥}

٤١ إذا كان عُمر خالد بعد ٤ سنوات هو س سنة، فإن عمره الآن هو ..... سنة. (دمياط ٢٠١٧)

(أ) س + ٤ (ب) س − ٤ (جـ) ٤ − س (د) ٤ س

٤٢ إذا كان مجموع عمرى أحمد ومحمد ١٠ سنوات، فإن مجموع عمريهما بعد ٥ سنوات يساوى ..... سنة.

(الدقهلية ٢٠١٩)

(أ) ١٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

٤٣ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو ..... (أسيوط ٢٠١٩)

(أ) (٣ س)^{٢} (ب) س^{٢} + ٣ (جـ) ٣ س^{٢} (د) $\frac{س^{٢}}{٣}$

٢ أكمل ما يأتي:

١ المقدار ٢س^{٢} + ٥ س^{٣} من الدرجة ..... (قنا ٢٠٢٣)

٢ إذا كان (س+١) أحد عاملي المقدار س^{٢} + ٤ س + ٣ فإن العامل الآخر = ... (المنيا ٢٠٢٣)

٣ إذا كان (س+ ١) أحد عوامل المقدار ٥ س^{٢} + ٢ س − ٣ فإن العامل الآخر هو ..... (ق ٢٠٢٣)

٤ إذا كان (س−١) أحد عاملي المقدار (س^{٢} − ٤ س+ ٣) فإن العامل الآخر = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٥ إذا كان س^{٢} + ٣س + أ قابلًا للتحليل حيث أ ∈ ط فإن أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٦ إذا كان (٥ س − ٧) أحد عوامل المقدار ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ ،

فإن العامل الآخر يساوي .....

٧ إذا كان (س−٢) أحد عاملي المقدار (س^{٢} − ٥ س+ ٦) فإن العامل الآخر = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٨ ص^{٢} − ٥ ص − ١٤ = (ص + ...) (ص − .....) (الدقهلية ٢٠٢٣)

٩ إذا كان المقدار س^{٢} − ٣س + حـ قابلًا للتحليل حيث حـ ∈ ص$_{+}$ فإن حـ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٠ إذا كان (س+ ٣) أحد عوامل المقدار س^{٢} + ٧ س + ١٢ فإن العامل الآخر هو ..... (بني سويف ٢٠٢٣)

١١ إذا كان المقدار س^{٢} + م س + ٥ قابلًا للتحليل حيث م ∈ ص$_{+}$ فإن م = ... (الشرقية ٢٠٢٣)

١٢ إذا كان المقدار س^{٢} + ك س + ٩ مربعًا كاملًا فإن ك = ... (قنا ٢٠٢٣)

١٣ إذا كان س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = ٢٥ فإن س + ص = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٤ (ك + م)^{٢} = ٢١ ، م ك = ٣ فإن ك^{٢} + م^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٥ إذا كان س^{٢} + ك س + ٢٥ مقدارًا ثلاثيًا مربعًا كاملًا فإن ك = ... (دمياط ٢٠٢٣)

١٦ إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ٨ ، س ص = ٢ ، فإن (س − ص)^{٢} = ... (القليوبية ٢٠٢٣)

١٧ إذا كان المقدار ك س^{٢} + ١٢ س + ٩ مربعًا كاملاً فإن ك = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٨ إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ١٥ ، س ص = ٣ ، فإن قيمة (س+ص)^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٩ إذا كان: أ^{٢} − ب^{٢} = ٢٤ ، أ − ب = ٣ ، فإن: أ + ب = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٢٠ إذا كان: أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٣ ، فإن: أ^{٢} − ب^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٢١ إذا كان (٣س+ ٥) أحد عاملي المقدار ٩ س^{٢} ٢٥ فإن العامل الآخر = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

٢٢ إذا كان س^{٢} + ك − ١٢ = (س−٤) (س+٤) فإن: ك = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٣) إذا كان: س^{٢} − ص^{٢} = ١٨ ، س + ص = ٦ ، فإن: ص − س = ... (بني سويف ٢٠٢٣)

(٢٤) إذا كان: س^{٢} − ص^{٢} = ١٥ ، س − ص = ٣ ، فإن: ٢س + ٢ص = ... (بني سويف ٢٠٢٣)

(٢٥) إذا كان: ص^{٢} − س^{٢} = ١٥ ، س − ص = ٣ ، فإن: س + ص = ... (العربية ٢٠٢٣)

(٢٦) إذا كان س^{٢} + ك = (س + ٧) (س − ٧) فإن: ك = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٧) إذا كان س^{٣} − م = (س − ٥) (س^{٢} + ٥س + ٢٥) فإن: م = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٨) إذا كان (س + ٣) أحد عاملي المقدار س^{٢} + ٢٧ فإن العامل الآخر هو ..... (بني سويف ٢٠٢٣)

(٢٩) إذا كان س + ص = ٧ ، س^{٣} + ص^{٣} = ٣٥ فإن: س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٣٠) س^{٣} − ٨ = (س − ٢) (..... + ... + ٤)

(٣١) (٢س − ٣ص) (٤س^{٢} + ٦س ص + ٩ ص^{٢}) = ... (القليوبية ٢٠١٩)

(٣٢) إذا كان: س^{٣} + حـ = (س + ٢) (س^{٢} − ٢س + ٤) فإن: حـ = ... (القاهرة ٢٠١٨)

(٣٣) خارج القسمة: س^{٣} − ٨ على س − ٢ هو ..... (حيث س ≠ ٢) (المنوفية ٢٠١٨)

(٣٤) إذا كان: س = ص فإن قيمة المقدار س (س − ص) + ص (س − ص) = ... (المنوفية ٢٠٢٣)

(٣٥) (أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (..... + ...) (القليوبية ٢٠١٩)

(٣٦) إذا كان: أ + ب = ٥ ، س − ص = ٣ ، فإن القيمة العددية للمقدار

أ (س − ص) + ب (س − ص) = ... (الإسكندرية ٢٠١٩)

(٣٧) إذا كان: س ص + ٣س + ص ع + ٣ع = ١٥ ، ص + ٣ = ٥ ، فإن س + ع = ... (أسيوط ٢٠١٦)

(٣٨) يمكن تحليل المقدار س^{٤} + ٦٤ بإكمال المربع بإضافة الحد ..... ومعكوسه الجمعي. (الإسكندرية ٢٠١٧)

(٣٩) مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − ٥ = صفر في ح هي ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٤٠) مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − س = ٠ في ح هي ..... (دمياط ٢٠٢٣)

(٤١) إذا كان س = ٣ أحد حلول المعادلة س^{٢} − ٦س + أ = ٠ فإن أ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٤٢) مجموعة حل المعادلة: س^{٢} + ٤ = ٠ في ح هي ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٤٣) مجموعة حل المعادلة: (س − ٣) (س + ١) = ٠ هي ..... (س ∈ ح) (القاهرة ٢٠٢٣)

(٤٤) عددان حاصل ضربهما ٦ ومجموعهما − ٥ هما ..... ، ..... (أسيوط ٢٠٢٢)

(٤٥) إذا كان س ، ص عددين حقيقيين وكان س ص = ٠

فإن س = ... أو ص = ...

٣ حلل كلًّا مما يأتي:

١) $س^٢ - ٧ س + ١٠$ (قنا ٢٠٢٣)

٢) $س^٢ + ٥ س ص - ٢٤ ص^٢$ (قنا ٢٠٢٣)

٣) $س^٢ - ٣ س - ١٠$ (القليوبية ٢٠٢٣)

٤) $٢ س^٢ - ١٣ س + ١٥$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٥) $٢ س^٢ - ٧ س + ٦$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٦) $٦ س^٢ - ٥ س + ١$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٧) $(ح + ى)^٢ + ٥ (ح + ى) + ٦$ (المنوفية ٢٠١٩)

٨) $س^٢ - ١٢ س + ٣٦$ (بني سويف ٢٠٢٣)

٩) $س^٢ + ٢ س + ١$ (الفيوم ٢٠٢٣)

١٠) $٤ س^٢ - ١٢ س ص + ٩ ص^٢$ (الفيوم ٢٠٢٣)

١١) $س^٢ - ٢٥$ (قنا ٢٠٢٣)

١٢) $٤ أ^٢ - ٢٥ ب^٢$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٣) $س^٣ - ٢٥ س$ (بني سويف ٢٠٢٣)

١٤) $٢ س^٢ - ١٨$ (الدقهلية ٢٠٢٠)

١٥) $(س + ص)^٢ - ٤٩$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٦) $(س - ٤)^٢ - ٣٦$ (القاهرة ٢٠٢٣)

١٧) $س^٣ + ٨$ (المنيا ٢٠٢٣)

١٨) $٨ س^٣ - ١٢٥$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٩) $س^٣ + ٢٧$ (قنا ٢٠٢٣)

٢٠) $س^٣ + ٨ ص^٣$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٢١) $٨ س^٣ + ٢٧$ (سوهاج ٢٠٢٣)

٢٢) $٥ س^٣ + ٦٢٥$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٢٣) $٢ س^٣ + ٥٤$ (الفيوم ٢٠٢٣)

٢٤) $أ^٣ + ٠,٠٠٨$ (الجيزة ٢٠١٧)

٢٥) $أ س + ب س + أ ص + ب ص$ (المنيا ٢٠٢٣)

٢٦) $أ ب - ٧ أ + ٢ ب - ١٤$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٧) $ص^٣ - ٣ ص^٢ + ٦ ص - ١٨$. (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٨) $س^٣ + ٣ س^٢ + ٧ س + ٢١$ (قنا ٢٠٢٣)

(٢٩) $٢ س ص - ١٠ س + ٣ ص - ١٥$ (بنى سويف ٢٠٢٣)

(٣٠) $أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢ - حـ^٢$ (الشرقية ٢٠١٩)

(٣١) $س^٤ + ٤ ص^٤$ (الجيزة ٢٠١٨)

(٣٢) $٨١ س^٤ + ٤ ص^٤$ (الإسكندرية ٢٠١٦)

---

٤ أوجد مجموعة الحل لكلٍّ من المعادلات الآتية فى ح:

(١) $س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$ (القاهرة ٢٠٢٣)

(٢) $س^٢ + ٦ س = -٨$ (القاهرة ٢٠٢٣)

(٣) $س^٢ - س = ١٢$ (سوهاج ٢٠٢٣)

(٤) $س^٢ + ٣ س = ٢٨$ (سوهاج ٢٠٢٣)

(٥) $٢ س^٢ - ٢ س - ١٢ = ٠$ (الفيوم ٢٠٢٣)

(٦) $س - \frac{٥}{س} = ٤$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٥ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل من:

(١) $(٩٩)^٢ + ٢ \times ٩٩ + ١$ (القليوبية ٢٠١٩ - الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢) $(٩٩)^٢ - ١$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٣) $(٧٥)^٢ - (٢٥)^٢$ (الدقهلية ٢٠١٩)

---

٦ عددان فرديان متتاليان حاصل ضربهما = ٩٩ باستخدام المعادلات، أوجد العددين. (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٧ عدد صحيح إذا أضيف معكوسه الجمعى إلى مربعه كان الناتج ٤٢، أوجد هذا العدد. (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٨ عدد حقيقى موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ١٢، فما هو العدد؟ (بنى سويف ٢٠٢٣)

---

٩ أوجد العدد الذى إذا أضيف مربعه إلى معكوسه الجمعى كان الناتج ١٢ (الدقهلية ٢٠٢٢)

---

١٠ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ أمتار، فإذا كانت مساحته ٨٤ م^٢، فأوجد بعدى المستطيل ومحيطه. (الأقصر ٢٠١٧)

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

القوى الصحيحة غير السالبة

إذا كان أ ∈ ح ، ن ∈ صـ+ فإن أ^ن = أ × أ × ..... × أ ، حيث أ مكرر كعامل ن من المرات.

أ^صـ = ١ حيث أ ∈ ح*

القوى الصحيحة السالبة

إذا كان أ ∈ ح* ، ن ∈ صـ فإن: أ^-ن = ١/أ^ن ، أ^ن = ١/أ^-ن

لكل أ ∈ ح* ، ب ∈ ح* ، ن ∈ صـ فإن: (أ/ب)^ن = (ب/أ)^-ن

إذا كان أ^٢ = أ^ن فإن: م = ن لكل أ ∈ ح - {٠ ، ١ ، -١}

إذا كان أ^ن = ب^ن فإن:

أ = ب لكل ن ∈ {١ ، ٣ ، ٥ ، .....}

|أ| = |ب| ∴ أ = ± ب لكل ن ∈ {٢ ، ٤ ، .....}

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

إذا كان أ ∈ ح+ ، ب ∈ ح+ وكان م ، ن عددين صحيحين

أ^م × أ^ن = أ^(م+ن)	عند ضرب الأعداد ذات الأساسات المتساوية نجمع الأسس
أ^م ÷ أ^ن = أ^(م-ن)	عند قسمة الأعداد ذات الأساسات المتساوية تطرح الأسس
(أب)^ن = أ^ن ب^ن	عند رفع حاصل ضرب عددين لأس نرفع الأس على العددين
(أ/ب)^ن = أ^ن/ب^ن ، حيث ب ≠ ٠	عند رفع خارج قسمة عددين لأس نرفع الأس على البسط والمقام
(أ^م)^ن = أ^(م×ن)	عند رفع عدد مرفوع لأس آخر نضرب الأسين

ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلى:

١ الأقواس: إجراء العمليات داخل الأقواس (الداخلية ثم الخارجية)

٢ الأسس: حساب قوى العدد (الأسس)

٣ الضرب والقسمة: بالترتيب من اليمين إلى اليسار

٤ الجمع والطرح: بالترتيب من اليمين إلى اليسار

أسئلة هامة على الوحدة الثانية من امتحانات المحافظات السابقة

يجب حلها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ ثلث العدد $٣^{١٥}$ هو ..... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) $٣^{٥}$ (ب) $٣^{١٢}$ (جـ) $٣^{١٤}$ (د) $٣^{١٦}$

٢ $٣^{٤} + ٣^{٤} + ٣^{٤}$ = ... (المنوفية ٢٠٢٣)

(أ) $٣^{٥}$ (ب) $٣^{١٢}$ (جـ) $٩^{٥}$ (د) $٩^{١٢}$

٣ نصف العدد $٢^{٢٠}$ هو ..... (البحيرة ٢٠٢٣)

(أ) $٢^{١٠}$ (ب) $٢^{١٩}$ (جـ) $٢^{٥}$ (د) $٢^{٢}$

٤ $٢^{٩} + ٢^{٩}$ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) $٢^{١٨}$ (ب) $٤^{٩}$ (جـ) $٢^{١٠}$ (د) ٣٦

٥ إذا كان $٦^{س} = ١١$ فإن $٦^{س+١}$ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) ٦٦ (ب) ١١ (جـ) ٦ (د) ١٧

٦ إذا كان $س^{٢} ص^{٣} = ٨$ فإن $\frac{س}{ص}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٨ (د) $\frac{١}{٨}$

٧ $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٢}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{٩}{٥}$ (ب) $\frac{-٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{-٩}{٥}$

٨ $(-٥)^{٢}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) ٢٥ (ب) −٢٥ (جـ) −١٠ (د) ١٠

٩ المعكوس الجمعي للعدد $(٥٠)^{صفر}$ هو ..... (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) صفر (د) −١

١٠ المعكوس الضربي للعدد $٥^{-١}$ هو ..... (دمياط ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) −٥ (د) $\frac{-١}{٥}$

١١ $٣^{٥} \times ٢^{٥}$ = ... (دمياط ٢٠٢٣)

(أ) $٥^{١٠}$ (ب) $٦^{١٠}$ (جـ) $٦^{٢٥}$ (د) $٦^{٥}$

١٢ $٢^{٥} + (\sqrt{٢٧})^{١٠} =$ ..... (المنوفية ٢٠٢٣)

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢٧})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢٧})^{١٠}$

١٣ قيمة المقدار: $(٦)^{١٤} + (٦)^{١٥}$ تساوى ..... (الشرقية ٢٠٢٤)

(أ) ٦×٦^{٢٨} (ب) ٧×٦^{١٥} (جـ) ٦×٦^{٢٩} (د) ٧×٦^{١٤}

١٤ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{-١} - ١ =$ ..... (الغربية ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{-٥}{٣}$

١٥ إذا كان $س = \frac{\sqrt{٩٧}}{\sqrt{٣٧}}$ فإن $س^{-١} =$ ..... (الإسكندرية ٢٠٢٤)

(أ) $\frac{\sqrt{٣٧}}{\sqrt{٢٧}}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣٧}}{٣}$ (جـ) $\sqrt{٣٧}$ (د) ٢

١٦ $٢^{س+١} = \frac{١}{٢}$ فإن س = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٢

١٧ إذا كان $٢^{س} = (\sqrt{٢٧})^{٢}$ فإن س = ... (دمياط ٢٠٢٤)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

١٨ $٥^{س} = ٤$ فإن $٥^{س-١} =$ ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,٨ (جـ) ٠,١٢٥ (د) ٠,٠٨

١٩ $٤^{س+١} = ٢٠$ فإن $٤^{س} =$ ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٢٤

٢٠ أكبر قيمة للمقدار: $\left(\frac{١}{٢}\right)^{س}$ عندما س = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢١ $\frac{(\sqrt{٣٧})^{٣} \times (\sqrt{٣٧})^{٥}}{(\sqrt{٣٧})^{٦}} =$ ..... (الدقهلية ٢٠١٩)

(أ) ٣ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٩ (د) $\frac{١}{٩}$

٢٢ إذا كان $٥^{س-٣} = ١$ فإن س = ... (الجيزة ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) -٣

٢٣ إذا كان $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٥}$ فإن س = ... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) صفر (د) -٥

٢٤ سدس العدد $(٢^{٥} \times ٣^{٥})$ = ... (بنى سويف ٢٠١٩)

(أ) $٦^{١٠}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{٢٤}$ (د) $٩^{٦}$

٢٥ إذا كان: $س^{س-٤} = ٦^{س-٤}$ فإن مجموعة حل المعادلة فى ح = ... (دمياط ٢٠٢٤)

(أ) {٤ ، ٦} (ب) {٤} (جـ) {٦} (د) {٤ ، ٦ ، −٦}

٢٦ إذا كان $٣^{س} = ٥$ ، $\frac{١}{٣^{ص}} = ٧$، فإن $٣^{س+ص}$ = ... (الشرقية ٢٠١٦)

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) $\frac{٧}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

٢٧ $٤^{٢} - (\sqrt{٨})^{٢} + ١٦ \times (-٢)^{-٤}$ = ... (القاهرة ٢٠١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١ (د) صفر

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ ضعف العدد $٢^{١٢}$ هو $٢^{.....}$ (الفيوم ٢٠٢٣)

٢ إذا كان $أ^{س} = ٤$ ، $أ^{ص} = ٥$ فإن $أ^{س+ص}$ = ... (بدقهلية ٢٠٢٣)

٣ إذا كان $٦^{س} = ٧$ فإن $٦^{س+١}$ = ... (الشرقية ٢٠٢٤)

٤ $أ ب^{-١} = ٤$ ، فإن : $\frac{ب}{أ}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

٥ $(٣)^{-٢}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

٦ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{-٢}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

٧ $(\sqrt{٥})^{-٢}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٤)

٨ المعكوس الضربى للعدد $(\sqrt{٣})^{٤}$ = ... (القليوبية ٢٠١٧)

٩ $(١,٠)^{-٢}$ = ... (لو دى الحديد ٢٠١٦)

١٠ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٩} (\sqrt{٢} - \sqrt{٣})^{٩}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

١١ إذا كان $(س - ٣)^{صفر} = ١$ ، فإن: س ≠ ..... (الشرقية ٢٠٢٤)

١٢ $(\sqrt{٣}) + (\sqrt{٣})^{-١}$ = ... (البحيرة ٢٠١٩)

١٣ إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٣}{٥}$ ، فإن س = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

١٤ إذا كان $٥^{ن} = ٢٥$ ، فإن: ن = ... (دمياط ٢٠٢٣)

١٥ إذا كان $٢^{س} = ٥$ ، فإن $٨^{س}$ = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

١٦ إذا كان $٥^{س-٣} = ٧^{س-٣}$ ، فإن: س = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

١٧ إذا كان $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ ، فإن س = ... (المنوفية ٢٠٢٣)

(١٨) إذا كان $\sqrt[٣]{\frac{س}{ص}} = \frac{-١}{٣}$ ، فإن $\frac{ص}{س}$ = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(١٩) إذا كان $٣^{س} = ٢٧$ ، فإن $٢^{س}$ = ... (المنيا ٢٠٢٣)

(٢٠) $٢^{س} \times ٥^{س-٥} = ٢,٥$ ، فإن س = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(٢١) إذا كانت $س = (\sqrt{٣٧} - \sqrt{٢٧})^{٢}$ ، $ص = (\sqrt{٣٧} + \sqrt{٢٧})^{٢}$ فإن س ص = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(٢٢) إذا كان $٤^{س-٣} = ١$ ، فإن س = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٣) $٣^{س} \times ٤^{س} = ١٤٤$ ، فإن س = ... (بني سويف ٢٠٢٣)

(٢٤) إذا كان $٣^{س+ص} = ٣٥$ ، $٣^{س} = ٥$ ، فإن $٣^{ص}$ = ... (الغربية ٢٠٢٣)

(٢٥) إذا كان $٧^{س} = ٣$ ، $٣^{ص} = ٤٩$ ، فإن س ص = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٦) سدس العدد $(٢^{١٠} \times ٣^{١٠})$ هو $٦^{\square}$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٧) إذا كان $\sqrt[٧]{\frac{أ}{ب}} = \frac{٢}{٣}$ ، فإن $\frac{ب}{أ}$ = ... (القناطر ٢٠١٩)

(٢٨) $(\sqrt{٣٧})^{٤} \times (\sqrt{٣٧})^{٢} = ٣^{\square}$ (المنيا ٢٠١٨)

(٢٩) إذا كان ٥ س = ١٠ فإن $(٢)^{-س}$ = ... (القاهرة ٢٠٢٤)

(٣٠) $٢^{صفر} + ٢^{-١} - \left(\frac{-١}{٢٧}\right)^{٢}$ = ... (الغربية ٢٠١٨)

(٣١) إذا كان $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٢٧}$ ، فإن $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}}$ = ... (المنوفية ٢٠١٩)

(٣٢) إذا كان $أ \in ح_{+}$ ، م ، ن أعدادًا صحيحة فإن $(أ^{م})^{ن} = أ$ (الشرقية ٢٠٢٤)

(٣٣) إذا كان نصف العدد $(٢)^{٩}$ هو العدد $(٤)^{س}$ فإن س = ... (الشرقية ٢٠٢٤)

---

٣ اختصر لأبسط صورة:

(١) $\frac{(\sqrt{٣٧})^{-٥} \times (\sqrt{٣٧})^{-٤}}{(\sqrt{٣٧})^{١٠}}$ (دمياط ٢٠٢٤)

(٢) $\frac{(\sqrt{٣٧})^{-٣} \times (\sqrt{٢٧})^{-٤}}{(\sqrt{٣٧}) \times (\sqrt{٢٧})^{-٥}}$ (الفيوم ٢٠١٧)

(٣) $\frac{٢^{ن+٢} \times ٣^{ن}}{٦^{ن}}$ (أسيوط ٢٠١٦)

(٤) $\frac{٢^{ن+٢} \times ٥^{ن+١}}{١٠^{ن}}$ (الفيوم ٢٠٢٣)

(٥) $\frac{٩^{ن+١} \times ٢٥^{ن}}{٢٣^{ن} \times ٢٥^{ن}}$ (بني سويف ٢٠٢٣)

(٦) $\frac{٦^{س} \times ٢^{س+٣}}{(١٢)^{س}}$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٧) $\frac{٤^{س+٣} \times ٢٣^{س}}{٣٦^{س}}$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٨) $\frac{٥^{س+٣} \times ٢٥^{س}}{١٢٥^{س}}$ (بني سويف ٢٠٢٣)

٤ اختصر لأبسط صورة:

$\frac{٤^{٢س+١} \times ٩^{س-٢}}{٦^{س+٢}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عند س = ١ (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٥ أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

١) $٢^{س+١} = ٨$ (سوهاج ٢٠٢٣)

٢) $٣^{س-٢} = ٢٧$ (القاهرة ٢٠٢٣)

٣) $(\sqrt{٥})^{س+٣} = ١٢٥$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

٤) $٢^{س} + ٢^{س} = ١٦$ (الغربية ٢٠٢٣)

٥) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س-١} = ٣\frac{٣}{٨}$ (الشرقية ٢٠٢٤)

٦) $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س-١} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ (الإسكندرية ٢٠٢٣)

---

٦ إذا كان $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س+١} = \frac{٨}{١٢٥}$ فما قيمة س + ١؟ (بني سويف ٢٠٢٣)

---

٧ إذا كان $٣^{س+١} = ٢٧$ ، $٢^{ص} = ٨$ فأوجد قيمة س ، ص (المنوفية ٢٠٢٣)

ثم أوجد قيمة المقدار س + ص موضحًا خطوات الحل.

---

٨ إذا كان $\left(\frac{١}{٣}\right)^{س} = ٨١$ فأوجد قيمة $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س+١}$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

---

٩ إذا كان $\left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{س-٢} = \frac{٤}{٩}$ فأوجد قيمة س (المنيا ٢٠١٩)

---

١٠ إذا كان $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{١٢^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد قيمة س (الغربية ٢٠١٩)

---

١١ إذا كان $\frac{٦^{ص} \times ٢^{ص}}{٤^{ص} \times ٣^{ص-١}} = ٣^{ص-١}$ فأوجد قيمة ص (الشرقية ٢٠٢٤)

---

١٢ إذا كان س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٣}$ فأوجد قيمة $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ (الفيوم ٢٠٢٣)

---

١٣ إذا كان س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد القيمة العددية $س^{٢} ص^{٢}$ (السويس ٢٠٢٤)

الاحتمـــال

التجربة العشوائية

هـى تجربـة نسـتطيع معرفـة جميـع نواتجهـا قبـل إجرائهـا ولا يمكـن تحديـد الناتـج الـذى سـيحدث فعـلًا إلا بعـد إجرائهـا .

فضاء العينة ف

هـو مجموعـة جميـع النواتـج الممكنـة لتجربـة عشـوائية عـدد عناصرهـا ن(ف)

الحدث أ

هـو مجموعـة جزئيـة مـن (ف) فـإذا كان أ حدثًـ مـن ف ∴ أ ⊂ ف ، ن(أ) عـدد فـرص وقوعـه

احتمال وقوع حدث

احتمال وقوع حدث أ ⊂ ف هو ل(أ)

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة ف}} = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

احتمال الحدث المستحيل = صفر ، احتمال الحدث المؤكد = ١

لأى حدث أ يكون: صفر ≤ ل(أ) ≤ ١ ∴ ل(أ) ∈ [٠ ، ١]

مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية فى التجربة العشوائية = ١

(أى أن: ل(ف) = ١)

إذا كان احتمال وقوع حدث ما = س فإن: احتمال عدم وقوعه = ١ − س

أسئلة هامة على الوحدة الثالثة من امتحانات المحافظات السابقة

⇐ مجب عنها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان أ حدثًا فى فضاء العينة ف فإن : أ ∩ ..... ف (كفر الشيخ ٢٠١٩)

(أ) ∈ (ب) ∉ (جـ) ⊂ (د) ⊄

٢ إذا كان احتمال رسوب طالب ٠,٣ فإن احتمال نجاحه يساوى ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ٠,٧ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ٠,٣

٣ إذا كان احتمال أن يحل طالب مسألة ٠,٨ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٣٠ مسألة يساوى ..... مسألة. (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٥ (د) ٣٠

٤ عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، فإن احتمال ظهور صورة يساوى ..... (القاهرة ٢٠١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٥ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٢ هو ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) ١ (ب) ٠,٧٥ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٢٥

٦ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، وملاحظة الوجه العلوى، فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٧ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال حدث معين ؟ ..... (بنى سويف ٢٠٢٣)

(أ) -٠,٥ (ب) ١١٠٪ (جـ) ٢,٥ (د) ٠,٦٥

٨ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٧ = ... (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{١}{٧}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{٦}{٧}$ (د) ١

٩ نادٍ يلعب ٣٠ مباراة بالدورى العام احتمال تعادله ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٤ فإن احتمال المباريات التى يمكن أن يخسرها هو ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ٠,١ (ب) ١ (جـ) ٠,٩ (د) ٠,٣

(١٠) احتمال سحب كرة بيضاء عشوائيًا من كيس به ٣ كرات بيضاء = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ١ (جـ) صفر (د) ٣

(١١) إذا اختير حرف من حروف كلمة (مصر) فإن احتمال اختيار الحرف ص يساوى .... (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ١

(١٢) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد لا يساوى ٢ هو ..... (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ (جـ) ١ (د) ٥

(١٣) سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا أكبر من ٣ يساوى ..... (أسيوط ٢٠١٩)

(أ) $\frac{٣}{١٠}$ (ب) $\frac{٤}{١٠}$ (جـ) $\frac{٥}{١٠}$ (د) $\frac{٧}{١٠}$

(١٤) صندوق يحتوى على عدد من الكرات نصفها بيضاء وثلثها خضراء، وباقى الكرات زرقاء فإذا سحبت واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء يساوى ..... (القليوبية ٢٠١٨)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

---

٢ أكمل ما يأتى:

(١) احتمال الحدث المستحيل = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

(٢) احتمال الحدث المؤكد = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٣) إذا كان س هو احتمال الحدث المستحيل، ص هو احتمال الحدث المؤكد فإن: ٢^{س} + ٢^{ص} = ... (القاهرة ٢٠٢٤)

(٤) إذا كان احتمال نجاح طالب فى أحد الامتحانات ٠,٨٥ فإن احتمال رسوبه = ... (سوهاج ٢٠٢٣)

(٥) ..... ≥ احتمال أى حدث ≥ ..... (الجيزة ٢٠١٩)

(٦) لأى حدث أ ⊂ ف يكون: ل (أ) ∈ [..... ، .....] (الفيوم ٢٠٢٣)

(٧) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور العدد ٢ هو ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

(٨) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد أولى هو ..... (قنا ٢٠٢٣)

(٩) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على عدد أصغر من ٧ = ... ٪ (دمياط ٢٠٢٤)

١٠ فصل دراسي به ٤٥ طالبًا وطالبة وكان عدد البنات ٢٠ بنتًا، فإن احتمال اختيار ولد بشكل عشوائي يساوي ..... (المنوفية ٢٠٢٣)

١١ مكتبة لها ٤ أبواب فإن احتمال دخول تلميذ من الباب الثاني = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٢ إذا كان احتمال وقوع حدث = $\frac{٢}{٣}$ فإن احتمال عدم وقوعه = ... (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٣ إذا كان احتمال فوز أحد الأندية هو $\frac{١}{٢}$ ، واحتمال تعادله $\frac{١}{٣}$ فإن احتمال هزيمته .. .. (الشرقية ٢٠٢٤)

١٤ يلعب فريق ٢٠ مباراة كرة قدم وكان احتمال فوزه ٠,٨ فإن عدد المباريات التي سوف يفوز فيها = ... مباراة. (بني سويف ٢٠٢٣)

١٥ احتمال ظهور عدد أكبر من ٥ عند رمي حجر نرد منتظم مرة واحدة يساوي .... (البحيرة ٢٠١٩)

١٦ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٢ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوي ..... (القاهرة ٢٠١٦)

١٧ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ سحبت منه بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوي ..... (البحيرة ٢٠١٩)

١٨ سحبت كرة عشوائيًا من صندوق به كرات مرقمة من ٥ إلى ١٩ فإن احتمال أن تحمل الكرة المسحوبة عددًا أوليًا يساوي ..... (كفر الشيخ ٢٠١٦)

---

٣ أجب عما يأتي:

١ صندوق به ٥ كرات حمراء ، ٣ كرات بيضاء، ٤ كرات سوداء سحبت كرة واحدة عشوائيًا أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة: (بني سويف ٢٠٢٣)

(أ) حمراء (ب) ليست سوداء

٢ صندوق به بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٢ سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا، أوجد: (الإسكندرية ٢٠٢٣)

(أ) احتمال أن تحمل عددًا زوجيًا (ب) احتمال أن تحمل عددًا أوليًا

٣ إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا: (البحيرة ٢٠٢٣)

(أ) زوجيًا (ب) يقبل القسمة على ٣ (جـ) أوليًا

٤ صندوق به ٧ كرات سوداء، ٤ كرات حمراء، ٦ كرات بيضاء سحبت كرة عشوائيًا

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة: (للترقية ٢٠٢٣)

(ا) حمراء (ب) ليست سوداء (جـ) صفراء (د) بيضاء

٥ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة، فما احتمال ظهور كل من الأحداث الآتية: (القاهرة ٢٠٢٣)

(ا) ظهور عدد زوجي

(ب) عدد يقبل القسمة على ٣ (جـ) عدد أكبر من ٦

٦ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة إذا اختير منهم أحد التلاميذ عشوائيًا وكان احتمال أن يكون التلميذ ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد بنات المدرسة. (قنا ٢٠١٩)

٧ من مجموعة الأرقام {٢، ٣، ٥} كون مجموعة الأعداد المكونة من رقمين مختلفين، ثم أوجد احتمال أن تكون أحد الأعداد المكونة زوجية. (كفر الشيخ ٢٠١٥)

٨ مجموعة من البطاقات المرقمة من ١ إلى ٢٤، فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة: (الجيزة ٢٠١٩)

(ا) عدد مضاعف للعدد ٦ (ب) عدد مربع كامل

٩ كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر، ٤ باللون الأزرق، والباقي باللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{1}{6}$ فأوجد: (الإسكندرية ٢٠٢٣)

(ا) عدد الكرات الحمراء.

(ب) احتمال سحب كرة زرقاء عشوائيًا من الكيس.

(جـ) احتمال سحب كرة سوداء عشوائيًا من الكيس.

مهارات تراكمية أساسية فى الجبر والإحصاء

◀ مجاب عنها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما قيمة $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٣} - \frac{١}{١٥}$ ؟

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٧}{١٥}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٢ إذا كان أربعة أمثال عدد هو ٤٨ فما $\frac{١}{٣}$ هذا العدد؟

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ١٦

٣ ناتج قسمة $\frac{٦}{٥٥}$ على $\frac{٣}{٢٥}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{١١}$ (ب) $\frac{٩}{٥٠}$ (جـ) $\frac{١٠}{١١}$ (د) $\frac{١٧}{٢٥}$

٤ الكسور الثلاثة المتكافئة مما يأتى هى:

(أ) $\frac{١}{٢}، \frac{٢}{٤}، \frac{٤}{٦}$ (ب) $\frac{٢}{٣}، \frac{٤}{٦}، \frac{٨}{١٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}، \frac{٤}{١٠}، \frac{٨}{٥٠}$ (د) $\frac{٣}{٤}، \frac{٤}{٦}، \frac{٦}{٨}$

٥ إذا كان سمك الورقة ٠,٠١٢ سم، فأى من الآتى يكون ارتفاع رزمة من ٤٠٠ ورقة؟

(أ) ٠,٠٤٨ سم (ب) ٠,٤٨ سم (جـ) ٤,٨ سم (د) ٤٨ سم

٦ $٧^{١٢} \times ٧^{-٥} \times ٧^{-٧} = ٩^{-}$

(أ) ١ (ب) -٣ (جـ) صفر (د) ١٢

٧ إذا كان $\frac{٤}{١٧}$ لعدد ما هو ٦٤,٨ فإن $\frac{١٠}{١٧}$ لنفس العدد هو:

(أ) ١٦٢ (ب) ١٥٢ (جـ) ١٤٢ (د) ١٣٢

٨ إذا كان $٢^{-س} = ٤^{٢٠} + ٤^{٢٠}$ فإن س = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٤١ (جـ) ٤٢ (د) ٨٠

٩ خانة الآحاد للعدد $٢^{١٠٠}$ هى .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٥

١٠ حقيبة تحتوى على عدد محدود من الكرات فإذا كان $\frac{١}{٦}$ هذا العدد لونه أخضر ، $\frac{١}{١٢}$ من هذا العدد لونه أصفر ، $\frac{١}{٢}$ هذا العدد لونه أبيض ، $\frac{١}{٤}$ هذا العدد لونه أزرق، فإذا سحبت كرة من هذه الكرات عشوائيًا فما هو اللون الأكثر احتمالًا؟

(أ) أبيض (ب) أزرق (جـ) أخضر (د) أصفر

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ $|-٣| + (-٤) + ١ = \dots$

٢ $\sqrt{(٨)^٢ + (٦)^٢} = ٨ + \dots$

٣ إذا كان $\sqrt{س + ١٦} = ٥$ فإن $\sqrt{س} = \dots$

٤ $٣^{-٣} + ٣^{-٣} + ٣^{-٣} = \frac{\dots}{٩}$

٥ $(٢ ص^{-١})^٣ = \frac{٨}{\dots}$

٦ إذا كان الزوج المرتب (أ ، ١) يحقق العلاقة س − ٢ ص + ٣ = ٠ فإن أ = ...

٧ إذا كان $\frac{٣ك}{٢} = -٣$ فإن $ك^٢ + ١ = \dots$

٨ إذا كانت $ص^٢ = ٣ س + ٢$ فإن العلاقة التى تعبر عن س بدلالة ص هى .....

٩ $|-٢| \times |-٣| \times |-١| \times$ صفر = ...

١٠ المنوال للقيم ٧ ، ٦ ، ٧ ، ٦ ، ٣ ، ٧ هو .....

١١ $]١ ، ٣[\cup \{١ ، ٣\} = \dots$

١٢ المعكوس الجمعى للعدد $(-\frac{١}{٢})^{صفر}$ يساوى .....

١٣ المحايد الضربى فى ح هو .....

١٤ $٣ س + ١٥ = \dots (س + ٥)$

١٥ $-٢ أ^٢ ب^٣ \times ٣ أ^٢ ب^٢ = \dots$

١٦ $٨ - ١٢ \div ٤ = \dots$

١٧ إذا كان: $\sqrt[٣]{س} = ٩$ فإن: س = ...

١٨ مستطيل طوله س سم وعرضه ص سم ومحيطه ٢٤ سم فإن س + ص = ...

النموذج

١ أكمل ما يأتى:

(١) إذا كان $٢^{س+٣} = ١$ فإن س = ...

(٢) إذا كان س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن $س^٢ - ص^٢$ = ...

(٣) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ١ = ٨$ حيث س ∈ $ص_+$ هى .....

(٤) إذا كان $٢^س = ٣$ فإن $٨^{-س}$ = ...

(٥) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٣ = ٠$ فى ح هى .....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) $\frac{٥^{-٢} \times \sqrt{٧}}{\sqrt{٧٥}}$ = ...

(أ) $\frac{١}{١٢٥}$ (ب) $\frac{١}{٢٥}$ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

(٢) $ص_+ - ص_-$ = ...

(أ) $ص_+$ (ب) ط (جـ) ∅ (د) {٠}

(٣) حجم مكعب طول حرفه ٣ سم = ... $سم^٣$

(أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٧ (د) ٨١

(٤) إذا كان المقدار الثلاثى $س^٢$ + ك س + ٣٦ مربعًا كاملًا فإن ك تساوى .....

(أ) ±٦ (ب) ±٨ (جـ) ±١٢ (د) ±١٨

(٥) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى .....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(٦) إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن س = ...

(أ) −٥ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٥

٣ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(١) $س^٢ + ٨ س + ١٥$ (٢) $٢ س^٢ + ٧ س + ٣$

(٣) $س^٣ - ١$ (٤) $أ س - ٧ أ + ٣ س - ٢١$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٤^{ن} \times ٦^{ن+٢}}{٢^{ن+٤} \times ٣^{ن+٢}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية: $س^٢ - ٨ س + ١٢ = ٠$ حيث $س \in ح$

---

٥ (أ) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$، فأوجد العدد الكلى للكرات.

(ب) إذا كان $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ فأوجد قيمتى س ، ص.

النموذج

١ أكمل ما يأتى:

(١) $(٩ أ^٢ - ٤ ب^٢) = (٣ أ - .....)(..... + ٢ ب)$

(٢) $س^٢ - ..... = (س - ٢)(..... + ٢ س + ٤)$

(٣) $(٥ س - ٢ ص)(٢٥ س^٢ + ١٠ س ص + ٤ ص^٢) = ...$

(٤) إذا كان $\frac{٢ س}{٥} = ٦$ فإن س = ...

(٥) كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا = ...

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كانت $س^٢ ص^{-٣} = ٨$ فإن $\frac{ص}{س} = ...$

(أ) $\frac{١}{٥١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

(٢) المقدار $س^٢ + ٤ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت أ تساوى: .....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٣ مجموعة حل المعادلة $س^٢ - س = ٠$ في ح هي .....

(أ) {٠}　　(ب) ∅　　(جـ) {٠، ١}　　(د) {١}

٤ في الشكل المقابل:

الجزء المظلل يمثل ..... الدائرة.

(أ) $\frac{١}{٨}$　　(ب) $\frac{١}{٦}$　　(جـ) $\frac{١}{٤}$　　(د) $\frac{١}{٣}$

٥ $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن س = ...

(أ) −١　　(ب) صفر　　(جـ) $\frac{١}{٣}$　　(د) ١

٦ إذا كان $٦^{س} = ١١$ فإن $٦^{س+١} =$ .....

(أ) ١٢　　(ب) ٢٢　　(جـ) ٦٦　　(د) ٧٢

---

٣ حلل كلًّا مما يأتي:

١ $٤ س^٢ - ٩$　　٢ $س^٢ + ٨$

٣ $س^٢ - ٥ س$　　٤ $س^٢ - ٧ س + ١٢$

---

٤ ١ أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة: $س^٢ - س - ٦ =$ صفر

٢ اختصر لأبسط صورة: $\frac{(\sqrt{٢})^{٥} \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٢}}$

---

٥ ١ إذا كان $\frac{٢^{-س} \times ٣^{-س}}{(١٢)^{-س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد قيمة س.

٢ كيس به عدد من الكرات المتماثلة، منها ٢ باللون الأخضر، ٤ باللون الأزرق، والباقي باللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$، فأوجد عدد الكرات الحمراء.

النموذج الثالث للطلاب المدمجين

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٢٥ = صفر$ في ح هي ....

(أ) {٥، −٥} (ب) {٥} (جـ) {−٥} (د) ∅

(٢) إذا كان المقدار $س^٢ + أ س + ٩$ مربعًا كاملًا فإن أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٨

(٣) إذا كان (س − ١) أحد عوامل المقدار $س^٢ - ٤ س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) (س + ٣) (ب) (س + ١) (جـ) (س − ٣) (د) (س − ٤)

(٤) إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ فإن س = ...

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{-١}{٢}$

(٥) احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

---

٢ اختر من العمود (أ) ما يناسبه من العمود (ب):

(أ)	(ب)
(١) إذا كان $أ^٢ - ب^٢ = ١٥$ ، أ + ب = ٣ فإن أ − ب = ...	٥
(٢) إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا = ...	٦
(٣) إذا كان $(س + ٣ص)^٢ = س^٢ + ك س ص + ٩ ص^٢$ فإن ك = ...	$\frac{٢}{٥}$
(٤) $٤^٣ + ٤^٣ + ٤^٣ + ٤^٣ =$	صفر
(٥) احتمال الحدث المستحيل = ...	$٤^٤$

٣ أكمل ما يلي:

١ $س^٢ - ص^٢ = ($ ..... $-$ ..... $)($ ..... $+$ ..... $)$

٢ $س^٣ - ٨ = ($ ..... $-$ ..... $)($ $س^٢ + ٢س +$ ..... $)$

٣ $س^٢ - ٥س + ٦ = (س -$ ..... $)($ ..... $- ٣)$

٤ $(أ + ب)س + (أ + ب)ص = (أ +$ ..... $)($ ..... $+$ ..... $)$

---

٤ ضع علامة (✓) أو (✗):

١ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة إذا اختير أحد التلاميذ، وكان احتمال أن يكون التلميذ ولدًا هو ٠,٦ فإن عدد البنات = ١٢٨ ( )

٢ $٣^{-س} = ٢٧$ فإن $س = \frac{١}{٣}$ ( )

٣ سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددًا فرديًا أكبر من ٣ هو $\frac{٣}{١٠}$ ( )

٤ العدد الحقيقي الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤ ( )

٥ مجموعة حل المعادلة $س(س - ٣)(س + ٥) = ٠$ في ح هي $\{٠ ، ٣ ، -٥\}$ ( )

---

٥ أكمل الحل لتصبح المقدار $\frac{٤}{٢} - \frac{١}{٣}$ في أبسط صورة

$$\frac{(٢^{-})^{٥} \times (\ldots\ldots \times ٣)^{٥^{٢}}}{٢^{٤^{٥}} \times ٣^{٥^{٢}}} = \frac{٢^{\ldots\ldots} \times \ldots\ldots^{٥^{٢}} \times ٣^{٥^{٢}٣}}{٢^{٥^{٤}٢} \times ٣^{٥^{٢}٣}}$$

$$= ٢^{\ldots} \times ٣^{\ldots}$$

$$= ٢^{\ldots\ldots} \times ٣^{\ldots\ldots}$$

$$= \ldots\ldots$$

١ محافظة القاهرة

إدارة السلام التعليمية – مدرسة جابر الأنصاري الخاصة

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان: $أ^{٢} - ب^{٢} = ٢٨$ ، $أ + ب = ١٤$ فإن $أ - ب =$ .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ إذا كان: $\sqrt{ص + ٧} = ٤$ فإن: $\sqrt{ص} =$ .....

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٩

٣ سدس العدد $٢^{٩} \times ٣^{٩}$ هو .....

(أ) $٦^{١٠}$ (ب) $٦^{٨}$ (جـ) $٦^{٩}$ (د) $٦^{٧}$

٤ المقدار $س^{٢} + ٦ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٩

٥ إذا كان: $٥^{س} = ٤$ فإن $٥^{س-١} =$ .....

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,١٢٥ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٠٨

٦ إذا كان عمر فريدة الآن س سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات ..... سنة.

(أ) ٥ س (ب) س – ٥ (جـ) س (د) س + ٥

---

٢ أكمل ما يأتي لتحصل على عبارة صحيحة:

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٢ س =$ صفر في ح هي .....

٢ المقدار $س^{٢} + ٣ س + حـ$ يكون قابلًا للتحليل إذا كانت قيمة حـ الصحيحة الموجبة = ...

٣ إذا كان (س – ٧) أحد عاملي المقدار : $س^{٢} - ٨ س + ٧$ فإن العامل الآخر هو .....

٤ أبسط صورة للمقدار: $٣^{صفر} + ٣^{-١} - \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$ هي .....

٥ إذا كان: $٧^{س-٣} = ٥^{س-٣}$ فإن س = ...

٦ مستطيل طوله س وعرضه ص وكان محيطه ٢٤ سم فإن س + ص = ...

٣ حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا كاملًا:

(١) ٥س + ٣٠ + أس + ٦أ

(٢) س^{٢} − ٢٧

(٣) س^{٤} + ٤ص^{٤}

---

٤ (أ) إذا كان: $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{(١٨)^{س}}$ = ٦٤ ، فأوجد قيمة س موضحًا الخطوات.

(ب) عددان حقيقيان موجبان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٣، فإذا كان حاصل ضربهما ٤٠ فأوجد العددين موضحًا الخطوات.

---

٥ (أ) أوجد قيمة س إذا كان: $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \left(\frac{١٢٥}{٨}\right)^{-١}$

(ب) سحبت بطاقة عشوائيًا من بين مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ أوجد احتمال:

(١) ظهور عدد أولى فردى (٢) ظهور عدد زوجى

(٣) ظهور العدد ٩

٢ مجاب عنه

إدارة عين شمس التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مجموعة حل المعادلة س^{٢} + ٩ = ٠ فى ح هى .....

(أ) {٣} (ب) {٣، −٣} (جـ) {−٣} (د) ∅

(٢) إذا كان ٢^{س} = ٣ فإن ٢$^{س+٢}$ = ...

(أ) ٦ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ٨١

(٣) المقدار : س^{٢} + ك س + ٢٥ مربع كامل عندما ك = ...

(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ± ١٠ (د) −٥

(٤) ٥ س = ١٠ فإن ٢$^{-س}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٥ $٣^{س-٢} = ٥^{س-٢}$ فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) -٢ (د) ١٥

---

٢ أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة:

١ المعكوس الضربي للعدد (-٥) هو .....

٢ ٣ × ٤ - ١٢ ÷ ٣ = ...

٣ احتمال الحدث المؤكد يساوي .....

٤ إذا كان س - ص = ٣ ، س + ص = ٦ فإن $س^٢ - ص^٢$ = ...

---

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٢^{س} \times ٣^{س+١}}{٦^{س}}$

(ب) صندوق يحتوي على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ كرة بيضاء ، ٢٠ كرة زرقاء، سحبت كرة عشوائيًا

احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) بيضاء (٢) ليست حمراء

(٣) صفراء

---

٤ حلل المقادير الآتية:

١ $س^٢ - ٧ س + ١٢$

٢ $س^٣ - ٨$

٣ س ص + ٥ ص + ٧ س + ٣٥

٤ $س^٢ - ٤٩ ص^٢$

---

٥ (أ) إذا كان: $٣^{س+١٠} = ٢٧$ ، فأوجد قيمة : س

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح : $س^٢ + س - ٦$ = صفر

٣ مجاب عنه

إدارة شمال الجيزة - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان: س + ص = ٣ ، س − ص = ٥ فإن س^{٢} − ص^{٢} = ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٥

٢ إذا كان: ٢^{س} = ٥ فإن ٢$^{س+١}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

٣ إذا كان ٤ س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا فإن ك = ...

(أ) ± ١٠٠ (ب) ± ٢٠ (جـ) ± ١٠ (د) ± ٥

٤ $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٢٥ (د) ٤٩

٥ ٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ...

(أ) ٣^{٣س} (ب) ٩^{س} (جـ) ٣$^{س+١}$ (د) ٣$^{س-١}$

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان (س − ٥)^{صفر} = ١ فإن س ∈ .....

٢ مجموعة حل المعادلة س^{٢} + ٩ = صفر في ح هي .....

٣ احتمال الحدث المؤكد = ...

٤ إذا كان س + $\frac{١}{س}$ = ٥ فإن س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ = ...

---

٣ حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا كاملًا:

١ ٢ س^{٢} + س − ٦

٢ ٤ س^{٢} − ٢٥

٣ س^{٣} + ٢٧

٤ أ س + ب س + ٥ أ + ٥ ب

٤ (أ) إذا كان: $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢س-٥} = \frac{٨}{٢٧}$ فأوجد قيمة س

(ب) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة: $س^٢ + ٤س - ٢١ = ٠$

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{(٤)^{س+١} \times (٩)^{س}}{(٦)^{٢س}}$

(ب) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة وبملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فأوجد احتمال أن يكون:

(١) العدد فرديًا (٢) العدد أوليًا (٣) العدد أكبر من ٤

مجاب عنه

إدارة الحوامدية التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار: $س^٢ + ك س + ١٦$ مربعًا كاملًا فإن: ك = ...

(أ) ±٢ (ب) ±٤ (جـ) ±٨ (د) ±١٦

٢ إذا كان: $٣^{س} = ٥$ فإن: $٣^{س+١} =$ .....

(أ) ٩ (ب) ١٥ (جـ) ٢٧ (د) $\frac{٩}{٤}$

٣ مجموعة حل المعادلة: $س^٢ + ٩ = ٠$ في ح هي: .....

(أ) {٣} (ب) {-٣} (جـ) {٣، -٣} (د) ∅

٤ إذا كان $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٩}{٤}$ فإن: س = ...

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) -٣

٥ إذا كانت س عددًا زوجيًا فإن العدد الزوجي التالي له هو .....

(أ) ٢س (ب) س + ١ (جـ) س + ٢ (د) س + ٣

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ احتمال الحدث المؤكد = ...

٢ إذا كانت: س + ص = ٨، س - ص = ٢ فإن: $س^٢ - ص^٢$ = ...

٣ إذا كانت س هو العنصر المحايد الجمعي، ص هو العنصر المحايد الضربي

فإن : $٥^{س} + ٧^{ص}$ = ...

٤ $\sqrt{٤} + \sqrt{٩} = \sqrt{.....}$

---

٣ (أ) حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا كاملًا:

١ $س^{٢} - ٤$ ٢ $س^{٣} + ٢٧$

(ب) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية:

$س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$

---

٤ (أ) حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا كاملًا:

١ $٣س^{٢} - ٢س - ٥$ ٢ $|س - ٧| + ٣س - ٢١$

(ب) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٩^{س} \times (٢٥)^{س}}{(١٥)^{٢س}}$

---

٥ (أ) إذا كان : $٥^{س-٣} = ١٢٥$ فأوجد : قيمة س

(ب) إذا سحبت بطاقة عشوائيًّا من تسع بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٩ فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل...؟

(١) عددًا زوجيًّا (٢) عددًا أوليًّا (٣) عددًا يقبل القسمة على ٣

٥ محاب عنه

إدارة غرب التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

٢ $\left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = ...$

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $-\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $-\frac{٢}{٣}$

(٣) $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} = ٤^{.....}$

(أ) $٤^{٤}$ (ب) $١٦^{٣}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $١٢^{١٢}$

(٤) $٢^{س-١} = ٥^{س-١}$ فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ١٠

(٥) $٤س^{٢} + ٢٠ س ص + ٢٥ ص^{٢} = (..... + ٥ ص)^{٢}$

(أ) ١٠ س ص (ب) − ٢ س (جـ) − ٥ ص (د) ٢ س

---

٢ أكمل ما يأتي:

(١) إذا كان $أ^{٢} - ب^{٢} = ٢١$ ، أ − ب = ٣ فإن أ + ب = ...

(٢) ٣ س (أ + ب) − ٢ ص (أ + ب) = (.....) (أ + ب)

(٣) $\sqrt{٤٩} - \sqrt[٣]{٢٧} - ٤ =$ .....

(٤) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى .....

---

٣ حلل كلًا من المقادير الآتية:

(١) $س^{٢} - ٧ س + ١٢$ (٢) $٨ س^{٣} + ١$

(٣) $٣٦ - ٢٥ س^{٢}$ (٤) $أ س - ٧ أ + ٣ س - ٢١$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٤^{ن} \times ٦^{ن+١}}{٢^{ن+٤} \times ٣^{ن+٢}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢} - س - ٦ =$ صفر

---

٥ (أ) إذا كان: $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$ فأوجد قيمة $٥^{س}$

(ب) يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء، ١٨ كرة بيضاء، ٢٠ كرة زرقاء، سحبت كرة واحدة عشوائيًا.

احسب احتمال:

(١) أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.

(٢) أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان $س^{٢} + أ = (س - ٥)(س + ٥)$ فإن أ = ...

(أ) ٢٥ (ب) −٢٥ (جـ) ٥ (د) ١٠

٢ المعكوس الجمعي للعدد $(-٣)^{صفر}$ هو .....

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) صفر (د) −٣

٣ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوي .....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

٤ نصف العدد $٢^{١٨}$ هو .....

(أ) $٢^{٩}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٢^{١٦}$ (د) $٢^{١٧}$

٥ مجموعة حل المعادلة (س − ١)(س + ٢) = صفر في ح هي .....

(أ) {١ ، −٢} (ب) {−١ ، ٢} (جـ) {١ ، ٢} (د) { }

٢ أكمل كلًّا مما يأتي:

١ $\sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$ = ...

٢ إذا كان: $٣^{س} = ٢٧$ فإن: س = ...

٣ إذا كان: أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٤ فإن: $أ^{٢} - ب^{٢}$ = ...

٤ إذا كانت (٢ ، هـ) تحقق المعادلة ٣ س − ص = ٧ فإن: هـ = ...

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٣^{س+٣} \times ٤^{س}}{٦^{س}}$

(ب) عدد حقيقي موجب إذا أضيف إليه مربعه كان الناتج ٤٢، فما العدد؟

٤ (أ) حلل تحليلًا كاملًا:

(١) $س^٢ - ٤ س - ١٢$ (٢) $٢٧ س^٣ - ١$

(ب) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^٢ - ١٢ س + ٢٠ = صفر$

---

٥ (أ) إذا كان: س = ٢ ، ص = $\sqrt{٣}$ فأوجد قيمة $س^٢ + ص^٢$

(ب) مدرسة مشتركة بها ٤٥٠ من الطلاب إذا تم اختيار أحد الطلاب عشوائيًّا وكان احتمال أن يكون الطالب ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد البنات بالمدرسة.

٧ [redacted] مجاب عنه

إدارة طلخا التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار $س^٢ + ك س + ٢$ قابلًا للتحليل فإن ك = ...

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) ٢

٢ إذا كان س − ص = ٥ ، أ + ب = ٣ فإن كان أ (س − ص) + ب (س − ص) = ...

(أ) ٨ (ب) ١٥ (جـ) −٨ (د) −١٥

٣ إذا كان: $\frac{١}{س} + س = \sqrt{٣}$ فإن $\frac{١}{س^٢} + س^٢ =$ .....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٩ (د) ١

٤ $(٥^{س+٢} - ٥^{س+١}) \div ٥^{س} =$ .....

(أ) ٥ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٠ (د) ١٥

٥ إذا كان: (٢ س + ١) أحد عاملى المقدار $٢ س^٢ + ٣ س + ١$ فإن العامل الآخر .....

(أ) ٢ س − ١ (ب) س + ١ (جـ) س − ١ (د) س + ٢

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ $(\sqrt{٢})^٥ \times (\sqrt{٢})^٣ = ٢^{.....}$

٢ إذا كان: $س^٢ + ص^٢ = ١٣$ ، س ص = ٦ فإن: س + ص = ...

٣ إذا كان: $(٢^م)^ك = ٢^٣$ فإن قيمة: م + ك = ... حيث م ∈ ص+ ، ك ∈ ص+

٤ إذا كان المقدار $ك س^٢ + ١٢ س + ٩$ مربعًا كاملًا فإن: ك = ...

٣ حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا تامًّا:

(١) $٢س^{٢} - \frac{١}{٢}$ (٢) $٨س^{٣} + ١٢٥$

(٣) $٣س^{٢} + ٧س + ٢$ (٤) $س^{٢} - ١٠س ص + ٢٥ ص^{٢} - ٣٦$

---

٤ (أ) عدد حقيقي موجب إذا أضيف مربعه إلى ضعفه كان الناتج ٣٥ ، فما هو العدد؟

(ب) إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٦^{س}}{٣^{٢} \times ٤^{٢}} = ٩^{-س}$ فما قيمة س ؟

---

٥ (أ) أوجد قيمة س إذا كان: $٥^{س+٢} \times ٧^{س-١} = ١٢٥$

(ب) إذا كان احتمال فوز الأهلي في مباريات الدوري العام ٠,٧ واحتمال تعادله ٠,٢ فإذا كان عدد المباريات التي سوف يلعبها ٣٠ مباراة.

(١) كم عدد المباريات التي تتوقع أن يفوز بها؟

(٢) كم عدد المباريات المتوقعة للهزيمة؟

٨ محافظة دمياط

إدارة الروضة التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان: أ (س − ص) + ب (س − ص) = ١٢ ، أ + ب = ٣ فإن: (س − ص) = ...

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ٣٦

(٢) المقدار: $س^{٢} + ك س + \frac{١}{٤}$ يكون مربعًا كاملًا إذا كان ك = ...

(أ) ±٢ (ب) ±١ (جـ) ±٤ (د) $\pm\frac{١}{٤}$

(٣) إذا كان: $٦^{س} = ٥٠$ ، $٦^{ص} = ١٠$ فإن $٦^{س-ص}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ٥٠٠ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) ٤٠

٤ إذا كان: $٧^{س-١} = ٩^{س-١}$ فإن $٢^{س}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

٥ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٧ فإن احتمال عدم نجاحه = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٧٠٪ (جـ) ٣٠٪ (د) ٤٠٪

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان: س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن $س^{٢} - ص^{٢}$ = ...

٢ مجموعة حل المعادلة: $س^{٢} + ١ = ٠$ في ح هي .....

٣ الحد الجبري: ٣ س $ص^{٢}$ من الدرجة .....

٤ إذا كان : $٣^{س} = ٧$ فإن : $٩^{س}$ = ...

---

٣ حلل كلًّا مما يأتي تحليلًا تامًّا:

١ $٩س^{٢} - ٤$ ٢ $س^{٣} - ٨$

٣ $س^{٢} + س - ٦$ ٤ ب س + ٣ب + ٢ س + ٦

---

٤ (أ) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٢$ س = ٣

(ب) ضع المقدار التالي في أبسط صورة ممكنة : $\frac{٤^{س} \times ٩^{س}}{(١٢)^{س}}$

---

٥ (أ) أوجد قيمتي: س ، ص إذا كان : $٣^{س-١} = ٩$ ، $٤^{س+ص} = ١$

(ب) صندوق يحتوي على ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠، سُحبت منه بطاقة عشوائيًّا، أوجد:

(١) احتمال أن تحمل البطاقة عددًا زوجيًّا.

(٢) احتمال الحصول على عدد يحقق المتباينة ٣ ≤ س ≤ ٤

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار: ٣ س^{٢} − ٥ س + ك قابلًا للتحليل فإن ك يمكن أن تساوى .....

(أ) −٢ (ب) ٣ (جـ) −٤ (د) ٤

٢ إذا كان المقدار: س^{٢} + ٤ س + ك مربعًا كاملًا فإن ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٣ مجموعة حل المعادلة: (س − ١)^{٢} = صفر فى ح هى .....

(أ) {−١ ، ١} (ب) {١} (جـ) {−١} (د) ∅

٤ إذا كان: $\left(\frac{١}{٣}\right)^{ك}$ = ٨١ فإن: ك = ...

(أ) ٣ (ب) −٩ (جـ) −٤ (د) ٩

---

٢ أكمل مكان النقط:

١ إذا كان: س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن: س^{٢} − ص^{٢} = ...

٢ إذا كان: ٢^{س} = ٣ فإن: ٢$^{س-٣}$ = ...

٣ احتمال الحدث المؤكد = ...

٤ إذا كان: س^{٣} + ٢٧ = (س − ك) (س^{٢} − ٣ س + م) فإن: ك × م = ...

٥ إذا كان: ٢$^{-٥}$ × ٣$^{-٥}$ = ٦^{ك} فإن: ك = ...

---

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٩^{س} \times (٢٥)^{س+١}}{(١٥)^{س-٢}}$

(ب) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٣٥ سم^{٢}، أوجد محيطه؟

---

٤ (أ) حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا تامًّا:

(١) س^{٢} − ٣ س − ١٠ (٢) ٤ س^{٤} + ٨١

(ب) أوجد قيمة ن إذا كانت: $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن-١} = ١٥\frac{٥}{٨}$

٥ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة في ح:

$س^{٣} = س (٣ س + ١٠)$

(ب) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ ، فأوجد العدد الكلى للكرات.

١٠ [illegible] مجاب عنه

مديرية التربية والتعليم – توجيه الرياضيات

أولًا: الأسئلة الموضوعية:

اختر الإجابة الصحيحة:

١ عددان حاصل ضربهما ٢٠ ومجموعهما ٩ هما .....

(أ) ٢ ، ١٠ (ب) ١ ، ٢٠ (جـ) ٤ ، ٥ (د) ٢٠ ، ٩

٢ مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ٢٥ = صفر$ في ح هى .....

(أ) ∅ (ب) {٥} (جـ) {-٥} (د) {٥ ، -٥}

٣ إذا كان: (س + ص) = ٤ ، (س – ص) = ٢ ، فإن $س^{٢} - ص^{٢} =$ .....

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) -٢

٤ إذا كان: $٣^{س+١} = ١$ فإن س = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٣ (د) -٣

٥ الحدث الذى لا يمكن وقوعه هو حدث .....

(أ) أكبر (ب) ممكن (جـ) مؤكد (د) مستحيل

٦ أكمل المقدار: $س^{٢}$ + ... + ٢٥ ليكون مربعًا كاملًا.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٠س (د) -١٠

٧ ٣ س^{٢} + س = ... (٣ س + ١)

(أ) س (ب) س^{٢} (جـ) ٢ (د) ٣ س

٨ س^{٣} + ص^{٣} = (.....) (س^{٢} − س ص + ص^{٢})

(أ) س + ص (ب) س − ص (جـ) س^{٢} + ص^{٢} (د) س ص

٩ إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢}$ فإن س = ...

(أ) −٣ (ب) ٣ (جـ) −١ (د) −٥

١٠ إذا كان (س − ١) أحد عوامل المقدار س^{٢} − ٤ س + ٣ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) س + ٣ (ب) س + ١ (جـ) س − ٤ (د) س − ٣

١١ ل م + ن م + ل و + ن و = (م + و) (.....)

(أ) ن + و (ب) ل + م (جـ) ل + ن (د) ن + م

١٢ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٨ فإن احتمال رسوبه = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٢ (جـ) ٨٪ (د) −٢

١٣ إذا كان عمر ليلى الآن س سنة فإن عمرها بعد ٥ سنوات هو .... سنة.

(أ) س + ٥ (ب) س − ٥ (جـ) ٥ س (د) ٥

١٤ ٥ س^{٢} + ٧ س + ٢ = (س + ١) (.....).

(أ) ٥ س (ب) ٥ س + ٢ (جـ) ٧ س (د) ٢

١٥ قيمة م التي تجعل المقدار : ص^{٢} + ٣ ص + م قابلًا للتحليل هي . .....

(أ) ٦ (ب) −٢ (جـ) ٤ (د) ٢

١٦ إذا كان: (٣)$^{س-٢}$ = (٥)$^{س-٢}$ فإن س = ...

(أ) −٣ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٥

(١٧) $٣^{٥} + ٣^{٣} + ٣^{٥} =$ .....

(أ) $٣^{٦}$ (ب) $٥^{٦}$ (جـ) $٣^{٥}$ (د) $٣^{١٥}$

(١٨) احتمال أى حدث ناتج من تجربة عشوائية ∈ .....

(أ) [٠ ، ١] (ب) [-١ ، ١] (جـ) [١ ، ٢] (د)]٠ ، ١[

(١٩) إذا كان $ب^{٣} - ج^{٣} = ٣٥$ وكان $ب^{٢} + ب ج + ج^{٢} = ٧$ فإن: ب - ج = ...

(أ) -٥ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٢٨

(٢٠) نصف العدد $٢^{١٢}$ هو .....

(أ) $٢^{٦}$ (ب) ٦ (جـ) $٢^{١٤}$ (د) $٢^{١١}$

(٢١) إذا كان: $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = ٢٥$ فإن س + ص = ...

(أ) ٥ (ب) ± ٥ (جـ) -٢٥ (د) -٥

ثانيًا: الأسئلة المقالية:

(٢٢) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢} - ٧ س + ١٢ =$ صفر

(٢٣) إذا كان: $٢^{س-٣} = ١٦$ فأوجد قيمة س

(٢٤) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى أوجد:

(أ) احتمال ظهور عدد زوجى.

(ب) احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣

(جـ) احتمال ظهور عدد أقل من ٧

١ اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي:

(١) إذا كان المقدار الثلاثي $س^٢ + ب س + ٣$ قابلًا للتحليل فإن ب يمكن أن تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ٩

(٢) $٢^٤ + ٢^٤ =$ ....

(أ) $٢^٥$ (ب) $٢^٨$ (جـ) $٤^٤$ (د) $٤^٨$

(٣) إذا كان: $س^٢ - ل = (س + ٣)(س - ٣)$ فإن ل = ...

(أ) ٦ (ب) صفر (جـ) ٩ (د) -٩

(٤) إذا كان: $٧^{س-٢} = ١$ فإن س = ...

(أ) صفر (ب) ٧ (جـ) ١ (د) ٢

(٥) $\sqrt[٣]{٨} - \sqrt{٤} =$ .. ..

(أ) ١٢ (ب) ٤ (جـ) صفر (د) -٤

٢ أكمل ما يأتي:

١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى

فإن احتمال ظهور عدد فردى = ...

(٢) $(\sqrt{٣})^٦ \times (\sqrt{٣})^{-٢} =$ ..... فى أبسط صورة.

(٣) إذا كان: المقدار الثلاثى $٩ س^٢ + ك س + ٢٥$ مربعًا كاملًا فإن: ك = ± .....

(٤) إذا كان $٢ س = ٨$ فإن: $\frac{١}{٢} س =$ ....

٣ حلل تحليلًا كاملًا:

(١) $س^٣ - ٢٧ ص^٣$ (٢) $٣ س^٢ - ٧٥$

(٣) $س ب + ٣ ب + ٤ س + ١٢$

٤ (أ) إذا كان: $٢^{س+٣} = ١٦$ فأوجد قيمة س

(ب) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة: $س^٢ - ٧س + ١٠ = صفر$

---

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٣^{س+١} \times ٥^{س+١}}{١٥^{س}}$

(ب) صندوق به ٧ كرات سوداء ، ٨ كرات حمراء، ٥ كرات زرقاء، سحبت كرة واحدة عشوائيًا،

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) زرقاء (٢) خضراء (٣) حمراء أو سوداء

١٢ محافظة السويس

مديرية التربية والتعليم - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان: أ + ب = ٢ ، أ − ب = ٥ فإن $أ^٢ - ب^٢$ = ...

(أ) −١٠ (ب) ٧ (جـ) ٣ (د) ١٠

(٢) $٤^٣ \times ٤^{-٥}$ = ...

(أ) $٤^٢$ (ب) $٤^٨$ (جـ) $\frac{١}{١٦}$ (د) $\frac{١}{٨}$

(٣) إذا كان: $٢^{س+٢} = ٤$ فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) −٢ (د) صفر

(٤) إذا كان المقدار $ص^٢ + ك ص + ٤٩$ مربعًا كاملًا فإن ك = ...

(أ) ٧ (ب) ٩٠ (جـ) ±١٤ (د) ±١٦

(٥) مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٩ = ٠$ في ح هي .....

(أ) {٠} (ب) {٣، −٣} (جـ) ∅ (د) {٠، ٣}

٢ أكمل ما يأتي:

(١) احتمال الحدث المؤكد يساوى .....

(٢) إذا كان $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٦}$ فإن س = ...

(٣) إذا كان: (س − ١) أحد عوامل المقدار $س^{٢}$ + ٢س − ٣ فإن العامل الآخر هو ....

(٤) مكعب طول حرفه ٣ سم فإن حجمه يساوى .... $سم^{٣}$.

---

٣ حلل كلًّا مما يأتي:

(١) $س^{٢}$ + ١٠ س + ٢١ (٢) $س^{٢}$ − ٤٩

(٣) $س^{٣}$ + ١ (٤) ٥س + ٥ص + س ع + ص ع

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٩^{س+١} \times ٢^{س}}{١٨^{س}}$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة فى ح : ٤ $س^{٢}$ = ٩

---

٥ (أ) إذا كان: $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س-١} = \left(\frac{٨}{١٢٥}\right)$ فأوجد قيمة س.

(ب) سلة بها ١٠ كرات متماثلة الحجم مرقمة من ١ إلى ١٠ سحبت كرة واحدة عشوائيًّا احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة تحمل:

(١) عددًا زوجيًّا. (٢) عددًا يقبل القسمة على ٥ (٣) عددًا أوليًّا.

١٣ [redacted] راجع إجابتك فى (100% إجابات)

إدارة أشواى التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان: س + ص = ٨ ، $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ١٦ ، فإن : س − ص = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١٢

٢ إذا كان: $٣^{س} = ٢$ فإن $٣^{س+٢} =$ .....

(أ) ١٥ (ب) ١٦ (جـ) ١٨ (د) ١٤

٣ إذا كان المقدار: $س^{٢} + ١٠ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن ك = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٩ (د) ٩

٤ احتمال الحدث المستحيل = ...

(أ) ١ (ب) ∅ (جـ) صفر (د) ١<

٥ $\frac{١}{٣}$ العدد $٣^{٢}$ ..... $\sqrt{٦٤}$

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان: $س = (\sqrt{٣} + ٢)^{٨}$ ، $ص = (\sqrt{٣} + ٢)^{-٨}$ فإن س ص = ...

٢ إذا كان نسبة نجاح طالب فى الامتحان هى ٠,٧٨ فإن نسبة رسوبه .....

٣ إذا كان (٢س + ١) أحد عاملى المقدار $(٢ س^{٢} + ٥ س + ٢)$ فإن العامل الآخر هو .....

٤ المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-٥}{٢}\right)^{٢}$ هو.....

---

٣ حلل مما يأتى تحليلًا تامًّا:

١ $س^{٢} - ٥ س + ٦$

٢ $س^{٣} - ٨$

٣ $أ س + ٢ أ + ٥ س + ١٠$

٤ $س^{٤} - ١٠ س^{٢} + ٩$

٥ $س^{٤} + ٤$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة: $\frac{(٢٤)^{ن}}{٦^{ن} \times ٤^{ن+١}}$

(ب) أوجد قيمة س إذا كان : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢س-١} = \frac{٢٧}{١٢٥}$

٥ (أ) أوجد العدد الحقيقى الموجب الذى إذا طرح من مربعه كان الناتج ٤٢

(ب) صندوق به ٧ كرات بيضاء، ٨ كرات حمراء، ٥ كرات خضراء سحبت كرة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) حمراء. (٢) ليست خضراء. (٣) صفراء.

١٤ [redacted] راجع إجابتك على (100% إجابات)

إدارة الشئون التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا كان المقدار: س^{٢} + م س + ٦٤ مربعًا كاملًا، فإن م = ...

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ± ١٦ (د) ± ٨

٢ مجموعة حل المعادلة: س^{٢} − ٦ س = ٠ فى ح هى .....

(أ) {٠، ٦} (ب) {٦} (جـ) {٣، ٢} (د) {٦، ١}

٣ إذا كان: $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س} = \frac{٨}{٢٧}$ فإن س = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) −٣ (د) −٦

٤ إذا كان: (٥)$^{س-٢}$ = (٧)$^{س-٢}$ فإن س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٥ إذا كان: (٣)^{س} = ٤ فإن (٣)$^{س-١}$ = ...

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) ١ (د) صفر

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ إذا كان: أ^{٢} − ب^{٢} = ١٦ ، وكان (أ − ب) = ٢ فإن أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ...

٢ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = ...

٣ المقدار: س^{٢} + س + ١ من الدرجة .....

٤ (٥)$^{-١}$ = ...

٣ حلل كلًّا مما يأتى تحليلًا تامًّا:

(أ) $ص^{٣} - ٢٧$ (ب) $٢أ^{٢} - ١٨$

(جـ) $س^{٢} + ٩س - ١٠$ (د) $٩ص^{٢} - ٦ص + ١$

(هـ) $أب + ٣ب + ٥أ + ١٥$

---

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$س^{٢} + س = ١٢$ فى ح

(ب) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٢^{س+٢} \times ٣^{س-١}}{(٦)^{س}}$

---

٥ (أ) أوجد قيمة س إذا كان: $(٣)^{س-٣} = ٢٧$

(ب) عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة احسب احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوى:

(١) يقبل القسمة على ٣ (٢) عددًا زوجيًّا.

٨.٥ راجع إجابتك على (100% إجابات)

الأزهر الشريف - الإدارة المركزية لمنطقة القاهرة الأزهرية

١ أكمل ما يأتى:

(١) $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-٩}} = ...$

(٢) حقيبة بها ٣٥ كرة ملونة من نفس النوع والحجم، بعضها أسود وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقى أصفر، فإذا كان احتمال سحب كرة سوداء يساوى $\frac{٢}{٥}$ فإن عدد الكرات السوداء فى هذه الحقيبة = ...

(٣) $\sqrt[٣]{-٢٧ ب^{٩}} = ...$

(٤) $٢س^{٢} + ٥س + ٢ = (..... + ١)(س + ...)$

(٥) إذا كان: $٢^{س-٤} = ٨$ فإن س = ...

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) نادٍ يلعب ٢٠ مباراة بالدورى العام واحتمال تعادله ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٤ فإن احتمال أن يخسر المباريات = ...

(أ) ٠,١ (ب) ١ (جـ) ٠,٩ (د) ٠,٣

(٢) إذا كان: س + ص = ٤ ، س − ص = ٣ فإن $س^٢ - ص^٢$ = ...

(أ) ١٢ (ب) ٢ (جـ) ٧ (د) −٧

(٣) مجموعة حل المعادلة $س^٢$ + ٢ س − ٣ = صفر فى ص هى .....

(أ) {١ ، ٣} (ب) {−٣ ، ١} (جـ) {−١ ، ٣} (د) {−٣ ، −١}

(٤) إذا كان: $٣^{س}$ = ٢٧ ، $٥^{س+ص}$ = ٢٥ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) −١ (د) −٣

(٥) العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى أربعة أمثاله كان الناتج ٤٥ هو ....

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ١٥

---

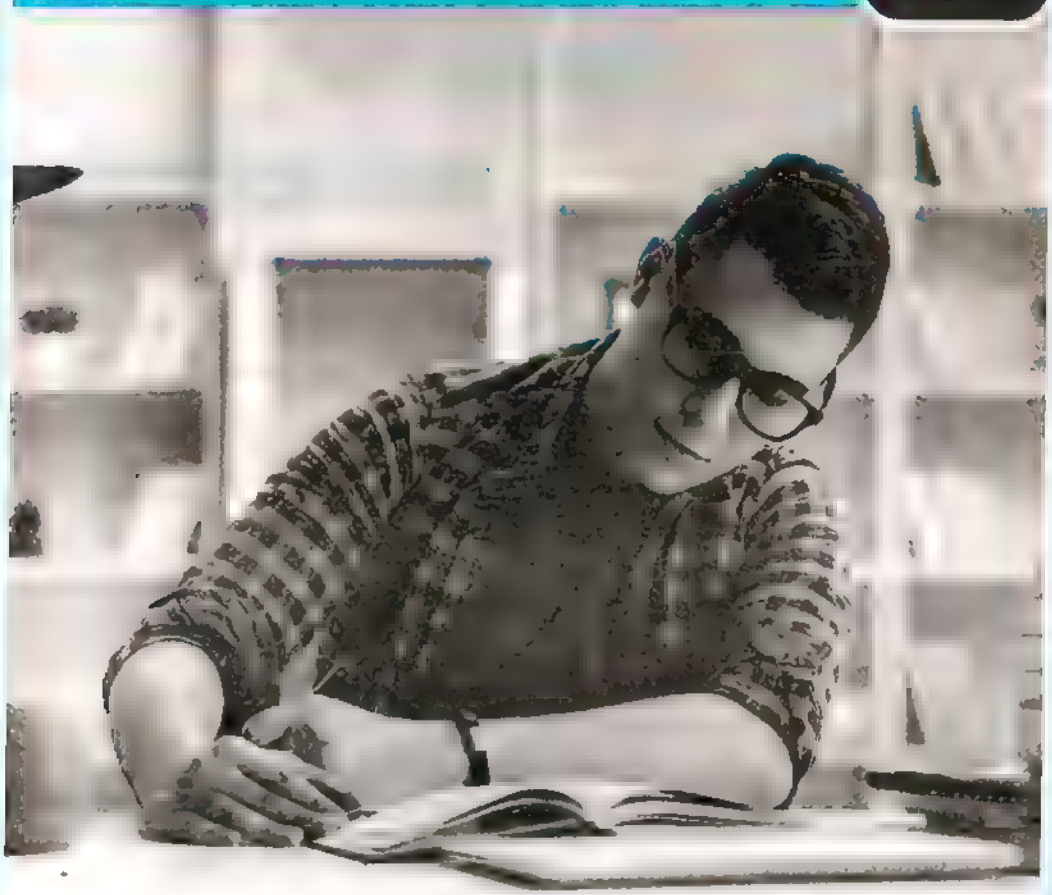
٣ حلل كلًّا مما يأتى:

(أ) $س^٢$ − ٨ (ب) ٣$س^٢$ + ٧ س + ٢

(جـ) ٩$س^٢$ − ٢٥ (د) $س^٢$ + ٥ س

(هـ) أ ب − ٥ ب + ٢أ − ١٠

ثانيًا المراجعة النهائية وامتحانات الهندسة



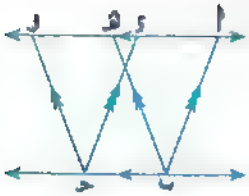
المحتويات

- ملخصات الوحدتين الرابعة والخامسة.
- أسئلة هامة على الوحدتين الرابعة والخامسة من امتحانات المحافظات السابقة.
- مهارات تراكمية أساسية فى الهندسة.
- نماذج اختبارات الهندسة من الكتاب المدرسى.
- امتحانات المحافظات والإدارات على الهندسة بنظام سنة ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤

الهندسة

المساحات

نظرية (١)



سطحا متوازيى الأضلاع المشتركان فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة؛ متساويان فى المساحة

فى الشكل المقابل: إذا كان: أ ب جـ ء ، هـ ب جـ ومتوازيى أضلاع، $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة مشتركة لهما، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ ، فإن م(▱ أ ب جـ ء) = م(▱ هـ ب جـ و)

نتائج هامة

١. مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

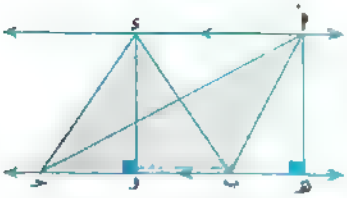
٢. مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها ومتوازى الأضلاع له ارتفاعان مختلفان.

٣. متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين، وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول؛ تكون مساحتها متساوية.

٤. مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة، والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة المشتركة.

٥. مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول قاعدته × الارتفاع المناظر لها.

نظرية (٢)



المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

فى الشكل المقابل:

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، المثلثان أ ب جـ، ء ب جـ يشتركان فى القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

فإن: م(Δ أ ب جـ) = م(Δ ء ب جـ)

نتائج هامة

١ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين؛ تكون متساوية فى المساحة.

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.

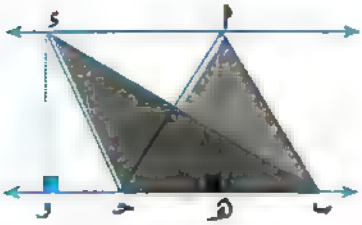
٣ المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية وعلى مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس؛ تكون متساوية فى المساحة.

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.

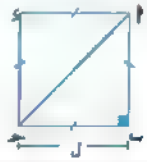
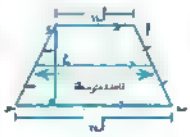
فى الشكل المقابل:

إذا كان: م(Δ أ ب حـ) = م(Δ ء ب حـ)، $\overline{\text{ب حـ}}$ قاعدة مشتركة

فإن: $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$



مساحات بعض الأشكال الهندسية

الاسم	تعريفه	الشكل	المحيط	المساحة
المعين	المعين هو متوازى أضلاع، أضلاعه متساوية فى الطول.		طول الضلع × ٤ = ل × ٤	طول الضلع × الارتفاع = ل × ع أو $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى القطرين = $\frac{١}{٢}$ × ب ء × أ حـ
المربع	المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول.		طول الضلع × ٤ = ل × ٤	طول الضلع × نفسه = ل^{٢} أو $\frac{١}{٢}$ × مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ (أ حـ)^{٢}
شبه المنحرف	هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان.		مجموع أطوال أضلاعه = أ ب + ب حـ + حـ ء + ء أ	$\left(\frac{\text{مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين}}{٢}\right)$ × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × (ل$_{١}$ + ل$_{٢}$) × ع أو طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

أسئلة هامة على الوحدة الرابعة من امتحانات المحافظات السابقة

محاسب عنها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران ٤سم ، ٩سم وطول ارتفاعه الأصغر ٦سم فإن مساحته = ... سم^{٢}. (بنى سويف ٢٠٢٣)

(أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (جـ) ٥٤ (د) ٣٩

(٢) متوازى أضلاع مساحته ٣٦سم^{٢} وطول قاعدته ٩سم، فإن طول ارتفاعها المناظر = ... سم. (بورسعيد ٢٠٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٢٥ (جـ) ٤٥ (د) ٣٢٤

(٣) متوازى أضلاع فيه طولا ضلعين متجاورين ٩سم ، ٦سم، وارتفاعه الأصغر ٤سم، فإن ارتفاعه الأكبر = ... سم. (الأقصر ٢٠١٨)

(أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

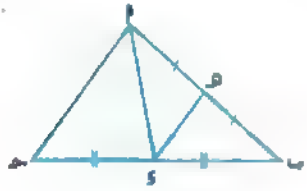
(٤) النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين = ... (الفيوم ٢٠٢٣)

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

(٥) مثلث طول قاعدته ٨سم، وارتفاعه ٤سم تكون مساحته = ... سم^{٢}. (القاهرة ٢٠٢٣)

(أ) ٣٢ (ب) ٣٦ (جـ) ١٢ (د) ١٦

(٦) فى الشكل المقابل:



مساحة Δ أ هـ ء = ... مساحة Δ أ ب جـ (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

(٧) معين طولا قطريه ٦سم ، ١٠سم تكون مساحته بالسم^{٢} = ... (القليوبية ٢٠٢٤)

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

(٨) معين مساحته ٢٤سم^{٢} وطول أحد قطريه ٨سم، فإن: طول القطر الآخر = ... سم. (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ١٠

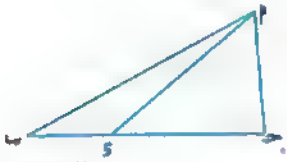
(٩) مربع محيطه ٣٦سم تكون مساحته ..... سم^{٢}. (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) ١٤٤ (ب) ٧٢ (جـ) ٣٦ (د) ٨١

(١٠) مربع مساحته ٨سم^{٢}، فإن طول قطره = ... سم. (القليوبية ٢٠٢٣)

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ١٦

(١١) فى الشكل المقابل:



إذا كان جـ ء : ء ب = ٣ : ٢ ، مساحة Δ أ ء ب = ١٦ سم^{٢}،

فإن مساحة Δ أ ب جـ = ... سم^{٢}. (الفيوم ٢٠٢٤)

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٠ (د) ٣٢

(١٢) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧سم وارتفاعه ٦سم، فإن مساحته = ... سم^{٢} (الشرقية ٢٠٢٤)

(أ) ٤٢ (ب) ١٣ (جـ) ٤٤ (د) ٢٤

---

٢ أكمل ما يأتى:

(١) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران طولها ٤سم، ٦سم،

وطول الارتفاع الأكبر فيه = ٥سم، فإن مساحته = ... سم^{٢}. (القليوبية ٢٠٢٤)

(٢) أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته = ١٠٠سم^{٢} ، هـ ∈ $\overline{أ ء}$

فإن مساحة Δ هـ ب جـ = ... سم^{٢}. (بورسعيد ٢٠٢٤)

(٣) متوازى أضلاع طول قاعدته = ١٠ سم والارتفاع المناظر لهذه القاعدة = ٥سم،

فإن مساحته = ... سم^{٢}. (أسيوط ٢٠٢٣)

(٤) سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين

متوازيين يكونان ..... (الفيوم ٢٠٢٣)

(٥) مساحة المستطيل ..... . مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى قاعدة واحدة

والمحصوران بين مستقيمين متوازيين. (الجيزة ٢٠٢٤)

(٦) مثلث مساحته = ١٦سم^{٢} وارتفاعه = ٨سم، فإن طول قاعدته المناظرة = ... سم. (القليوبية ٢٠٢٣)

(٧) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

(٨) المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول ومحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ... . (الجيزة ٢٠٢٤)

(٩) معين محيطه ٦٠سم وارتفاعه ٥سم تكون مساحته = ... سم^{٢}. (أسيوط ٢٠٢٣)

(١٠) المربع الذى طول قطره = ٤سم تكون مساحته ..... (بنى سويف ٢٠٢٣)

(١١) إذا كانت مساحة مربع = ٤٩سم^{٢} ومحيطه = (٧س − ١٤)سم، فإن: س = ... (الفيوم ٢٠٢٤)

(١٢) مربع مساحة سطحه ٣٦سم^{٢} يكون محيطه . . .. سم. (الدقهلية ٢٠٢٣)

١٣ شبه منحرف ارتفاعه ٦سم، ومساحته ٣٠سم²، فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم. (ك٢٠٢٣)

١٤ زاويتا القاعدة فى شبه المنحرف المتساوى الساقين ..... (الجيزة ٢٠٢٤)

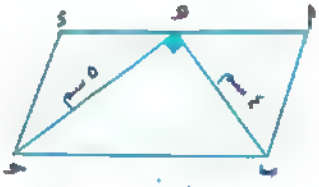
١٥ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

---

٣ أجب عما يأتى:

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٦سم، ١٤سم، وارتفاعه الأكبر ٧سم، أوجد مساحته، وارتفاعه الأصغر. (الجيزة ٢٠٢٤)

٢ فى الشكل المقابل: (الإسماعيلية ٢٠٢٤)



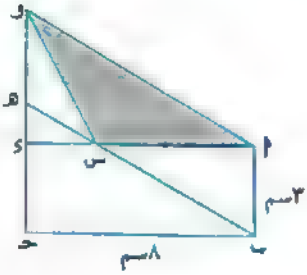
أ ب حـ د متوازى أضلاع،

ق(∠ ب هـ حـ) = ٩٠°

ب هـ = ٤سم ، هـ حـ = ٥سم

أوجد: مساحة ▱ أ ب حـ د

٣ فى الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)

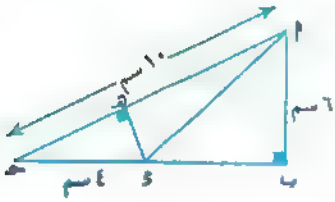


أ ب حـ د مستطيل، أ ب هـ و متوازى أضلاع،

أ ب = ٣سم ، ب حـ = ٨سم

أوجد: مساحة Δ أ س و بالبرهان.

٤ فى الشكل المقابل: (الغربية ٢٠٢٤)



Δ أ ب حـ قائم فى ب ، $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$،

أ ب = ٦سم ، د حـ = ٤سم ، أ حـ = ١٠سم

أوجد: (أ) مساحة Δ أ د حـ

(ب) طول $\overline{د هـ}$

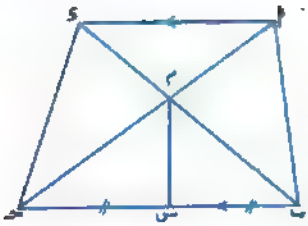
٥ فى الشكل المقابل: (ك٢٠٢٣)

أ ب حـ د شكل رباعى فيه: $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$ ،

$\overline{أ حـ}$ ∩ $\overline{ب د}$ = {هـ}،

أثبت أن: مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د حـ هـ

٦ في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٣)

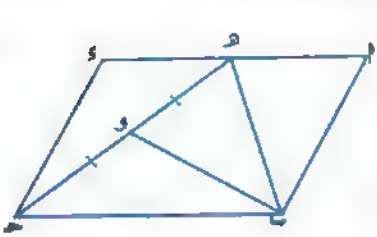


$\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ ، $\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{بد}$ = {م}،

س منتصف $\overline{بجـ}$

أثبت أن: مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د جـ س م

٧ في الشكل المقابل: (الإسكندرية ٢٠٢٤)

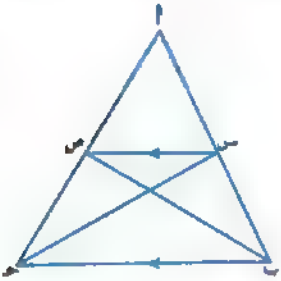


أ ب جـ د متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^{٢} ،

هـ ∈ $\overline{أد}$ ، و منتصف $\overline{هـجـ}$

أوجد بالبرهان: مساحة Δ ب هـ و

٨ في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٣)

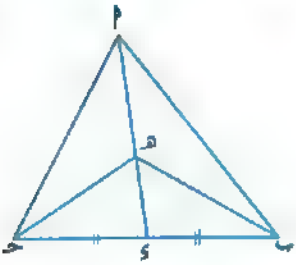


$\overline{سص}$ // $\overline{بجـ}$

أثبت أن:

مساحة Δ أ س جـ = مساحة Δ أ ص ب

٩ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)

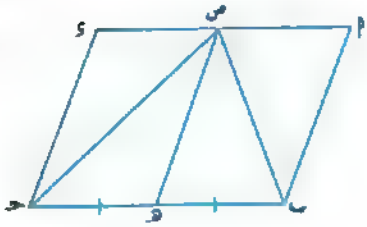


Δ أ ب جـ فيه $\overline{أد}$ متوسط

، هـ ∈ $\overline{أد}$ ،

أثبت أن: مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ جـ هـ

١٠ في الشكل المقابل: (الغربية ٢٠٢٤)



أ ب جـ د متوازى أضلاع ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$ ،

مساحة Δ ص ب هـ = ٣ سم^{٢}

أوجد: (أ) مساحة Δ ص ب جـ

(ب) مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د

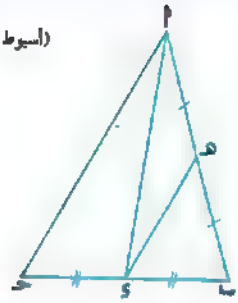
(١١) في الشكل المقابل:

Δ أ ب جـ فيه: هـ منتصف $\overline{أب}$

، ء منتصف $\overline{ب جـ}$

أثبت أن: مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{١}{٤}$ مساحة Δ أ ب جـ

(أسيوط ٢٠٢٣)



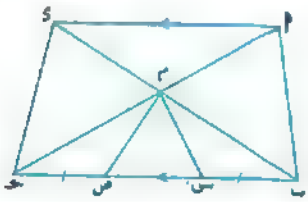
(١٢) في الشكل المقابل:

$\overline{أء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، س ، ص ∈ $\overline{ب جـ}$ بحيث ب س = جـ ص

برهن أن:

مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء جـ ص م

(القاهرة ٢٠٢٤)

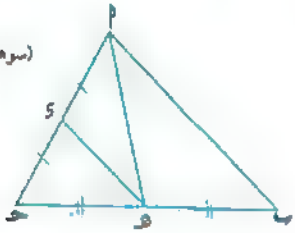


(١٣) في الشكل المقابل:

مساحة Δ ء هـ جـ = ٢٠ سم^{٢}

أوجد: مساحة Δ أ ب جـ

(سوهاج ٢٠٢٣)



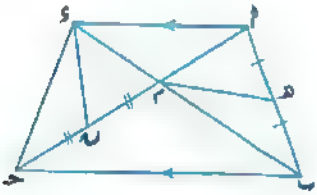
(١٤) في الشكل المقابل:

$\overline{أء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ هـ = هـ ب ، م ن = جـ ن

برهن أن:

مساحة Δ أ هـ م = مساحة Δ ء ن جـ

(الدقهلية ٢٠٢٣)



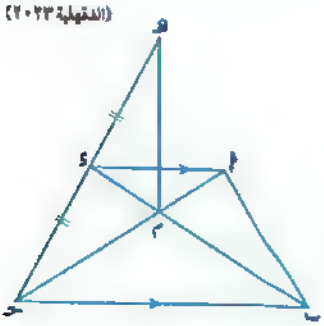
(١٥) في الشكل المقابل:

$\overline{أء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ء منتصف $\overline{هـ جـ}$

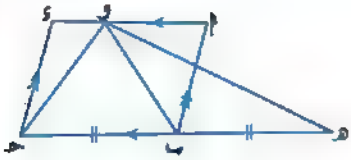
أثبت أن:

مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء م هـ

(الدقهلية ٢٠٢٣)



(١٦) في الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٤)

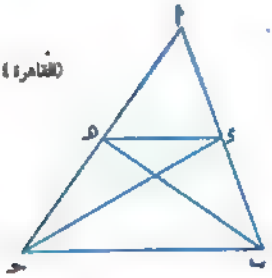


أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$

، و ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ ، ب جـ = ب هـ

برهن أن: مساحة Δ و هـ جـ = مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء

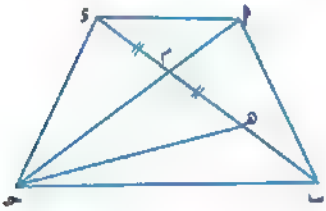
(١٧) في الشكل المقابل: (القاهرة ٢٠٢٤)



إذا كانت مساحة Δ أ ء جـ = مساحة Δ أ هـ ب

فأثبت أن: $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(١٨) في الشكل المقابل: (أسيوط ٢٠٢٣)

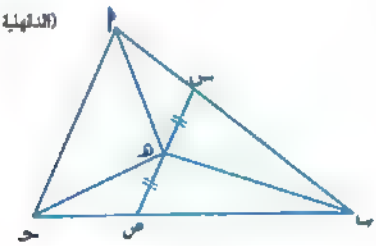


أ ب جـ ء شكل رباعي فيه: $\overline{\text{أ جـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م} ،

م هـ = م ء ، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ جـ م هـ

برهن أن: $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(١٩) في الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٣)

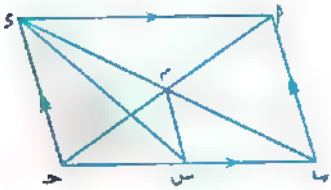


مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ جـ ب هـ

، س هـ = ص هـ

أثبت أن: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ جـ}}$

(٢٠) في الشكل المقابل: (القليوبية ٢٠٢٤)



أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه:

مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء س جـ

أثبت أن: $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{ء جـ}}$

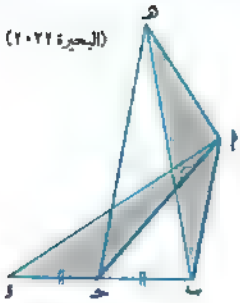
(٢١) في الشكل المقابل:

أ ب حـ هـ شكل رباعي، ب حـ = حـ ء،

مساحة Δ أ حـ ء = مساحة Δ أ ب هـ

أثبت أن: $\overline{أب}$ // $\overline{حـهـ}$

(البحيرة ٢٠٢٢)



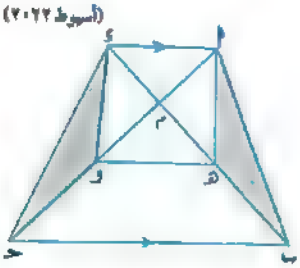
(٢٢) في الشكل المقابل:

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$،

مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء حـ و

أثبت أن: $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$

(أسيوط ٢٠٢٢)



(٢٣) أ ب حـ ء مربع محيطه ٢٤سم، هـ منتصف $\overline{أء}$ أوجد بالبرهان مساحة Δ أ هـ حـ (المنوفية ٢٠٢٤)

(٢٤) أوجد طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧سم، ١٣سم. (ق ٢٠٢٣)

(٢٥) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم، ٨سم وارتفاعه ١٠سم، أوجد مساحته. (بني سويف ٢٠٢٣)

(٢٦) قطعتا أرض متساويتان في المساحة، الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ مترًا، ٢٤ مترًا، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا. أوجد طول قاعدته المتوسطة. (القليوبية ٢٠٢٤)

(٢٧) شبه منحرف مساحته ٧٠سم^2 وارتفاعه ١٠سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٦سم.

أوجد طول القاعدة الأخرى. (الأقصر ٢٠٢٣)

(٢٨) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥سم، ٧سم، ومساحته ٦٠سم^2.

احسب ارتفاعه. (الغربية ٢٠٢٤)

(٢٩) شبه منحرف مساحته ١٨٠سم^2، وارتفاعه ١٢سم. أوجد طول كل من قاعدتيه المتوازيتين إذا كانت النسبة بينهما ٢ : ٣ (الفيوم ٢٠٢٣)

(٣٠) شبه منحرف النسبة بين طولي قاعدتيه ٣ : ٢ وطول قاعدته المتوسطة = ٣٠سم، أوجد طولي قاعدتيه، وإذا كان الارتفاع = ٢٤سم، فأوجد مساحته. (الدقهلية ٢٠٢٣)

التشابه

تعريف

يقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان التاليان معًا:

١ زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.

٢ أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

نتيجة

يتشابه المثلثان إذا توافر أحد الشرطين التاليين:

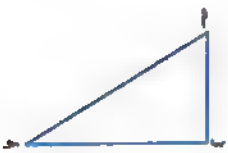
- الزوايا المتناظرة متساوية فى القياس.
- أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

نظرية فيثاغورث

إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة،

فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

∴ ق(∠ ب) = ٩٠°



المساقط

مسقط نقطة على مستقيم ل

إذا كانت النقطة أ ∉ ل

فإن مسقط أ على ل هو أَ،

إذا كانت هـ ∈ ل

فإن مسقط هـ على ل هى نفسها

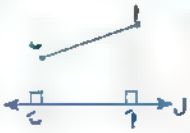
مسقط قطعة مستقيمة (أ ب) على مستقيم ل

إذا كان $\overline{أب}$ // ل

مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أَبَ}$

أ ب = أَ بَ

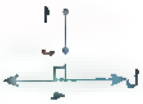
إذا كان $\overline{أب}$ لا يوازى ل



مسقط $\overline{أب}$ على ل هو $\overline{أَبَ}$

لاحظ أن أَ بَ < أ ب

إذا كان $\overline{أب}$ ⊥ ل



مسقط $\overline{أب}$ على ل هو النقطة جـ

مسقط شعاع على مستقيم

١ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو شعاع (ويكون مجموعة جزئية من هذا المستقيم).

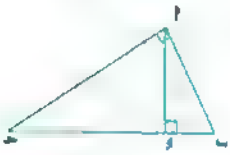
٢ الشعاع العمودى على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمى إلى المستقيم.

مسقط مستقيم على مستقيم معلوم

١ مسقط مستقيم على مستقيم معلوم غير عمودى عليه هو نفس المستقيم المعلوم.

٢ مسقط مستقيم على مستقيم معلوم عمودى عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر.



إذا كان أ ب جـ Δ فيه ق(∠ أ) = ٩٠° ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$

فيكون $(أ ب)^2 = ء ب \times ب جـ$ ، $(أ جـ)^2 = ء جـ \times جـ ب$

ونستنتج أن: $(أ ء)^2 = ء ب \times ء جـ$ ، $أ ء = \frac{أ ب \times أ جـ}{ب جـ}$

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

فى أى مثلث أ ب جـ إذا كان $\overline{أ جـ}$ أكبر الأضلاع طولاً وكان:

١ $(أ جـ)^2 - (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ فإن ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠° يكون Δ قائم الزاوية فى ب

٢ $(أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ فإن ق(∠ أ ب جـ) < ٩٠° يكون Δ حاد الزوايا

٣ $(أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ فإن ق(∠ أ ب جـ) > ٩٠° يكون Δ منفرج الزاوية فى ب

أسئلة هامة على الوحدة الخامسة من امتحانات المحافظات السابقة

◀ مجاب عنها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما ... (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٣ : ٥ (د) ١ : ٢

٢ جميع ..... متشابهة. (الإسماعيلية ٢٠٢٤)

(أ) المربعات (ب) المستطيلات (جـ) المثلثات (د) المعينات

٣ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين فى مضلعين متشابهين ٢ : ٣، ومحيط المضلع الأصغر ٨ سم

فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم. (القليوبية ٢٠٢٣)

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (جـ) ٢٤ (د) ٩

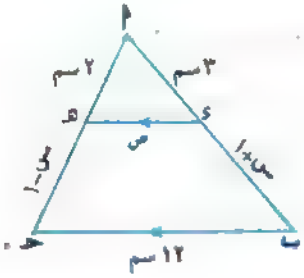
٤ المضلعان المشابهان لثالث ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) متطابقان (ب) متساويان (جـ) متشابهان (د) مختلفان

٥ نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ..... إذا كان المثلثان متطابقين. (الفيوم ٢٠٢٤)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٦ فى الشكل المقابل: (الفيوم ٢٠٢٤)



القيمة العددية $\frac{س}{ص}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٥

(جـ) $\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

٧ إذا كان: Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و، أ ب = $\frac{١}{٤}$ ء هـ فإن: محيط Δ أ ب جـ = ... محيط Δ ء هـ و (الإسكندرية ٢٠٢٤)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٨ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة الأصلية. (تنا ٢٠٢٣)

(أ) < (ب) = (جـ) ≤ (د) ≥

(٩) إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو نقطة، فإن المستقيم الذى يحمل القطعة المستقيمة يكون ..... المستقيم المعلوم. (بورسعيد ٢٠٢٣)

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) ∈ (د) ≤

(١٠) إذا كان $\overline{أب}$ // $\overline{س ص}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$ ..... طول $\overline{أب}$ (الإسماعيلية ٢٠٢٤)

(أ) < (ب) > (جـ) ≥ (د) =

(١١) Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ فإن مسقط $\overline{ب د}$ على $\overleftrightarrow{أ جـ}$ هو نقطة .. .. (القاهرة ٢٠٢٤)

(أ) أ (ب) ب (جـ) جـ (د) د

(١٢) مسقط النقطة (٩ ، ٣) على محور السينات هى النقطة ..... (المنوفية ٢٠٢٣)

(أ) (٠ ، ٣) (ب) (٩ ، ٣) (جـ) (٩ ، ٠) (د) (-٩ ، ٠)

(١٣) مثلث أطوال أضلاعه ٥سم، ١٢سم، ١٣سم فإن مساحته . . . . . سم^{٢} (دمياط ٢٠٢٤)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (جـ) ٧٨ (د) ١٤٤

(١٤) فى المثلث أ ب جـ إذا كان (أ ب)^{٢} > (ب جـ)^{٢} + (أ جـ)^{٢} فإن (∠ جـ) تكون ..... (المنيا ٢٠٢٣)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(١٥) الأطوال ٥سم ، ٧سم، ٦سم تصلح أن تكون أضلاع مثلث ..... (بورسعيد ٢٠٢٣)

(أ) منفرج الزاوية (ب) متساوى الأضلاع (جـ) حاد الزوايا (د) متساوى الساقين

(١٦) أ ب جـ Δ منفرج الزاوية فى أ فيه: أ ب = ٥سم ، ب جـ = ٨سم فإن أ جـ = ... سم. (سوهاج ٢٠٢٣)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١٠

(١٧) Δ أ ب جـ إذا كان: (جـ ب)^{٢} = (جـ أ)^{٢} + (أ ب)^{٢} فإن زاوية جـ تكون ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

(١٨) فى Δ س ص ع إذا كان: (س ع)^{٢} > (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} فإن ∠ س تكون ..... (الجيزة ٢٠٢٤)

(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) مستقيمة (د) قائمة

(١٩) Δ أ ب جـ حاد الزوايا فيه: أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، فإن طول $\overline{أ جـ}$ يمكن أن يساوى ..... سم. (دمياط ٢٠٢٣)

(أ) ١٤ (ب) ١٠ (جـ) ٦ (د) ٢

٢٠ Δ أ ب جـ فيه: (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + ٥ فإن ∠ جـ تكون ..... (قنا ٢٠٢٣)

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

٢١ $\frac{\text{طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم}}{\text{طول القطعة المستقيمة الأصلية}}$ ∈ ..... (الإسكندرية ٢٠٢٣)

(أ) [٠ ، ١] (ب)]٠ ، ١[(جـ) [٠ ، ١] (د)]٠ ، ١]

---

٢ أكمل ما يأتي:

١ المضلعان المتشابهان تكون أطوال أضلاعهما المتناظرة ..... (المنيا ٢٠٢٤)

٢ يتشابه المضلعان إذا كانت ..... ، ..... (القليوبية ٢٠٢٤)

٣ إذا كان معامل التكبير لمضلعين متشابهين يساوى واحدًا كان المضلعان ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

٤ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع ، ق(∠ ب) = ٥٠° فإن ق(∠ .....) = ٥٠° (قنا ٢٠٢٣)

٥ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ..... (بنى سويف ٢٠٢٣)

٦ يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة ..... (القاهرة ٢٠٢٤)

٧ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين هى ١ : ٢ وكان قياس زاوية فى المثلث الأصغر ٥٠° فإن قياس الزاوية المناظرة لها فى المثلث الأكبر = ... ° (الدقهلية ٢٠٢٣)

٨ إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و، وكان أ ب = ٢ ء هـ ، ب جـ = ٤ سم،

فإن هـ و = ... سم. (الفيوم ٢٠٢٤)

٩ فى Δ أ ب جـ إذا كان: (أ جـ)^{٢} + (جـ ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} فإن ق(∠ .....) = ٩٠° (قنا ٢٠٢٣)

١٠ فى Δ أ ب جـ إذا كان: (أ ب)^{٢} = (أ جـ)^{٢} − (ب جـ)^{٢} فإن ق(∠ .....) = ٩٠° (القاهرة ٢٠٢٤)

١١ إذا كانت النقطة أ ∈ للمستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ..... (المنيا ٢٠٢٤)

١٢ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على خط مستقيم هو ..... (الجيزة ٢٠٢٤)

١٣ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم = ... (أسيوط ٢٠٢٣)

١٤ مسقط نقطة على مستقيم هو موقع ..... المرسوم من هذه النقطة على المستقيم. (أسيوط ٢٠٢٣)

١٥ أ ب جـ ء مستطيل فإن مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ..... (أسيوط ٢٠٢٣)

١٦ إذا كان $\overline{\text{أ ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو ..... (الشرقية ٢٠٢٤)

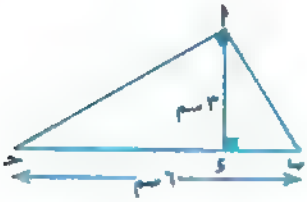
١٧ مسقط النقطة (٦ ، ٤) على محور الصادات هى النقطة ..... (الشرقية ٢٠٢٤)

(١٨) إذا كان طول $\overline{أب}$ = س، طول مسقط $\overline{أب}$ هو ص فإن: $\frac{ص}{س} \in$ [..... ، .....] (القليوبية ٢٠٢٣)

(١٩) أ ب حـ Δ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ فإن: $(أ حـ)^2$ = ... × ..... (القاهرة ٢٠٢٣)

(٢٠) Δ أ ب حـ فيه: ق(∠أ) = ٩٠° ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ فإن: $(أ ء)^2$ = ... × ..... (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢١) بالاستعانة بالشكل المقابل: أكمل بالإجابة الصحيحة: (القاهرة ٢٠٢٤)



(أ) مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو .....

(ب) $(أ ء)^2$ = ... × ء حـ

(جـ) $(ب ء)^2$ = ... − .....

(د) مساحة Δ أ ب حـ = ... سم^2.

(٢٢) إذا كان أ ب حـ Δ منفرج الزاوية فى ب فإن: $(أ حـ)^2$ ..... $(أ ب)^2 + (ب حـ)^2$ (الدقهلية ٢٠٢٣)

(٢٣) فى Δ أ ب حـ إذا كان: (أ ب − ب حـ)(أ ب + ب حـ) = $(أ حـ)^2$ وكان ق(∠ب) = ٣٥°

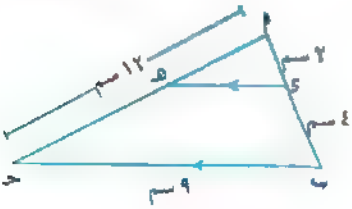
فإن: ق(∠أ) = ...° (قنا ٢٠٢٣)

---

٣ أجب عما يأتى:

(١) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣سم ، ٧سم ، ٥سم ومحيط الآخر ٧٥سم، أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر. (الأقصر ٢٠٢٣)

(٢) فى الشكل المقابل: (المنيا ٢٠٢٣)



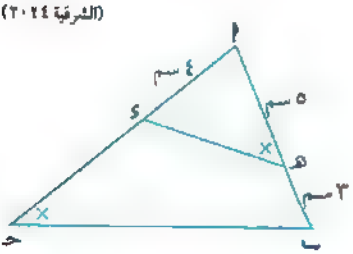
$\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ حـ = ١٢سم

، أ ء = ٢سم، ء ب = ٤سم، ب حـ = ٩سم،

(أ) أثبت أن: Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

(ب) أوجد طول: $\overline{ء هـ}$ ، $\overline{هـ حـ}$

(٣) فى الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



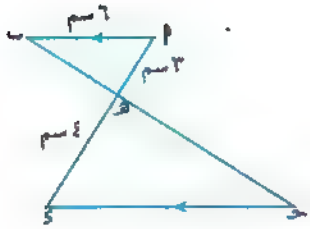
أ هـ = ٥سم ، هـ ب = ٣سم، أ ء = ٤سم،

ق(∠أ هـ ء) = ق(∠حـ)

(أ) أثبت أن: Δ أ هـ ء ~ Δ أ حـ ب

(ب) أوجد طول: $\overline{ء حـ}$

٤ في الشكل المقابل: (دمياط ٢٠٢٤)

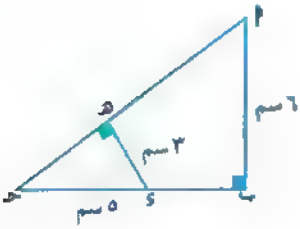


$\overline{أب} // \overline{جـ د}$

(أ) أثبت أن: Δ أ هـ ب ~ Δ د هـ جـ

(ب) أوجد طول: $\overline{د جـ}$

٥ في الشكل المقابل: (الجيزة ٢٠٢٤)

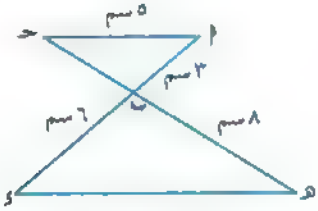


أ ب جـ Δ قائم الزاوية في ب، $\overline{د هـ} \perp \overline{أ جـ}$،

(أ) أثبت أن: Δ جـ هـ د ~ Δ جـ ب أ

(ب) أوجد طول: $\overline{أ جـ}$

٦ في الشكل المقابل: (أسيوط ٢٠٢٣)

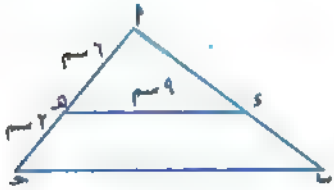


Δ أ ب جـ ~ Δ د ب هـ ، أ ب = ٣سم ،

أ جـ = ٥سم ، ب هـ = ٨سم ، ب د = ٦سم

أوجد بالبرهان: طول $\overline{ب جـ}$

٧ في الشكل المقابل: (أسيوط ٢٠٢٣)

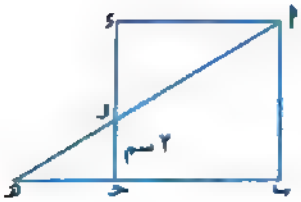


Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ ، أ هـ = ٦سم ،

هـ جـ = ٢سم ، د هـ = ٩سم

أوجد طول: $\overline{ب جـ}$

٨ في الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٣)



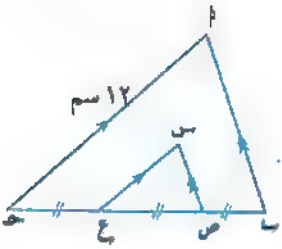
أ ب جـ د مربع محيطه ٢٤سم ، و جـ = ٢سم،

و $\in$ $\overline{جـ د}$ ، $\overleftarrow{ب جـ} \cap \overleftarrow{أ و} = \{هـ\}$

(أ) أثبت أن: Δ أ د و ~ Δ هـ جـ و

(ب) أوجد طول: $\overline{هـ جـ}$

(٩) في الشكل المقابل: (تنا ٢٠٢٣)



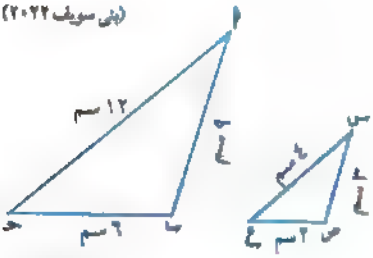
$\overline{أب}$ // $\overline{سص}$ ، $\overline{أحـ}$ // $\overline{سع}$ ، ب ص = ص ع = ع حـ ،

أ حـ = ١٢ سم

(أ) أثبت أن: Δ س ص ع ~ Δ أ ب حـ

(ب) أوجد طول: $\overline{سع}$

(١٠) في الشكل المقابل: (بني سويف ٢٠٢٢)

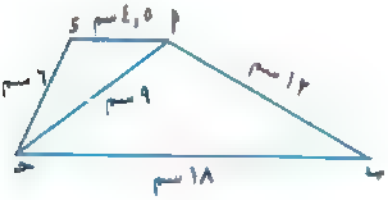


هل Δ أ ب حـ ،

Δ س ص ع متشابهان؟

مع ذكر السبب

(١١) في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)



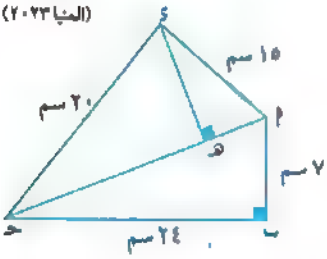
أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٨ سم ،

أ د = ٤,٥ سم ، أ حـ = ٩ سم ، د حـ = ٦ سم

أثبت أن: (أ) Δ أ ب حـ ~ Δ د حـ أ

(ب) $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$

(١٢) في الشكل المقابل: (المنيا ٢٠٢٣)

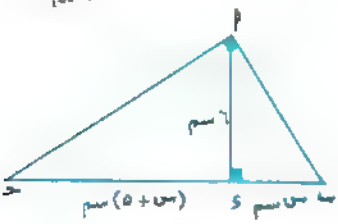


ق(∠ ب) = ٩٠° ، $\overline{دهـ}$ ⊥ $\overline{أحـ}$ ،

(أ) أثبت أن: ق(∠ أ د حـ) = ٩٠°

(ب) أوجد طول كل من: $\overline{أهـ}$ ، $\overline{دهـ}$

(١٣) في الشكل المقابل: (الفيوم ٢٠٢٤)



Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

وكان أ د = ٦ سم ، ب د = س سم ، د حـ = (س + ٥) سم

أوجد قيمة س

١٤ في الشكل المقابل: (الفيوم ٢٠٢٤)

ق(∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣سم ، ب حـ = ٤سم ،

أ ء = ١٣سم، حـ ء = ١٢سم،

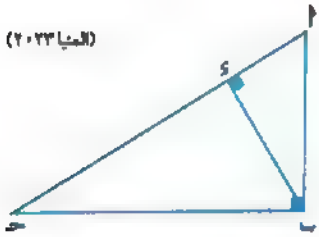
(أ) أوجد: طول $\overline{أ حـ}$

(ب) أثبت أن: ق(∠ أ حـ ء) = ٩٠°

١٥ أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه: أ ب = ٨سم ، أ حـ = ٢٠سم ، ب ء = ١٢سم، م نقطة تقاطع قطريه.

أثبت أن: ق(∠ أ ب م) = ٩٠° (القليوبية ٢٠٢٢)

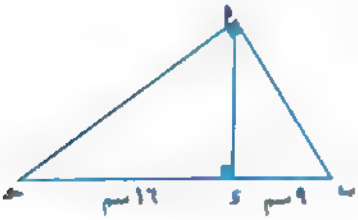
١٦ من الشكل المقابل: أكمل ما يأتي: (المنيا ٢٠٢٣)



(أ) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو .....

(ب) مسقط $\overline{ب ء}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو .....

١٧ في الشكل المقابل: (الشرقية ٢٠٢٤)

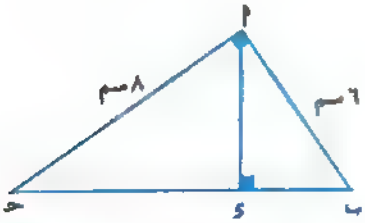


Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ،

ب ء = ٩سم ، ء حـ = ١٦سم

أوجد طول: $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ء}$ ، $\overline{أ حـ}$

١٨ في الشكل المقابل: (دمياط ٢٠٢٤)



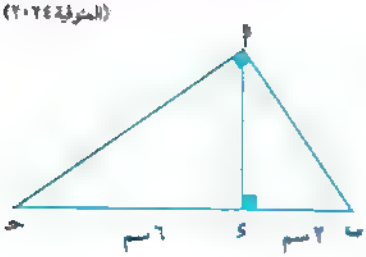
Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ،

أ ب = ٦سم ، أ حـ = ٨ سم

(أ) أوجد طول: $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ ء}$

(ب) أوجد طول: مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

(١٩) في الشكل المقابل: (المنوفية ٢٠٢٤)



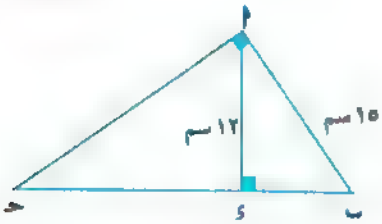
Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ ،

ب ء = ٢ سم ، ء حـ = ٦ سم

أوجد (أ) طول $\overline{أ ب}$

(ب) طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

(٢٠) في الشكل المقابل: (الدقهلية ٢٠٢٣)

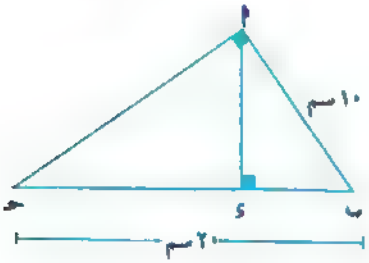


Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ ،

أوجد (أ) طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

(ب) طول $\overline{ء حـ}$

(٢١) في الشكل المقابل: (المنوفية ٢٠١٩)



أ ب حـ Δ فيه: ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، ء ∈ $\overline{ب حـ}$

بحيث $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ١٠ سم، ب حـ = ٢٠ سم

أوجد (أ) طول $\overline{ب ء}$

(ب) طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أء}$

(٢٢) Δ أ ب حـ فيه: أ ب = ١٢ سم، ب حـ = ١٣ سم، أ حـ = ٧ سم

حدد نوع المثلث أ ب حـ من حيث زواياه. (المنيا ٢٠٢٣)

(٢٣) حدد نوع Δ أ ب حـ الذي فيه: أ ب = ٧ سم، ب حـ = ٣ سم، أ حـ = ٥ سم

من حيث زواياه. (الجيزة ٢٠٢٤)

(٢٤) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة إلى زواياه

حيث: أ ب = ٥ سم، ب حـ = ١٢ سم، أ حـ = ١٣ سم. (القاهرة ٢٠٢٣)

مهارات تراكمية أساسية فى الهندسة

◄ محاسب عنها

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان طولا ضلعين من أضلاع مثلث متساوى الساقين ١٣سم، ٦سم،

فإن طول الضلع الثالث يساوى ..... سم.

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ١٣

(٢) قياس أى زاوية خارجة عند أحد رءوس المثلث المتساوى الأضلاع يساوى .. ..

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٥٠°

(٣) مجموعة الأعداد التى تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث هى .....

(أ) ٤، ٦، ١٠ (ب) ٤، ٦، ٨ (جـ) ٢، ٣، ٦ (د) ٤، ٥، ١٠

(٤) طول أى ضلع فى المثلث ..... مجموع طولى الضلعين الآخرين.

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) غير ذلك

(٥) فى المثلث س ص ع إذا كان ق (∠ ع) = ٦٥°، ق (∠ س) = ٧٥° فإن .....

(أ) س ص > ص ع (ب) س ص < ص ع

(جـ) ص ع = س ص (د) س ص < س ع

(٦) إذا كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب، أ ب = ٦سم، ب حـ = ٨سم، فإن طول المتوسط

المرسوم من النقطة ب يساوى ..... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٠

(٧) مربع محيطه ٢٠$\sqrt{٢}$ سم فإن مساحته تساوى ..... سم^{٢}

(أ) ٥٠$\sqrt{٢}$ (ب) ٥٠ (جـ) ٨٠$\sqrt{٢}$ (د) ١٠٠

(٨) إذا كان △ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب، أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ حـ، فإن ق (∠ أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٩ إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ٥٤٠° وكان طول أحد أضلاعه ٥سم، فإن محيط هذا المضلع = ... سم.

(أ) ١٥ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ٣٠

١٠ دائرة محيطها ١٢$\sqrt{٣}$ π سم فإن مساحتها تساوى ..... سم^{٢}.

(أ) ١٤٤π (ب) ١٠٨π (جـ) ٤٩π (د) ٣٠٠

١١ إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٥:١٣ فإن قياس الزاوية الصغرى = ... °

(أ) ٥٠° (ب) ١٣٠° (جـ) ١٥٠° (د) ١٨٠°

١٢ قياس الزاوية المحصورة بين ضلع المربع وقطره تساوى ..... °

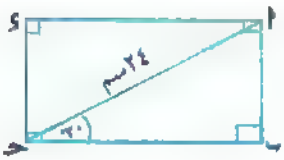
(أ) ٦٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٩٠ (د) ٣٠

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ فى Δ أ ب جـ إذا كان ق(∠أ) = ٣٠°، ق(∠ب) = ٩٠° فإن ب جـ = ... أ جـ

٢ فى الشكل المقابل:



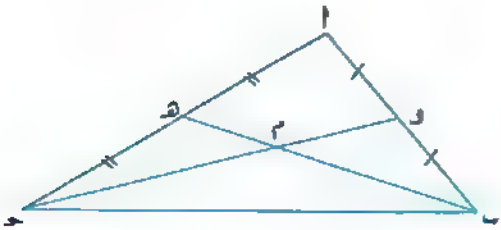
مستطيل أ ب جـ ء إذا كان طول قطره ٢٤سم

، ق(∠ أ جـ ب) = ٣٠°

فإن مساحة المستطيل = ... سم^{٢}.

٣ مكعب طول حرفه ٣$\sqrt{٥}$ سم فإن حجمه = ... سم^{٣}، ومساحته الكلية = ... سم^{٢}.

٤ فى الشكل المقابل:



Δ أ ب جـ فيه و ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

على الترتيب، ب هـ = ٦سم

ب م = ... سم

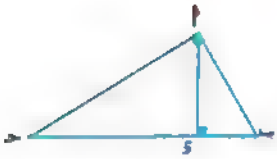
، م هـ = ... سم

، مساحة Δ م هـ جـ = ... مساحة Δ أ ب جـ

* مجاب عنها

النموذج

١ أكمل ما يأتى:



(١) فى الشكل المقابل:

أ ب × ..... = ب جـ × أ د

(٢) فى Δ أ ب جـ إذا كان: (أ جـ)^{٢} + (جـ ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} فإن: ق (∠ .....) = ٩٠°

(٣) إذا كانت النقطة أ ∈ للمستقيم ل فإن: مسقط أ على المستقيم ل هو .....

(٤) مساحة الدائرة التى طول قطرها ١٤ سم ≃ ..... سم^{٢} ($\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

(٥) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم، ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته = ... سم^{٢}.

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^{٢} > (ب جـ)^{٢} + (أ جـ)^{٢}، فإن زاوية جـ تكون .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٢) معين طولا قطريه ٦ سم، ١٠ سم تكون مساحته بالسم^{٢} = ...

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

(٣) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هى .....

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٣ : ٥ (د) ١ : ٢

(٤) شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^{٢}، وارتفاعه ٥ سم يكون طول قاعدته المتوسطة يساوى ..... سم.

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

(٥) أ ب جـ د متوازى أضلاع، فيه ق (∠ أ) = ٧٠° فإن ق (∠ ب) = ... °

(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٣٦٠

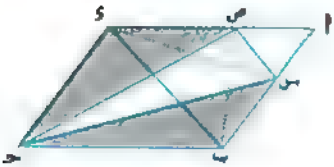
(٦) قياس إحدى زوايا المضلع الخماسى المنتظم = ...

(أ) ٩٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ٥٤٠°

٣ (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣سم، ٤سم، ٥سم، ومحيط الآخر ٣٦ سم.

أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

(ب) في الشكل المقابل:



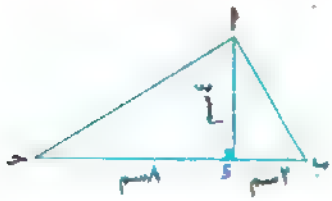
أ ب جـ د متوازي أضلاع، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{أ د}$

بحيث كانت م(Δ جـ ب س) = م(Δ جـ ص د)

أثبت أن: $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب د}$ (إرشاد: صل $\overline{ص ب}$ ، $\overline{س د}$)

---

٤ (أ) في الشكل المقابل:



أ ب جـ مثلث، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

ب د = ٢سم، جـ د = ٨سم، أ د = ٤سم

أثبت أن: ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠°

(ب) أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ ب = ١٨سم، ب جـ = ١٢سم، رسمت $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ،

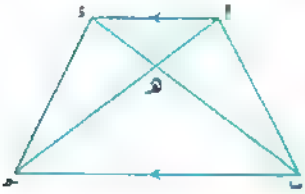
$\overline{د و}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، فإذا كان: د هـ = ١٥سم ،

فاحسب مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د وطول $\overline{د و}$

---

٥ (أ) أ ب جـ مثلث فيه ق(∠أ) = ٥٠°، ق(∠ب) = ٦٠°، رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبًا تنازليًا.

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب جـ د شكل رباعي فيه $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$، $\overline{أ جـ}$ ∩ $\overline{ب د}$ = {هـ}

أثبت أن: مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د جـ هـ

النموذج

١ أكمل ما يأتي:

(١) يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة ..... ، والزوايا المتناظرة ..... .

(٢) معين مساحته ٢٤سم²، وطول أحد قطريه ٨سم. فإن طول القطر الآخر يساوي ..... سم.

(٣) إذا كان Δ أ ب جـ فيه: (أ ب)² = (أ جـ)² − (ب جـ)². فإن: Δ أ ب جـ يكون قائم الزاوية في ... .

٤ الأطوال ٦سم، ٨سم، ١١سم تصلح أن تكون أضلاع مثلث ..... الزاوية.

٥ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × .....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم، ٨سم. فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسم = ...

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ٧

٢ مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣

فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥سم. فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم.

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

٣ مثلث مساحته ٢٤ سم^2، وارتفاعه ٨سم. فإن طول قاعدته بالسم = ...

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

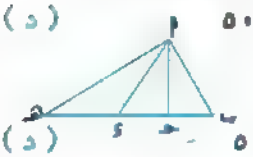
٤ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ فإن مسقط $\overline{ب ء}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو .....

(أ) {أ} (ب) {ب} (جـ) {حـ} (د) {ء}

٥ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^2 = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

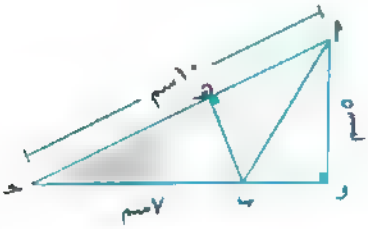
٦ عدد المثلثات فى الشكل المقابل = ...



(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٣ فى الشكل المقابل:



$\overline{أ و} \perp \overleftarrow{حـ ب}$، $\overline{ب هـ} \perp \overline{أ حـ}$،

أ حـ = ١٠سم، ب حـ = ٧سم، أ و = ٥سم.

أوجد: أولًا: مساحة Δ أ ب حـ

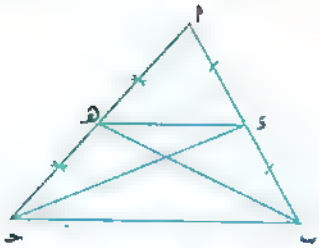
ثانيًا: طول $\overline{ب هـ}$

---

٤ (١) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ٨سم، أ حـ = ٢٠سم، ب ء = ١٢سم،

أثبت أن: ق (∠ أ ب ء) = ٩٠°، ثم أوجد مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل:



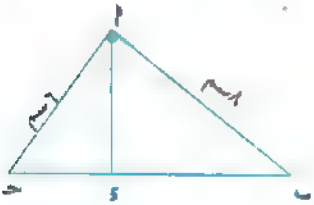
Δ أ ب حـ فيه ء منتصف $\overline{أ ب}$، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

برهن أن: (١) $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

(٢) مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب حـ

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل:

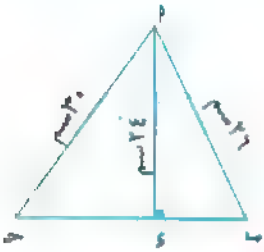


Δ ء ب أ ~ Δ أ ب حـ، ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

أولاً: أثبت أن $\overleftarrow{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

ثانياً: إذا كان: أ ب = ٨سم، أ حـ = ٦سم. فأوجد طول $\overline{ب ء}$

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$،

فإذا كان: أ ء = ٢٤سم، أ ب = ٢٦سم، أ حـ = ٣٠سم.

فأوجد: ب حـ، واحسب مساحة Δ أ ب حـ

النموذج الثالث (الطلاب المتفوقين)

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٦سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤سم تساوى ..... سم^2

(أ) ١٢ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦سم، ٨سم، ١٠سم يكون .....

(أ) حاد الزوايا (ب) قائم الزاوية (جـ) منفرج الزاوية (د) غير ذلك

٣ معين طولا قطريه ٦سم، ١٠سم تكون مساحته = ... سم^2

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨سم ومساحة سطحه ٥٦سم^2 فإن ارتفاعه = ... سم

(أ) ٣٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٤٨ (د) ٧

٥ جميع ..... متشابهة.

(أ) المربعات (ب) المثلثات (جـ) المستطيلات (د) متوازيات الأضلاع

٢ أكمل ما يأتى:

(١) مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو .....

(٢) إذا كان أ ب حـ مثلثًا منفرج الزاوية فى ب فإن (أ حـ)^{٢} ..... (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}.

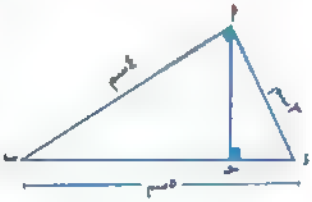
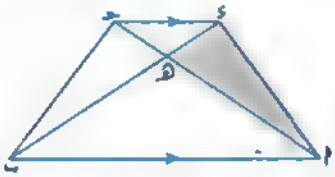
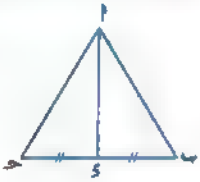
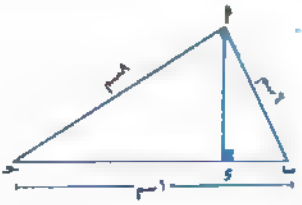
(٣) مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته= ..... سم^{٢}

(٤) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة .....

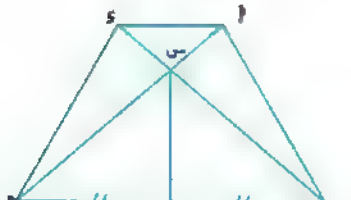
(٥) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ..... × الارتفاع المناظر لها.

---

٣ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب):

(أ)	(ب)
(١) فى الشكل المقابل يكون أ حـ = ... سم 	ب هـ حـ
(٢) فى الشكل المقابل مساحة Δ أ هـ ء = مساحة Δ ..... 	٢,٤
(٣) فى الشكل المقابل مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ ..... 	متطابقان
(٤) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين	٣,٦
(٥) طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ = ... سم 	أ حـ ء

٤ في الشكل المقابل: مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س ، ص منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$



أكمل بالبرهان:

لإثبات أن $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

المعطيات: .....

المطلوب: .....

البرهان: ∵ $\overline{\text{س ص}}$ متوسط في Δ س ب حـ

∴ مساحة Δ ..... = مساحة Δ ..... (١)

∵ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س (٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ مساحة Δ ..... = مساحة Δ .....

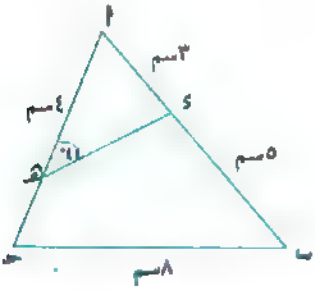
بإضافة مساحة Δ أ ء س للطرفين

∴ مساحة Δ ..... = مساحة Δ .....

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

٥ في الشكل المقابل:



Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء ، ق (∠ أ هـ ء) = ٤٤°

أ ء = ٣سم ، هـ أ = ٤سم ، ء ب = ٥سم ، ب حـ = ٨ سم

أكمل لإيجاد طول كل من $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ حـ}}$ ، إيجاد: ق (∠ ب)

الحل: ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{حـ أ}}{\text{ء أ}}$

∴ $\frac{\text{٨}}{\text{...}} = \frac{\text{.....}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{حـ أ}}{\text{٣}}$

∴ هـ ء = ... ، أ حـ = ... ، هـ حـ = ...

من التشابه ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ ء) = ...

١ مجاب عنه

إدارة عين شمس التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ معين طولا قطريه ٦سم ، ٨سم تكون مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٣٦ (ب) ١٨ (جـ) ٢٤ (د) ٣٢

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة الأصلية.

(أ) ⩽ (ب) ⩾ (جـ) = (د) <

٣ فى المضلعين المتشابهين، أطوال الأضلاع المتناظرة تكون .....

(أ) متناسبة (ب) مختلفة (جـ) متساوية (د) متوازية

٤ إذا كان المثلث س ص ع قائم الزاوية فى ص ، فإن: (س ع)^{٢} ..... (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢}

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) غير ذلك

٥ مثلث مساحته ١٥سم^{٢} وطول قاعدته ٥سم، يكون ارتفاعه .....

(أ) ٥سم (ب) ٣سم (جـ) ١٠سم (د) ٦سم

---

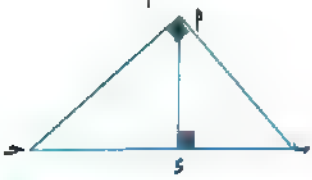
٢ أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة:

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ١ ، فإن المثلثين .....

٢ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ...°

٣ مستطيل طوله ٤سم وعرضه ٣سم ، فإن طول قطره يساوى ..... سم.

٤ فى الشكل المقابل:



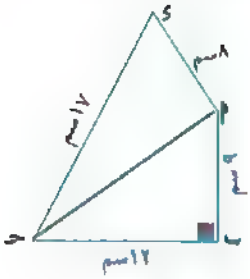
مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو ....

٣ (أ) في الشكل المقابل: أ ب حـ ء شكل رباعي

أ ب = ٩سم ، ب حـ = ١٢سم ،

أ ء = ٨سم ، ء حـ = ١٧سم ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

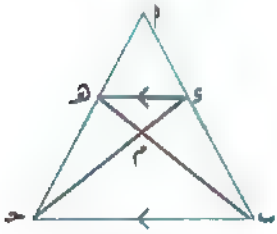
أثبت أن: (∠ ء أ حـ) قائمة.



(ب) في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث فيه: $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{حـ ب}}$

أثبت أن: مساحة Δ أ حـ ء = مساحة Δ أ ب هـ



---

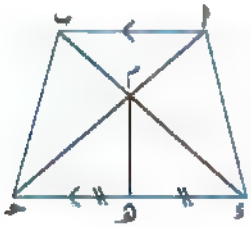
٤ (أ) في الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{حـ ء}}$

أثبت أن: مساحة الشكل أ ء هـ م = مساحة الشكل ب حـ هـ م

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٤سم ، ٨سم

وارتفاعه ١٠سم ، احسب مساحته.



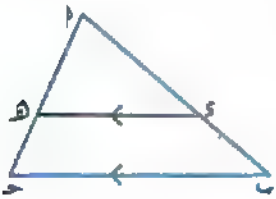
---

٥ (أ) في الشكل المقابل:

Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ ،

أ ب = ٥سم ، ب حـ = ٦سم ، أ حـ = ٤سم ، أ ء = ٣سم

أوجد طول كلٍّ من: $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ أ}}$

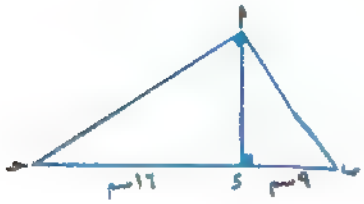


(ب) في الشكل المقابل:

(∠ ب أ حـ) قائمة ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ،

ب ء = ٩سم ، ء حـ = ١٦سم

أوجد طول: $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$



١ اختر الإجابة الصحيحة:

١) Δ أ ب جـ فيه: (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} > (أ جـ)^{٢} فإن: ∠ ب تكون ..... .

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

٢) إذا كان: Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع وكان ق (∠ ب) = ٥٠° فإن: ق (∠ ص) = ... °

(أ) ١٣٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٥٠

٣) طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة نفسها.

(أ) ≥ (ب) ≤ (جـ) < (د) غير ذلك

٤) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٤ سم وارتفاعه ١٠ سم، تكون مساحته تساوى ..... سم^{٢}

(أ) ١٤ (ب) ٤٠ (جـ) ٢٨ (د) ٢٠

٥) مربع طول ضلعه ٥ سم، تكون مساحته ..... سم^{٢}

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٠ (د) ١٢,٥

---

٢ أكمل ما يأتى:

١) طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم يساوى .....

٢) المضلعان المشابهان لثالث ..... .

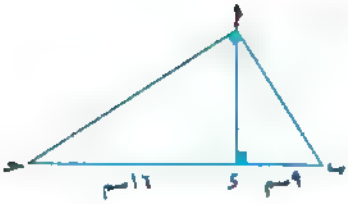
٣) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ..... فى المساحة.

٤) أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه: ق (∠ أ) = ٥٠° فإن: ق (∠ ب) = ... °

٣ (ا) في الشكل المقابل: Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ،

$\overline{أ د} \perp \overline{ب حـ}$ ، ب د = ٩سم ، د حـ = ١٦سم

أوجد طول كلٍّ من: $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{أ د}$



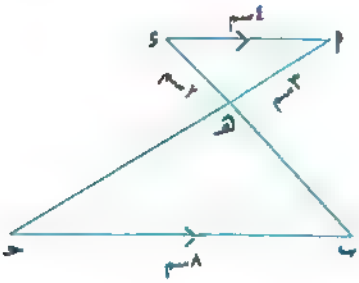
(ب) في الشكل المقابل:

$\overline{أ د} \parallel \overline{ب حـ}$ ، أ د = ٤سم ، أ هـ = ٣سم ،

د هـ = ٢سم ، ب حـ = ٨سم ،

(١) أثبت أن: Δ أ هـ د ~ Δ حـ هـ ب

(٢) أوجد طول كلٍّ من: $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{حـ هـ}$

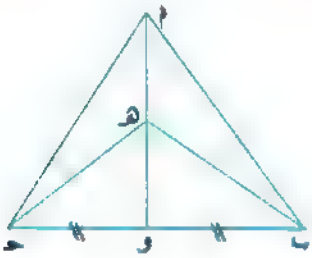


---

٤ (ا) في الشكل المقابل: Δ أ ب حـ فيه:

و منتصف $\overline{ب حـ}$

أثبت أن: مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ هـ حـ



(ب) Δ أ ب حـ فيه: أ ب = ٧سم ، ب حـ = ٨سم ، أ حـ = ١٠سم

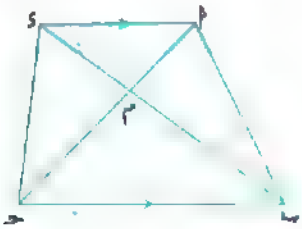
بيِّن نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه.

---

٥ (ا) في الشكل المقابل:

$\overline{أ حـ} \cap \overline{ب د} - \{م\}$ ، $\overline{أ د} \parallel \overline{ب حـ}$

أثبت أن: مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ د م حـ



(ب) أوجد مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم ، ٨سم

وارتفاعه ١٠سم.

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) معين طولا قطريه ٦سم ، ١٠سم تكون مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٤ (د) ١٦

(٢) طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) = (ب) < (جـ) > (د) ≠

(٣) إذا كان: Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و ، ق (∠ ب) = ٧٠° ، ق (∠ و) = ٥٠°

فإن: ق (∠ أ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٧٠° (د) ٨٠°

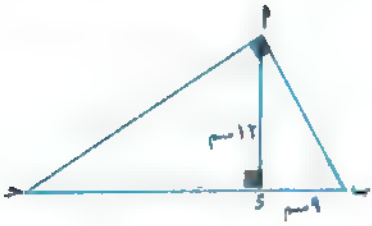
(٤) القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى ....

(أ) المعين (ب) المستطيل (جـ) المربع (د) متوازى الأضلاع

(٥) فى الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ ،

$\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، ب ء = ٩سم ، أ ء = ١٢سم

فإن: طول $\overline{ء جـ}$ = ... سم



(أ) ١٥ (ب) ١٦ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

---

٢ أكمل ما يأتى:

(١) المضلعان المشابهان لمضلع ثالث يكونان ....

(٢) النسبة بين طول ضلع المربع : محيطه = ... : .....

(٣) إذا كان: Δ أ ب جـ فيه (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢} − (ب جـ)^{٢} = صفر ، فإن: ق (∠ .....) = ٩٠°

(٤) إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨سم ، ١٠سم وارتفاعه الأكبر ٥سم

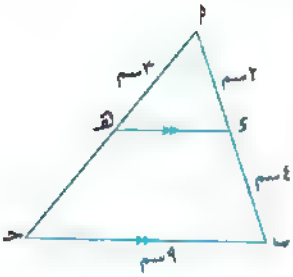
فإن ارتفاعه الأصغر = ...

٣ ( ) في الشكل المقابل: $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ء = ٢سم ،

أ هـ = ٣سم ، ء ب = ٤سم ، ب حـ = ٩سم

(١) أثبت أن: Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

(٢) أوجد طول $\overline{\text{ء هـ}}$ ، $\overline{\text{هـ حـ}}$



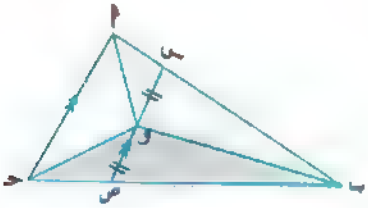
(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٢سم ، ٨سم وارتفاعه ٦سم ، احسب مساحته.

---

٤ (ا) في الشكل المقابل:

و منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن: مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ ب و



(ب) حدد نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لزواياه حيث:

أ ب = ١٢سم ، ب حـ = ٩سم ، أ حـ = ١٥سم

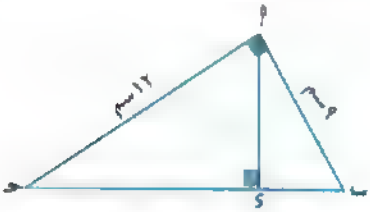
---

٥ (ا) في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ،

$\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ب = ٩سم ، أ حـ = ١٢سم

احسب: طول $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$



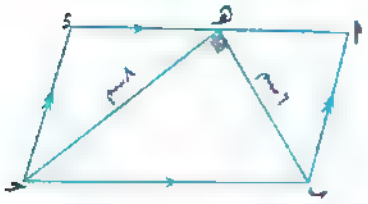
(ب) في الشكل المقابل: أ ب حـ ء متوازي أضلاع

هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ ، و (∠ ب هـ حـ) = ٩٠° ،

هـ ب = ٦سم ، هـ حـ = ٨سم أوجد:

(١) مساحة Δ ب هـ حـ

(٢) مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء



١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) < (ب) > (جـ) ≥ (د) =

٣ مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥
فإن النسبة بين محيطيهما = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ٥ (جـ) ٣ : ٤ (د) ٤ : ٢٥

٤ الزاوية التى قياسها ٦٠° تتمم زاوية قياسها .....

(أ) ٣٠° (ب) ٤٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٢٠°

٥ مسقط النقطة (٥ ، ٢) على محور السينات هى النقطة .....

(أ) (٥ ، ٠) (ب) (٠ ، ٥) (جـ) (٠ ، ٢) (د) (٢ ، ٠)

---

٢ أكمل ما يأتى:

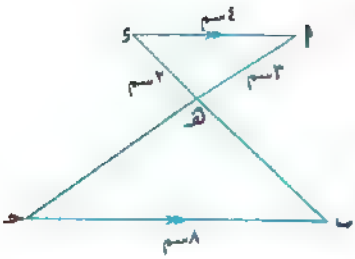
١ يتشابه المثلثان إذا كانت الزوايا المتناظرة ....

٢ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع -

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب)^{٢} > (ب حـ)^{٢} + (أ حـ)^{٢} فإن نوع ∠ حـ ....

٤ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن طول ضلعه = ... سم.

٣ (أ) في الشكل المقابل:



$\overline{أجـ} \cap \overline{بء} = \{هـ\}$ ، $\overline{أء} \parallel \overline{بجـ}$ ،

أء = ٤سم ، أهـ = ٣سم ، هـء = ٢سم ، بجـ = ٨سم

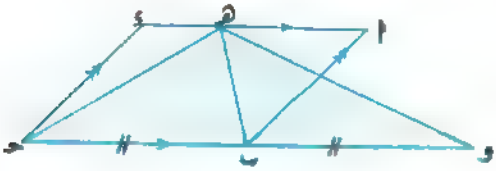
(١) أثبت أن: Δ أهـء ~ Δ جـهـب

(٢) أوجد: طول $\overline{هـب}$ ، $\overline{هـجـ}$

(ب) أوجد مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم ، ٨سم وارتفاعه ٥سم.

---

٤ (أ) في الشكل المقابل:



أبجـء متوازى أضلاع ، و $\in \overleftarrow{جـب}$

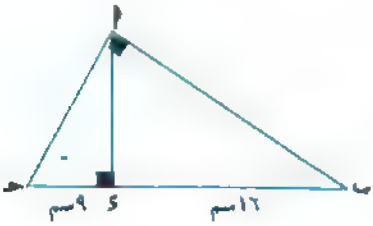
بحيث وب = بجـ

أثبت أن: مساحة Δ هـوجـ = مساحة متوازى الأضلاع أبجـء

(ب) حدد نوع Δ أبجـ بالنسبة لزواياه حيث أب = ٦سم ، بجـ = ٨سم ، أجـ = ١٠سم

---

٥ (أ) في الشكل المقابل:

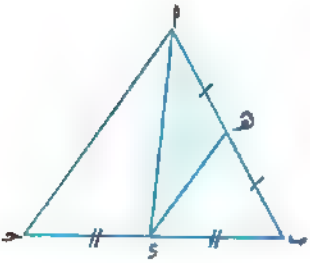


أبجـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

بحيث بء = ١٦سم ، ءجـ = ٩سم

احسب: طول $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أء}$

(ب) في الشكل المقابل:



أبجـ مثلث مساحته = ١٦سم^{٢} ،

ء منتصف $\overline{بجـ}$ ، هـ منتصف أب أوجد:

(١) مساحة Δ أبء

(٢) مساحة Δ أءهـ

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ قياس إحدى زوايا الخماسى المنتظم = ...

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ١٠٨° (د) ٥٤٠°

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحة سطحه .... سم²

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٣ إذا كان المثلثان متطابقين فإن نسبة التكبير بينهما = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٤ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$ فإن (أ د)² = ... × د جـ

(أ) أ ب (ب) أ جـ (جـ) ب جـ (د) د ب

٥ Δ أ ب جـ فيه: (أ ب)² < (أ جـ)² + (ب جـ)² فإن زاوية جـ تكون .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × .....

٢ مساحة المربع = ... سم² عندما يكون طول قطره يساوى ١٠ سم

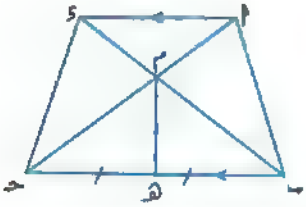
٣ مضلعان متشابهان النسبة بين محيطهما هى ٥ : ٣ ، تكون النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ... .

٤ إذا كانت النقطة س ∈ للمستقيم ل ، فإن مسقط س على المستقيم ل هو .....

٣ (أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨سم ، ١٢سم والبعد العمودى بينهما ٥سم

أوجد مساحة سطحه.

(ب) فى الشكل المقابل:

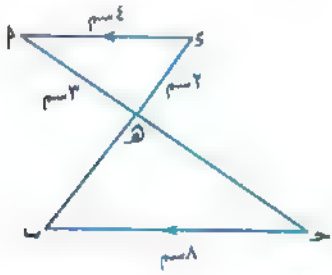


$\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

أثبت أن: مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل:



$\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{هـ\}$ ،

أ ء = ٤سم ، هـ ء = ٢سم ، أ هـ = ٣سم ، ب حـ = ٨سم

(١) أثبت أن: Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب

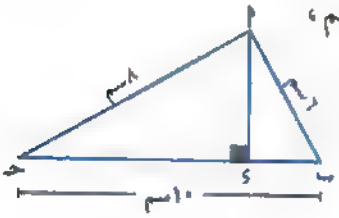
(٢) أوجد طول $\overline{هـحـ}$

(ب) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى Δ أ ب حـ حيث:

أ ب = ٨سم ، ب حـ = ١١سم ، أ حـ = ١٤ سم.

---

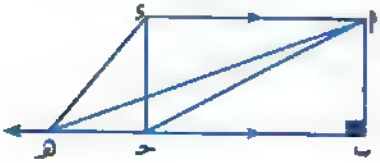
٥ (أ) فى الشكل المقابل: Δ أ ب حـ فيه: أ ب = ٦سم ، أ حـ = ٨سم ،



ب حـ = ١٠سم ، $\overline{أء} \perp \overline{بحـ}$

أثبت أن: ق ($\angle$ ب أ حـ) = ٩٠° ، ثم أوجد طول $\overline{أء}$

(ب) فى الشكل المقابل: أ ب حـ ء مستطيل



وصل $\overline{أحـ}$ ، ق ($\angle$ ب) = ٩٠° ، هـ $\in$ $\overleftarrow{بحـ}$

أثبت أن: مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ هـ ء

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١) Δ أ ب حـ فيه: (أ ب)^{٢} > (ب حـ)^{٢} + (أ حـ)^{٢} فإن زاوية حـ تكون .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) مستقيمة (د) منفرجة

٢) معين طولا قطريه ٨سم ، ١٢سم تكون مساحته = ... سم^{٢}.

(أ) ٤٨ (ب) ٩٦ (جـ) ٢٤ (د) ٢٠

٣) مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ ، محيط الأكبر ١٥٠سم فيكون محيط الأصغر = ... سم.

(أ) ١٢٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٩٠ (د) ٦٠

٤) شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^{٢} وارتفاعه ٥سم، يكون طول قاعدته المتوسطة = ... سم

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

٥) أ ب حـ ء متوازى أضلاع ق (∠ أ) = ١٠٠° ، فإن ق (∠ ب) = ...°

(أ) ٢٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

---

٢ أكمل ما يأتى:

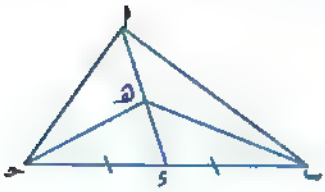
١) إذا كانت النقطة أ ∈ للمستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....

٢) فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = (أ حـ)^{٢} فإن زاوية .... قائمة.

٣) شبه منحرف طولا قاعدتيه ٦سم ، ١٠سم وارتفاعه ٨سم تكون مساحته = ... سم^{٢}.

٤) مربع مساحته ٧٢سم^{٢} ، طول قطره = ... سم.

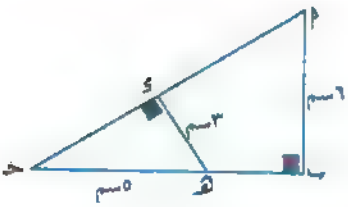
٣ (أ) في الشكل المقابل: Δ أ ب جـ فيه:



د منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ $\in$ $\overline{\text{أ د}}$

أثبت أن: م (Δ أ ب هـ) = م (Δ أ جـ هـ)

(ب) في الشكل المقابل: Δ أ ب جـ فيه:



ق ($\angle$ ب) = ٩٠° ، ق ($\angle$ هـ د جـ) = ٩٠° ،

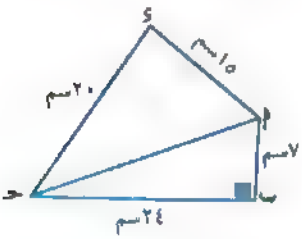
أ ب = ٦سم ، هـ د = ٣سم ، جـ هـ = ٥سم

(١) أثبت أن: Δ أ ب جـ ~ Δ هـ د جـ

(٢) أوجد: طول $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$

---

٤ (أ) في الشكل المقابل: أ ب جـ د شكل رباعي فيه:



ق ($\angle$ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٧سم ، جـ د = ٢٠سم ،

ب جـ = ٢٤سم ، أ د = ١٥سم

(١) أثبت أن: ق ($\angle$ د) = ٩٠°

(٢) أوجد مساحة الشكل أ ب جـ د

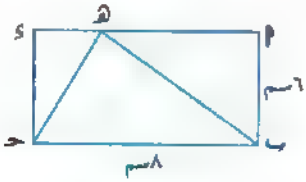
(ب) في الشكل المقابل:

إذا كان: م (Δ أ ب م) = م (Δ د جـ م)

فأثبت أن: $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

---

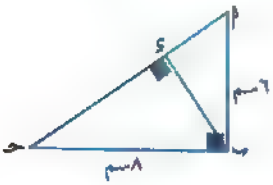
٥ (أ) في الشكل المقابل: أ ب جـ د مستطيل فيه:



هـ $\in$ $\overline{\text{أ د}}$ ، أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم

أوجد مساحة Δ ب هـ جـ

(ب) في الشكل المقابل:



أوجد أطوال: $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$

٧- محافظة القليوبية

١ اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس:

١ مربع طول قطره ٨ سم فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٢٤ (ب) ٣٢ (جـ) ٦٤ (د) ١٢

٢ جميع ..... متشابهة.

(أ) المثلثات (ب) المستطيلات (جـ) المربعات (د) المعينات

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

٤ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته = ...سم^{٢}.

(أ) ٨٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ١٨

٥ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع تساوى .....

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

---

٢ أكمل:

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .....

٢ معين طولا قطراه ١٢ سم ، ١٦ سم . فإن مساحته = ... سم^{٢}

٣ Δ أ ب حـ إذا كان (أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} فإن ق (∠ .....) = ٩٠°

٤ إذا كانت نسبة التكبير لمثلثين متشابهين = ... فإن المثلثين يتطابقان.

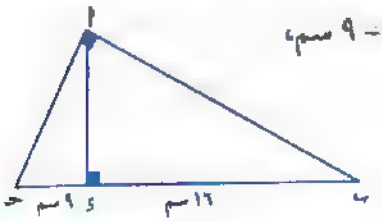
---

٣ (أ) شبه المنحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم ، وارتفاعه ٤ سم. **أوجد** مساحة سطحه.

(ب) **فى الشكل المقابل:** $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، ب د = ١٦ سم ، د حـ = ٩ سم ،

، ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

احسب طول: $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{أ د}$



٤ (أ) في الشكل المقابل: م (Δ أ ب حـ) = م (Δ ء هـ حـ)

أثبت أن: $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

(ب) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان: أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ ء = ٥ سم

---

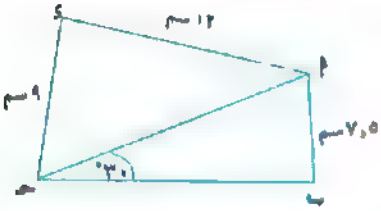
٥ (أ) في الشكل المقابل: $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

ءهـ = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ ء = ٣ سم

١ أثبت أن: Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

٢ أوجد طول: $\overline{أب}$

(ب) في الشكل المقابل: ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠° ، ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°



أ ب = ٧,٥ سم ، أ ء = ١٢ سم ، ء حـ = ٩ سم

أثبت أن: ق (∠ ء) = ٩٠°

٢ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان س ص ع ل متوازي أضلاع، مساحة Δ س ص ع = ١٨ سم²

فإن مساحة متوازي الأضلاع س ص ع ل تساوي ..... سم²

٢ في Δ أ ب حـ إذا كان: (أ ب − أ حـ)(أ ب + أ حـ) < (ب حـ)² فإن: ∠ حـ تكون .....

٣ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .....

٤ إذا كان أ ب حـ ء مربعًا، فيكون مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ ، فإن النسبة بين محيطيهما هى ....

(أ) ٥ : ٨ (ب) ٨ : ٣ (جـ) ٣ : ٥ (د) ٣ : ٨

(٢) أ ب جـ مثلث أطوال أضلاعه ٣سم ، ٤سم ، ٥سم فإن مساحة سطحه تساوى .... سم^{٢}

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٢

(٣) مربع مساحة سطحه ٨سم^{٢} ، فإن طول قطره يساوى .... سم

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٢

(٤) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٠سم، وارتفاعه ٨سم ، فإن مساحة سطحه .... سم^{٢}

(أ) ١٢٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٨٠ (د) ٤٠

(٥) إذا كانت نسبة التشابه بين مثلثين متشابهين هى ١ : ٢ وكان قياس زاوية فى المثلث الأصغر هـ ٥٠° فإن قياس الزاوية المناظرة لها فى المثلث الأكبر = ...

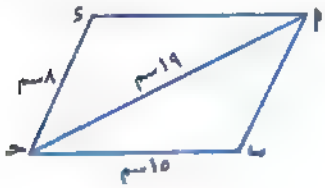
(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (جـ) ١٠٠° (د) ٣٠°

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل: أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه:

ب جـ = ١٥سم ، ء جـ = ٨سم ، أ جـ = ١٩سم

برهن أن: △ أ ب جـ منفرجة

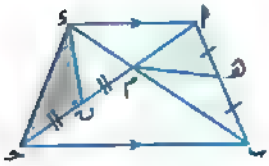


(ب) فى الشكل المقابل:

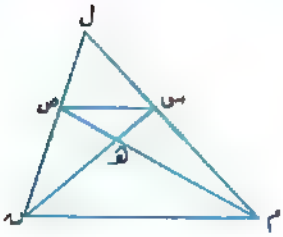
$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ،

ن منتصف $\overline{م جـ}$

برهن أن: مساحة سطح △ أ هـ م = مساحة سطح △ ء ن جـ



٤ (أ) في الشكل المقابل: ل م ن مثلث فيه:

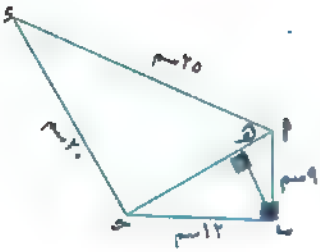


س ∈ $\overline{\text{ل م}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{ل ن}}$

فإذا كانت مساحة Δ ل س ن = مساحة Δ ل ص م

فأثبت أن: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{م ن}}$

(ب) في الشكل المقابل: Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب



$\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$ ، أ ب = ٩سم ، ب جـ = ١٢سم ،

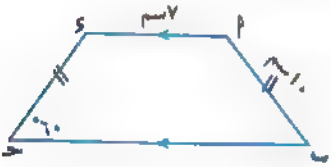
أ د = ٢٥سم ، جـ د = ٢٠سم

(١) أوجد: طول $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$

(٢) برهن أن: ق (∠ أ جـ د) = ٩٠°

---

٥ (أ) في الشكل المقابل: أ ب جـ د شبه منحرف فيه:

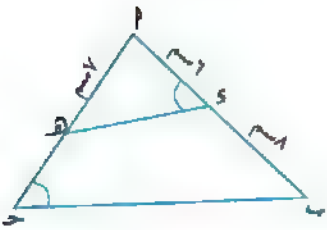


$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = د جـ

أ د = ٧سم ، أ ب = ١٠سم ، ق (∠ جـ) = ٦٠°

أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د

(ب) في الشكل المقابل:



ق (∠ أ د هـ) = ق (∠ جـ)،

أ د = ٦سم ، د ب = ٨سم ، أ هـ = ٧سم

أثبت أن: Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب وأوجد طول $\overline{\text{هـ جـ}}$

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كانت: مساحة متوازى أضلاع ٥٠سم² وطول قاعدته ١٠سم

فإن: الارتفاع المناظر يساوى ..... سم

(أ) ٥٠٠ (ب) ٢٥٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٥

(٢) إذا كانت: نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى ..... فإن: المضلعين يكونان متطابقين.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٣) مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو .....

(أ) نقطة (ب) قطعة مستقيمة (جـ) شعاع (د) مستقيم

(٤) إذا كانت: مساحة مربع ٢٥سم² ومحيطه (٣س - ٤) فإن: س = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢٠

(٥) فى المثلث أ ب جـ : ق (∠أ) = ٩٠° ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ فإن: (أ ب)² = ...

(أ) أ ب × د جـ (ب) جـ د × ب د (جـ) ب د × ب جـ (د) جـ د × جـ ب

---

٢ أكمل ما يأتى:

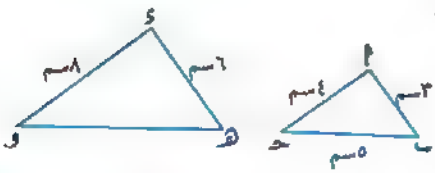
(١) معين محيطه ٢٠سم، ومساحته ٤٠سم² فإن: ارتفاعه = ... سم

(٢) مجموع قياسى أى زاويتين متتاليتين فى متوازى الأضلاع يساوى ..... °

(٣) إذا كان: Δ س ص ع فيه: (س ص)² > (س ع)² + (ص ع)² فإن: ∠ع تكون .....

(٤) فى الشكل المقابل: إذا كان: Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و

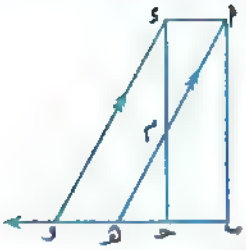
فإن هـ و = ... سم



٣ (١) في الشكل المقابل: أ ب حـ ء مستطيل،

$\overline{أهـ}$ // $\overline{ءو}$ ، هـ ، و ∈ $\overleftarrow{بحـ}$

أثبت أن: مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و



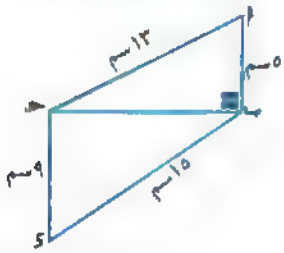
(ب) في الشكل المقابل:

ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ ب = ٥سم ، ب ء = ١٥سم ،

ء حـ = ٩سم ، حـ أ = ١٣سم

(١) أوجد طول $\overline{بحـ}$

(٢) أثبت أن: ق (∠ ب حـ ء) = ٩٠°

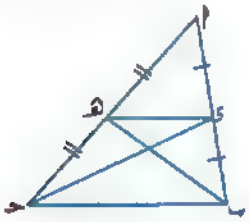


---

٤ (١) في الشكل المقابل:

ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

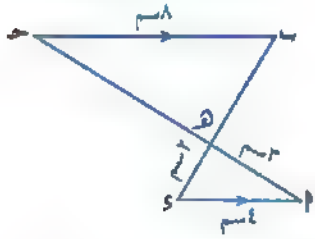
أثبت أن: مساحة Δ ب ء هـ = مساحة Δ حـ هـ ء



(ب) في الشكل المقابل: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

(١) أثبت أن: Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب

(٢) أوجد طول $\overline{هـحـ}$

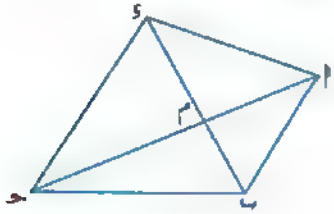


---

٥ (١) في الشكل المقابل: أ ب حـ ء شكل رباعي فيه:

مساحة Δ ب م حـ = مساحة Δ أ م ء

برهن أن: $\overline{أب}$ // $\overline{ءحـ}$

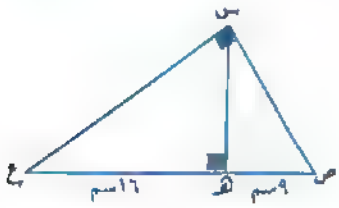


(ب) في الشكل المقابل:

ق (∠ ص س ع) = ٩٠°

$\overline{سهـ}$ ⊥ $\overline{صع}$ ، ص هـ = ٩سم ، هـ ع = ١٦سم

أوجد طول كلٍّ من : $\overline{سص}$ ، $\overline{سهـ}$



١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) < (ب) > (جـ) ≥ (د) ≤

(٢) Δ أ ب جـ فيه: ∠ أ تتمم ∠ جـ فإن: (أ جـ)^{٢} ..... (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) غير ذلك

(٣) جميع ..... متشابهة.

(أ) المثلثات (ب) المستطيلات

(جـ) المربعات (د) متوازيات الأضلاع

(٤) أ ب جـ د متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^{٢} ، س منتصف $\overline{أ د}$

فإن: مساحة (Δ ب أ س) = ... سم^{٢}

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٢٤

(٥) قياس كل زاوية من زوايا الشكل الخماسى المنتظم = ... °

(أ) ١٢٠ (ب) ١٣٥ (جـ) ١٨٠ (د) ١٠٨

---

٢ أكمل ما يأتى:

(١) يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

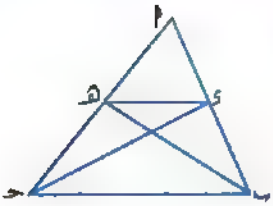
(٢) مسقط النقطة (-٣ ، ٥) على محور الصادات هو .....

(٣) إذا كان: Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ، ق (∠ ب) = ١٠٠° ، ق (∠ د) = ٣٠°

فإن: ق (∠ جـ) = ...°

(٤) معين محيطه = ٢٠ سم وطول أحد قطريه = ٦ سم ، فإن مساحته = ...

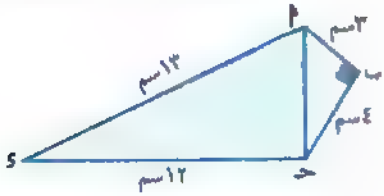
٣ (أ) فى الشكل المقابل:



مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ حـ ء

أثبت أن: $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب = ٣سم ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ،

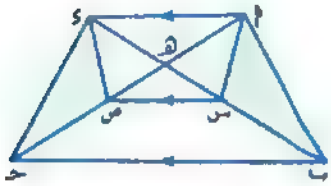
ب حـ = ٤سم ، حـ ء = ١٢سم ، أ ء = ١٣سم

(١) أوجد طول $\overline{أ حـ}$ (٢) أثبت أن: Δ أ حـ ء قائم الزاوية فى حـ

---

٤ (أ) متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٥سم ، ٧سم وارتفاعه الأصغر ٤سم . أوجد مساحته.

(ب) فى الشكل المقابل:



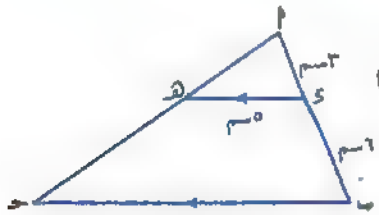
أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ ،

$\overline{أ ء}$ // $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن: مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء حـ ص

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل: أ ب حـ مثلث فيه:

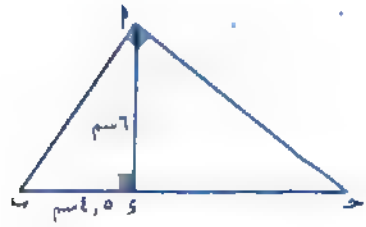


$\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٣سم ، ب ء = ٦سم ، ء هـ = ٥سم

(١) أثبت أن: Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

(٢) أوجد طول $\overline{ب حـ}$

(ب) فى الشكل المقابل: أ ب حـ مثلث فيه:



$\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° ،

ب ء = ٤,٥ سم ، أ ء = ٦سم

أوجد: طول $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{أ حـ}$

١ الأسئلـــة الموضوعية: اختر الإجابة الصحيحة:

(١) معين طولا قطريه ١٠ سم ، ٦ سم تكون مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

(٢) جميع ..... متشابهة

(أ) المستطيـــلات (ب) المثلثـــات

(جـ) متوازيات الأضلاع (د) المربعـــات

(٣) ..... المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين متساويين فى المساحة.

(أ) ارتفاع (ب) ضلع (جـ) رأس (د) متوسط

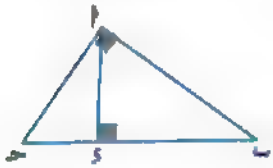
(٤) فى المثلث أ ب حـ إذا كان: (أ حـ)^{٢} + (حـ ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} فإن: ق (∠ .....) = ٩٠°

(أ) ب (ب) ء (جـ) حـ (د) أ

(٥) مسقط شعاع على مستقيم معلوم ليس عموديًا عليه هو .....

(أ) شعاع (ب) مستقيم (جـ) نقطة (د) قطعة مستقيمة

(٦) فى الشكل المقابل: (أ ب)^{٢} = ... × ب حـ



(أ) ء حـ (ب) ب ء

(جـ) أ ء (د) أ حـ

(٧) من الشكل السابق: مسقط $\overline{أ ء}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = ...

(أ) {أ} (ب) {حـ} (جـ) {ب} (د) {ء}

(٨) مساحة متوازى الأضلاع ..... مساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.

(أ) تساوى (ب) ربع (جـ) نصف (د) ضعف

(٩) مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ١٤ (ب) ٤٨ (جـ) ٢٤ (د) ٩٦

١٠ أ ب حـ مثلث فيه: $(أ حـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢$ فإن زاوية ب تكون ..... .

(أ) منفرجة (ب) قائمة (جـ) منعكسة (د) حادة

١١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين = ... فإن المضلعين متطابقان.

(أ) ٠,٥ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٠,٢٥

١٢ المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم ..... هذه القاعدة.

(أ) ينصف (ب) عمودى (جـ) يساوى (د) يوازى

١٣ مساحة شبه المنحرف = ... × الارتفاع

(أ) الطول (ب) القاعدة الكبرى (جـ) القاعدة الصغرى (د) القاعدة المتوسطة

١٤ مربع مساحته ٢٥سم^٢ فإن محيطه = ... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ١٠٠

١٥ إذا كان المثلث س ص ع ~ المثلث أ ب حـ فإن: ق (∠ ص) = ق (∠ .....)

(أ) ب (ب) س (جـ) ع (د) حـ

١٦ متوازى أضلاع طول قاعدته ٨سم وطول ارتفاعه المناظر لها ٥سم فإن مساحته = ... سم^٢

(أ) ١٣ (ب) ٤٠ (جـ) ١٦ (د) ١٠

١٧ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ... °

(أ) ١٨٠ (ب) ٩٠ (جـ) ٢٧٠ (د) ٣٦٠

١٨ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦سم ، ٨سم ، ١٠سم يكون .....

(أ) منعكس الزوايا (ب) منفرج الزاوية (جـ) حاد الزوايا (د) قائم الزاوية

١٩ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) صفر

٢٠ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم وموازية له ..... طول هذه القطعة المستقيمة.

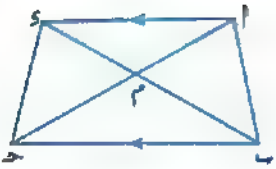
(أ) = (ب) < (جـ) > (د) غير ذلك

٢١ مثلث مساحته ٣٦سم^٢ وطول قاعدته ١٢سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٨ (د) ١٢

٢ الأسئلـــة المقاليـــة:

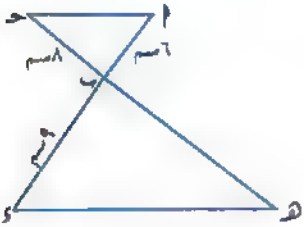
٢٢ في الشكل المقابل:



$\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

أثبت أن: مساحة المثلث أ م ب = مساحة المثلث ء م حـ

٢٣ في الشكل المقابل:

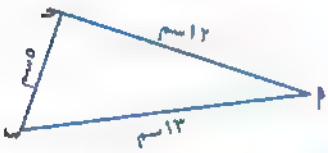


$\overline{أء} \cap \overline{حـهـ} = \{ب\}$ ، Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب هـ ،

ب حـ = ٨سم ، أ ب = ٦سم ، ب ء = ٩سم

(١) أوجد طول $\overline{بهـ}$ (٢) أوجد نسبة التكبير.

٢٤ في الشكل المقابل:



أثبت أن: ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مثلثان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما هى ١ : ٢ وكان محيط المثلث الأكبر ٢٤ سم، فإن محيط المثلث الأصغر ..... سم

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

(٢) معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته = ... سم^2

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٢ (د) ١٥

(٣) إذا كان: $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{س ص}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$ ..... طول $\overline{أب}$

(أ) < (ب) = (جـ) ≥ (د) >

(٤) مساحة المثلث ..... مساحة متوازى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين.

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

(٥) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى الداخلة تساوى ..... °

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ٥٤٠

٢ أكمل ما يأتي:

١ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٧سم ، ٥سم وارتفاعه الأكبر ٦سم فإن مساحته = ... سم٢

٢ مربع مساحته ٥٠ سم٢ ، فإن طول قطره = ... سم.

٣ الأطوال ٤سم ، ٧سم ، ٥سم تصلح أن تكون أضلاع مثلث ..... الزاوية.

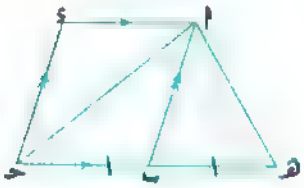
٤ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين = ...

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل أ ب حـ ء متوازى أضلاع

ب هـ = ب حـ

أثبت أن مساحة Δ أ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

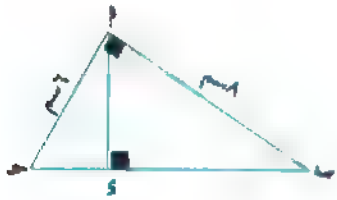


(ب) فى الشكل المقابل:

Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ،

$\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ٨سم ، أ حـ = ٦سم أوجد:

(١) طول $\overline{ب حـ}$ (٢) طول $\overline{أء}$

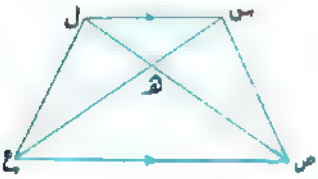


---

٤ (أ) فى الشكل المقابل:

إذا كان: $\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$

أثبت أن: مساحة Δ س ص هـ = مساحة Δ ل ع هـ

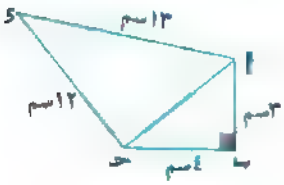


(ب) فى الشكل المقابل: ق (∠ ب) = ٩٠°

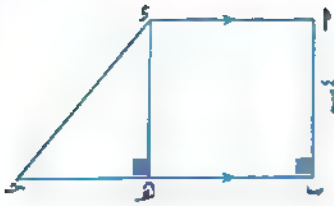
ب حـ = ٤سم ، أ ب = ٣سم ،

أ ء = ١٣سم ، حـ ء = ١٢سم

(١) أوجد طول $\overline{أ حـ}$ (٢) أثبت أن: $\overline{حـ ء}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$



٥ (أ) في الشكل المقابل:



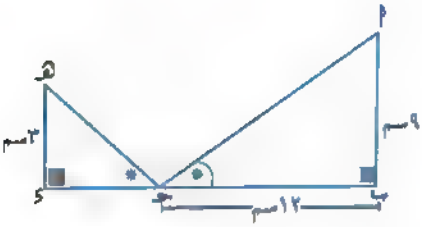
أ ب حـ ء شبه منحرف قائم الزاوية في ب ، فيه:

$\overline{ءهـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ء = أ ب = ٤سم ، ب حـ = ٧سم أوجد:

(١) طول مسقط $\overline{ء حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$

(٢) مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب = ٩سم ، ء هـ = ٣سم ، ب حـ = ١٢سم ،

ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٩٠° ،

ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ هـ حـ ء)

(١) أثبت أن: Δ أ ب حـ ~ Δ هـ ء حـ

(٢) أوجد طول $\overline{ء حـ}$ ، $\overline{هـ حـ}$

١٣ [illegible] راجع إجابتك في (100% إجابات)

مدبريه التربية و التعليم – توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) في Δ س ص ع إذا كان: (س ص)^{٢} = (س ع)^{٢} + (ص ع)^{٢} فإن: (∠ ع) تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٢) مربع مساحته ٢٥سم^{٢} ، فإن محيطه يساوي ..... سم.

(أ) ٢٥ (ب) ١٠٠ (جـ) ٢٠ (د) ٥٠

(٣) عدد محاور التماثل في المثلث المتساوي الساقين يساوي .....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٣

(٤) طول قطر المربع الذي مساحته ٥٠سم^{٢} يساوي . ...

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

(٥) طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم . ... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٢ أكمل ما يأتى:

(١) الزاوية التى قياسها ٦٥° تكمل زاوية قياسها .....

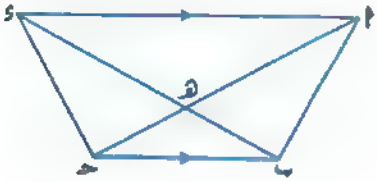
(٢) مساحة المعين الذى طولا قطريه ٤سم ، ٩سم يساوى ....

(٣) يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

(٤) إذا كانت: ق (∠ أ ب حـ) = ٤٥° فإن: ق (∠ أ ب حـ) المنعكسة يساوى .. ..

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل:



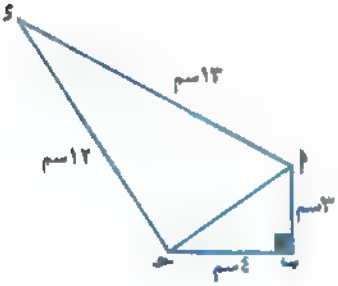
$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن: مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء حـ هـ

(ب) بيِّن نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان: أ ب = ٧سم ، ب حـ = ٣سم ، أ حـ = ٥سم

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل:



أ ب = ٣سم ، ب حـ = ٤سم ،

أ ء = ١٣سم ، ء حـ = ١٢سم ،

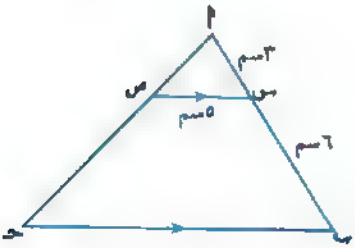
ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

أثبت أن: ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠°

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠سم ، ٤سم وارتفاعه ٦سم أوجد مساحته.

---

٥ (أ) فى الشكل المقابل:



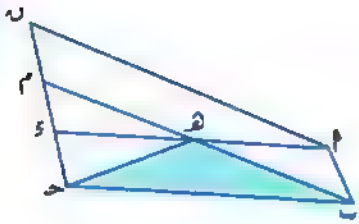
$\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ،

أ س = ٣سم ، س ب = ٦سم ، س ص = ٥سم

(١) أثبت أن: Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

(٢) أوجد طول $\overline{ب حـ}$

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

برهن أن:

مساحة المثلث ب هـ حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة متوازى الأضلاع أ ب م ن

١٤ محافظة الفيوم

راجع إجابتك فى (100% إجابات)

إدارة أبشواى التعليمية - توجيه الرياضيات

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١ الزاوية التى قياسها ١٧٩°٦٠′ زاوية ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

٢ كل .... متشابهة.

(أ) المعينات (ب) المربعات (جـ) المستطيلات (د) المثلثات

٣ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى الداخلة = ...°

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ٥٤٠

٤ معين طولا قطريه ١٠سم ، ٨سم تكون مساحته .... سم²

(أ) ٨٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٣٦ (د) ١٨

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة نفسها.

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ⩾

---

٢ أكمل ما يأتى:

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .....

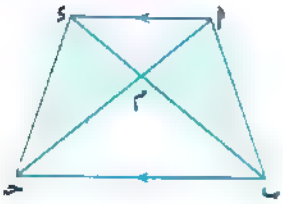
٢ إذا كان: Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع ، أ ب = $\frac{3}{5}$ س ص

فإن: محيط Δ أ ب حـ = ... محيط Δ س ص ع

٣ مسقط نقطة تقع على مستقيم معلوم هو ....

٤ إذا كان نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين = ... فإن المضلعين متطابقان.

٣ (أ) في الشكل المقابل:



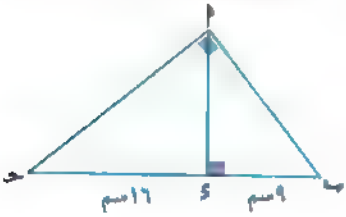
$\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$ ، $\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{بد}$ = {م}

أثبت أن: مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ د جـ م

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم ، ١٠سم وارتفاعه ٥سم أوجد مساحته.

---

٤ (أ) في الشكل المقابل:



ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ ،

ب د = ٩سم ، جـ د = ١٦سم

أوجد طول كلٍّ من: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$

(ب) في الشكل المقابل:

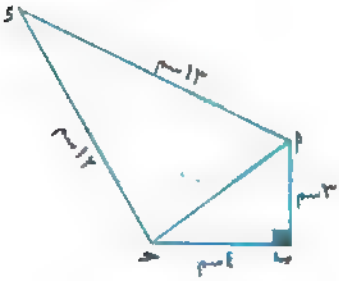
ق(∠ أ هـ د) = ق(∠ ب) ،

أ هـ = ٣سم ، أ د = ٤سم ، ب د = ٥سم

أثبت أن: Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب ، ثم أوجد طول $\overline{هـجـ}$

---

٥ (أ) في الشكل المقابل:



ق(∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣سم ، ب جـ = ٤سم ،

أ د = ١٣سم ، جـ د = ١٢سم

أوجد طول $\overline{أجـ}$ ، ثم أثبت أن: ق(∠ أ جـ د) = ٩٠°

(ب) حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في Δ أ ب جـ

إذا كان: أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، أ جـ = ١١سم

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

(٢) متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين ٧سم ، ٥سم وارتفاعه الأصغر ٣سم ،

فإن مساحته = ... سم^{٢}

(أ) ١٥ (ب) ٢١ (جـ) ٣٥ (د) ١٨

(٣) طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة الأصلية.

(أ) ≥ (ب) ≤ (جـ) = (د) صفر

(٤) فى Δ س ص ع إذا كان: (س ص)^{٢} > (س ع)^{٢} + (ص ع)^{٢} فإن: (∠ ص) تكون .....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

(٥) مساحة سطح متوازى الأضلاع تساوى ..... مساحة سطح المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ثلث (د) ربع

---

٢ أكمل ما يأتى:

(١) إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى ..... كان المضلعان متطابقين.

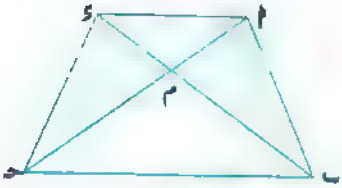
(٢) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .....

(٣) إذا كان: Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و وكان: ق (∠ ب) + ق (∠ جـ) = ٨٠°

فإن: ق (∠ ء) = ...

(٤) معين طولا قطريه ٩سم ، ١٢سم ، فإن مساحته = ... سم^{٢}

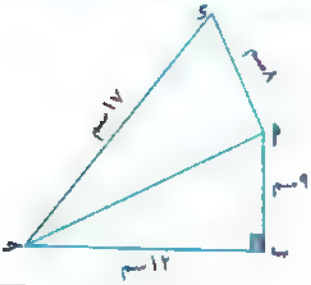
٣ (أ) في الشكل المقابل:



مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ د جـ م

برهن أن: $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

(ب) في الشكل المقابل:



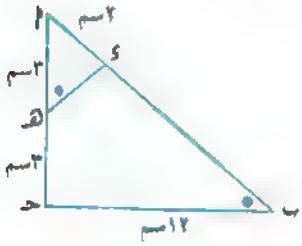
ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، أ ب = ٩سم ،

ب جـ = ١٢سم ، أ د = ٨سم ، د جـ = ١٧سم

أثبت أن: ق (∠ د أ جـ) = ٩٠°

---

٤ (أ) في الشكل المقابل:



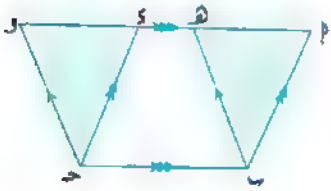
إذا كان: ق (∠ أ هـ د) = ق (∠ ب) ، أ د = ٢سم

أ هـ = هـ جـ = ٣سم ، ب جـ = ١٢سم

أثبت أن Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب

ثم أوجد طول $\overline{د هـ}$ ، $\overline{د ب}$

(ب) في الشكل المقابل:



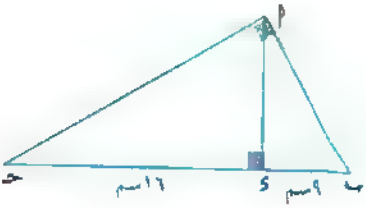
أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

أثبت أن: مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د جـ و

---

٥ (أ) شبه منحرف طولا القاعدتين المتوازيتين هما ٨سم ، ١٢سم وارتفاعه ٦سم أوجد مساحته.

(ب) في الشكل المقابل:



Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

أوجد طول $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ د}$

١ أكمل ما يأتى:

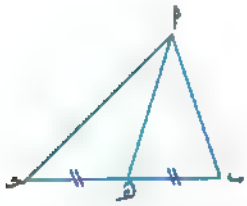
(١) مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما = ...

(٢) الأطوال ٥سم ، ١٢سم ، ١٣سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث .... الزاوية.

(٣) مربع مساحته ١٠٠سم^{٢} ، فإن طول قطره = ... سم

(٤) س ص ع مثلث فيه: س ص = ٧سم ، ص ع = $\sqrt{٧٤}$ سم ، س ع = ٥سم ، فإن ق (∠ س) = ...°

(٥) فى الشكل المقابل:



إذا كان: $\overline{أهـ}$ متوسط فى Δ أ ب جـ

فإن: مساحة Δ ..... = مساحة Δ .....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٤سم ، ٨سم والبعد العمودى بينهما ٣سم هى ..... سم^{٢}

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٩ (د) ٣٦

(٢) ء هـ و مثلث قائم الزاوية فى هـ ، $\overline{هـ ب}$ ⊥ $\overline{ء و}$ ويقطعه فى ب ، ء ب = ٤سم ، ب و = ٩سم ، فإن هـ ب = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٩

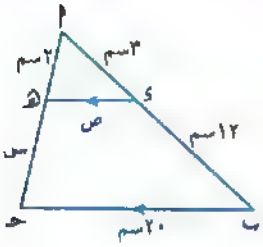
(٣) إذا كان: Δ أ ب جـ فيه: (أ ب)^{٢} > (ب جـ)^{٢} + (أ جـ)^{٢} ، فإن: زاوية جـ تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٤) مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦سم ، ١٠سم هى .... سم^{٢}

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٥ في الشكل المقابل:

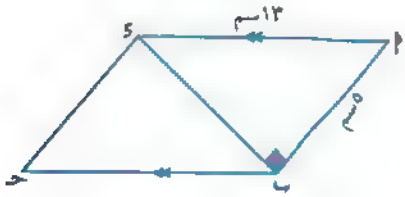


القيمة العددية للمقدار $\frac{ص}{س}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣

(جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٣ (أ) في الشكل المقابل:

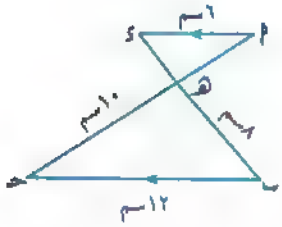


أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، أ ب = ٥سم ،

أ ء = ١٣سم حيث $\overline{ء ب}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

أوجد: مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء

(ب) في الشكل المقابل:



أثبت أن: Δ أ هـ ء ~ Δ جـ هـ ب

ثم أوجد: محيط Δ أ هـ ء

نهضة مصر
رقم الإيداع: ٢٠٢٤/١٩٧٤٦
ترخيص رقم: ١٠٢ / ١٠ / ١ / ٣٦٠
خدمة العملاء: 16766

الأضواء

الرياضيات

2025

الصف الثاني الإعدادي 2

الفصل الدراسي الثاني

الإجابات النموذجية

أولًا: الجبر والإحصاء

إجابات الوحدة الأولى

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (١)

١ أ (أ) العددان هما: ٤ ، ٥ (ب) العددان هما: −٥ ، ٣

٢ (أ) س² + ٧س + ١٢ = (س + ٣)(س + ٤)

(ب) س² − ٨س + ١٥ = (س − ٣)(س − ٥)

(جـ) ص² + ٦ص − ١٦ = (ص − ٢)(ص + ٨)

(د) س² − ٥س − ٦ = (س + ١)(س − ٦)

٢ أ (أ) − س² + ٣س + ١٠ = −(س² − ٣س − ١٠) = −(س − ٥)(س + ٢)

(ب) س(س − ١) − ٦ = س² − س − ٦ = (س − ٣)(س + ٢)

٢ س = ٨

٣ أ (أ) ٣س² − ٣٠س + ٦٣ = ٣(س² − ١٠س + ٢١) = ٣(س − ٣)(س − ٧)

(ب) س⁴ − ٨س²ص² + ١٥ص⁴ = (س² − ٣ص²)(س² − ٥ص²)

٢ جـ = ٥ أو ٨

٤ أ ٣س² + ٨س + ٥ = (٣س + ٥)(س + ١)

٢ ٦س − ٢٧ + ٥س² = ٥س² + ٦س − ٢٧ = (٥س − ٩)(س + ٣)

٥ أ (أ) ١٥أ² − ١٤أ + ٣ = (٥أ − ٣)(٣أ − ١)

(ب) ٨ص² − ٦ص − ٣٥ = (٤ص + ٧)(٢ص − ٥)

(جـ) ٢س²(أ − ٣ب) − ٣س(أ − ٣ب) − ٩(أ − ٣ب)

= (أ − ٣ب)(٢س² − ٣س − ٩)

= (أ − ٣ب)(٢س + ٣)(س − ٣)

٢ بعدا المستطيل هما: (٢س + ١) سم ، (س + ٣) سم

∴ البعد الأول = ٢ × ٥ + ١ = ١١ سم

البعد الثاني = ٥ + ٣ = ٨ سم

∴ محيط المستطيل = (١١ + ٨) × ٢ = ٣٨ سم

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (١)

أولًا: تحليل المقدار الثلاثي على صورة س² + ب س + جـ

١ ١ ٨ ٢ ٣ ٣ ١٢ ٤ ٤

٥ س ٦ س − ٣ ٧ ٢

٢ ١ (س + ص) ٢ ٨س ٣ (س + ٥)(س + ١٠)

٤ (س + ٣)(س + ٤)

٥ (س − ٨)(س − ٢)

٦ س² + ١٤س + ٤٥ = (س + ٩)(س + ٥) ٧ (س − ٩)(س + ١)

٨ ٥ ، ٤٠ ٩ (س + ٦) ١٠ (أ − ٣)

١١ ٢٠ ١٢ ٣ ١٣ ٣

١٤ صفر ١٥ س + ١

٣ ١ ٢ ، ٥ ٢ ٢ ، ٦

٣ ٥ ، −٤ ٤ −١٥ ، ١

٤ ١ (س − ٣)(س − ٢) ٢ (س − ٣)(س + ٤)

٣ (س + ٧)(س + ٦) ٤ (س − ٦)(س − ١)

٥ (س + ٧)(س − ٢) ٦ (س − ١٠)(س + ٤)

٧ (س + ٨)(س − ٣) ٨ (س − ١٧)(س + ٣)

٥ ١ (س + ٣)(س + ٢) ٢ (س + ٦)(س + ٨)

٣ (س + ٣)(س − ٢) ٤ (س + ٥)(س − ٢)

٥ (س + ٣)(س + ٧) ٦ ٣(س − ٨)(س + ٢)

٧ ٢(س − ٩)(س + ٢) ٨ ٥(س − ٣)(س − ٧)

٦ ١ (ب + ٥جـ)(ب − ٢جـ) ٢ (س² + ٣)(س² + ٦)

٣ (س − ٣ص)(س − ١٢ص) ٤ (س² − ٩)(س² + ٢)

٥ (س − ٦)(س + ١٠) ٦ (س − ٦)(س − ١)

٧ س(س − ٧)(س + ٤) ٨ ص²(س − ١٣)(س − ١١)

٩ −(س² − ٣س − ٧٠) ١٠ −٣أ² + ١٩أ − ٦

= −(س − ١٠)(س + ٧) = −٣(أ² − ٣أ + ٢)

= −٣(أ − ٢)(أ − ١)

٧ ١ بعدا المستطيل (س + ٥) سم ، (س + ٢) سم

وعندما س = ٣ فإن محيط المستطيل = ٢(٨ + ٥) = ٢٦ سم

٢ جـ = ٢ أو ٦ أو ١٢ أو ٢٠ مع مراعاة الإجابات الأخرى.

ثانيًا: تحليل المقدار الثلاثي على صورة أس² + ب س + جـ ، أ ≠ ١

٨ ١ (٣س + ١)(س + ٥) ٢ (٣س − ٢)(س − ٣)

٣ ٩٥ ٤ (س + ١) ٥ (س + ١)

٩ ١ (٥ص − ٢)(ص − ١) ٢ (٣أ + ١)(أ + ٢)

٣ (٣ع − ٢)(٢ع + ٣) ٤ (٣س − ١)(س + ٦)

٥ (٤س − ١)(س − ٦) ٦ (٢س + ٣)(٤س − ٩)

٧ (٥أ − ٨)(أ − ٢) ٨ (٥س + ١)(٤س + ٣)

٩ ٣(٥س² − ٧ع)(س² + ع)

١٠ ١ (١٠أ − ٩ب)(أ + ٢ب) ٢ (س − ٩ص)(٦س + ٧ص)

٣ (٢س − ٣ص)(٥س + ٤ص) ٤ (٩س − ٢ص)(٤س + ٣ص)

٥ ص(٣س + ٢)(٤س + ٧) ٦ (٦س + ٥ص)(٣س − ٤ص)

٧ (٢س + ٥)(٢س + ١) ٨ (٣م − ٢ن)(٢م − ن)

٩ (٣س − ٥)(٥س − ٢) ١٠ (٤س − ٣ص)(٣س + ٢ص)

١١ (أ + ب)(٣س + ٢)(٢س + ٣) ١٢ (س − ١٠)(س − ١)

١١ ١ البعد الآخر للمستطيل هو (٣س + ٢ص) سم

٢ (٥س − ٧) ٣ جـ = ٣

، تحليله: (٣س − ١٦)(س + ١)

إجابة تحدَّ نفسك

١٢ ∵ ارتفاع متوازي الأضلاع = مساحة متوازي الأضلاع / طول القاعدة

= (٢س² + ٣س + ١) / (٢س + ١) = (٢س + ١)(س + ١) / (٢س + ١)

∴ ارتفاع متوازى الأضلاع = (س + ١) سم

عندما س = ٢

طول القاعدة = ٥ سم ، الارتفاع = ٣ سم

مساحة متوازى الأضلاع = ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢}

---

١٣ الحالة الوحيدة لكى يكون المقدار قابلًا للتحليل ، ك عدد صحيح ∈]٠ ، ٧[

عندما ك = ٦

∴ قيمة المقدار = (٦ − ٥) (٦ + ٣) = ١ × ٩ = ٩

إجابة تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (١)

١ (١) (٣ س − ٢) (س + ٣) (٢) (٢ س − ٣) (س + ٢)

(٣) (٥ س − ٧) (س + ١) (٤) (٢ س − ٥) (٣ س + ٢)

(٥) (٣ س + ٤) (س + ٢)

---

٢ (١) (س + ١٠) (س + ١) (٢) (س − ٢) (س − ٥)

(٣) (س − ٥) (س + ٢) (٤) (س − ٣) (س − ٤)

(٥) (س + ٦) (س − ٢) (٦) (س − ٤) (س + ٣)

(٧) (س − ٦) (س − ٢) (٨) (س − ١٧) (س − ٣)

(٩) (س − ٥١) (س + ١) (١٠) ٥ (س − ٣) (س + ١)

(١١) (س^{٢} − ٤) (س^{٢} − ٥) (١٢) س (س − ٧) (س + ٤)

(١٣) (س − ٨ ص) (س + ٣ ص) (١٤) (ب + ٥ جـ) (ب − ٢ جـ)

(١٥) − (س − ٩) (س + ٧)

---

٣ (١) ٢ س^{٢} + ٣ س + ١ = (٢ س + ١) (س + ١)

(٢) ٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٣ = (٢ ص + ٣) (ص + ١)

(٣) ٣ أ^{٢} + ٧ أ + ٢ = (٣ أ + ١) (أ + ٢)

(٤) ٥ ع^{٢} − ٧ ع + ٢ = (٥ ع − ٢) (ع − ١)

(٥) ٦ س^{٢} − ١١ س + ٣ = (٣ س − ١) (٢ س − ٣)

(٦) ٣ م^{٢} − ١٩ م + ٦ = (٣ م − ١) (م − ٦)

(٧) ٥ س^{٢} − ٣ س − ٢ = (٥ س + ٢) (س − ١)

(٨) ٣ ص^{٢} + ٧ ص − ٦ = (٣ ص − ٢) (ص + ٣)

(٩) ٢ م^{٢} − ٩ م − ٥ = (٢ م + ١) (م − ٥)

(١٠) ٨ ع^{٢} + ٢ ع − ٣ = (٢ ع − ١) (٤ ع + ٣)

(١١) ٥ أ^{٢} − ١٨ أ + ١٦ = (٥ أ − ٨) (أ − ٢)

(١٢) ٨ س^{٣} − ٢٧ س^{٢} − ٢٠ س = س (٨ س^{٢} − ٢٧ س − ٢٠)
= س (٨ س + ٥) (س − ٤)

(١٣) ٦ س^{٢} − ٤٧ س ص − ٦٣ ص^{٢} = (٦ س + ٧ ص) (س − ٩ ص)

(١٤) ١٠ أ^{٢} + ١١ أ ب − ١٨ ب^{٢} = (١٠ أ − ٩ ب) (أ + ٢ ب)

(١٥) ٣ س^{٢} − ٢٠ س ص − ٧ ص^{٢} = (٣ س + ص) (س − ٧ ص)

(١٦) ٧ س^{٤} + ٢٣ س^{٢} ص − ٣٠ ص^{٢} = (٧ س^{٢} + ٣٠ ص) (س^{٢} − ص)

(١٧) ٦ أ^{٢} − ١٩ أ ب − ٧ ب^{٢} = (٣ أ + ب) (٢ أ − ٧ ب)

(١٨) ٥ ص^{٢} − ٤ س (٧ ص + ٣ س) = ٥ ص^{٢} − ٢٨ س ص − ١٢ س^{٢}
= (٥ ص + ٢ س) (ص − ٦ س)

(١٩) ١٨ س^{٥} + ٣٣ س^{٣} − ٣٠ س = ٣ س [٦ س^{٤} + ١١ س^{٢} − ١٠]
= ٣ س (٣ س^{٢} − ٢) (٢ س^{٢} + ٥)

(٢٠) ٢٥ م − ١٠ + ١٥ م^{٢} = ١٥ م^{٢} + ٢٥ م − ١٠
= ٥ (٣ م^{٢} + ٥ م − ٢)
= ٥ (٣ م − ١) (م + ٢)

(٢١) ٢١ س^{٢} ص^{٢} − ٦ س^{٢} ص^{٣} − ١٥ س^{٣} ص^{٤} = ٣ س^{٢} ص^{٢} (٧ − ٢ ص − ٥ ص^{٢})
= ٣ س^{٢} ص^{٢} (٧ + ٥ ص) (١ − ص)

(٢٢) أ^{٢} ب^{٢} − ٢٤ أ ب^{٢} + ١٤٣ ب^{٢} = ب^{٢} (أ^{٢} − ٢٤ أ + ١٤٣)
= ب^{٢} (أ − ١١) (أ − ١٣)

---

٤ ∵ مساحة المستطيل = ٢ س^{٢} + ١٩ س + ٣٥

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٥) (س + ٧)

∴ طول المستطيل = (٢ س + ٥) سم

، عرض المستطيل = (س + ٧) سم

∴ محيط المستطيل = ٢ (٢ س + ٥ + س + ٧) = ٢ (٣ س + ١٢)

عندما س = ٣

∴ محيط المستطيل = ٢ (٢١) = ٤٢ سم

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات على الدرس (١)

١ (١) ١ (٢) ١ (٣) ٢ (٤) ٦

---

٢ (١) (س^{٢} + ١) (٢) (٥ س − ١)

(٣) (س − ٢) (٤) ٤٢

---

٣ (١) (س + ٣) (س + ٥)

(٢) ٢ (٣ س^{٢} + ١٠ س + ٨) = ٢ (٣ س + ٤) (س + ٢)

(٣) (س − ٥) (س + ٤) (٤) (٢ س + ٣) (س − ٢)

(٥) (س − ٣) (س + ١٢) (٦) (٥ س − ١) (س + ٢)

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٢)

١ (أ) (١) ليس مربعًا كاملًا؛ لأن الحد الثالث (−٤) عدد سالب.

(ب) مربع كامل؛ لأن الحد الأوسط الموجب

= ٢ × ٧ أ × ٥ ب^{٢} = ٧٠ أ ب^{٢}

٢ (١) ± ٣٠ أ (ب) ١٦ س^{٢} (جـ) ٤

---

٣ (١) أ = ± ١١٠ (٢) أ = ١٢١

---

٣ (أ) (١) ٤ أ^{٢} − ٣٦ أ + ٨١ = (٢ أ − ٩)^{٢}

(ب) (س − ص)^{٢} + ٤ س ص = س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} + ٤ س ص

= س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = (س + ص)^{٢}

(جـ) $\frac{٤}{٢٥}$ س^{٢} − $\frac{٣}{٥}$ س + $\frac{٩}{١٦}$ = $\left(\frac{٣}{٤}\text{ س} - \frac{٢}{٥}\right)^{٢}$

(د) $أ^2 - 11ب(2أ - 11ب) = أ^2 - 22أب + 121ب^2 = (أ - 11ب)^2$

(هـ) $5س^3 + 50س^2 + 125س = 5س(س^2 + 10س + 25) = 5س(س + 5)^2$

٢ (أ) $(35)^2 + 2 \times 35 \times 65 + (65)^2 = (35 + 65)^2 = (100)^2 = 10000$

(ب) $(2,7)^2 + 2 \times 2,7 \times 7,3 + (7,3)^2 = (2,7 + 7,3)^2 = (10)^2 = 100$

(جـ) $(9)^2 + 2 \times 9 \times 1 + (1)^2 = (9 + 1)^2 = (10)^2 = 100$

(د) $(87)^2 + 2 \times 87 \times 13 + (13)^2 = (87 + 13)^2 = (100)^2 = 10000$

٣ (أ) $\pm 10س$ (ب) ± 3 (جـ) 36 (د) ± 16

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٢)

أولاً: التعرف على المقدار الثلاثي المربع الكامل:

١ ١ ± 6 ٢ -4 ٣ 4 ٤ 36

٥ 49 ٦ 1 ٧ $9س^2$

٢ ١ ليس مربعًا كاملًا؛ لأن:

الحد الأوسط: $-12س \neq \pm 2\sqrt{4س^2} \times \sqrt{36}$ أي أنه: $\neq \pm 24س$

٢ ليس مربعًا كاملًا؛ لأن:

الحد الأوسط: $-25س \neq \pm 2 \times \sqrt{9س^2} \times \sqrt{16}$ أي أنه $\neq \pm 24س$

٣ مربع كامل؛ لأن:

الحد الأوسط: $-30س = -2\sqrt{25س^2} \times \sqrt{9} = -30س$،

، الحد الأول مربع كامل ، الحد الثالث مربع كامل موجب.

٤ ليس مربعًا كاملًا؛ لأن الحد الأول سالب.

٥ ليس مربعًا كاملًا؛ لأن الحد الثالث سالب.

٦ ليس مربعًا كاملًا:

لأن الحد الأوسط: $-14أب \neq \pm 2\sqrt{4أ^2} \times \sqrt{49ب^2}$ أي أنه: $\neq \pm 28أب$

٧ مربع كامل:

لأن الحد الأوسط: $60س = 2\sqrt{36س^2} \times \sqrt{25}$

الحد الأول مربع كامل والحد الثالث مربع كامل موجب.

٨ مربع كامل:

لأن الحد الأوسط: $-0,4س = -2\sqrt{0,04س^2} \times \sqrt{1}$

الحد الأول والحد الثالث كل منهما مربع كامل موجب.

٩ مربع كامل:

لأن الحد الأوسط: $-2م = -2\sqrt{\frac{1}{4}م^2} \times \sqrt{4}$

، والحد الأول والثالث مربع كامل موجب.

١٠ مربع كامل:

لأن الحد الأوسط: $\frac{1}{7}س = 2\sqrt{\frac{1}{4}س^2} \times \sqrt{\frac{1}{49}}$

والحد الأول والحد الثالث مربع كامل موجب.

٣ ١ $30س$ ٢ $ن^2$ ٣ 49

٤ $ص^2$ ٥ 1 ٦ $ع^4$

ثانيًا: تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل:

٤ ١ 4 ٢ 4 ٣ 26

٤ 5 ٥ 49

٦ $(5أ + 3)^2 = 25أ^2 + 30أ + 9$

٧ $25ك^2 - 60ك + 36 = (5ك - 6)^2$

٨ 25 ٩ 1 ١٠ $(2س - 7)$

٥ ١ $(4س - 5)^2$ ٢ $2(5س - 1)^2$

٣ $(11س + 1)^2$ ٤ $(2س - 5ص)^2$

٥ $(10س + 9)^2$ ٦ $(1 - 5أ^2)^2$

٧ $(\frac{1}{4}أ + \frac{1}{5})^2$ ٨ $(3أ - 4ب)^2$

٩ $(5س - 7ص)^2$ ١٠ $(\frac{1}{6}س - 0,5)^2$

١١ $2س(س - 5)^2$ ١٢ $-2(5أ^2 - 2ب)^2$

٦ ١ $ك = \pm 2$ وتحليل المقدار $= (س \pm 1)^2$

٢ $ك = \pm 40$ وتحليل المقدار $= (4س \pm 5)^2$

٣ $ك = 1$ وتحليل المقدار $= (ص - 3)^2$

٤ $ك = \pm 7$ وتحليل المقدار $= (أ - 7)^2$

٥ $ك = \pm 5$ وتحليل المقدار $= (6س + 5)^2$

٦ $ك = 1$ وتحليل المقدار $= (أ + 11)^2$

٧ $س^2 + \frac{1}{س^2} = 23$

٨ ∵ مساحة المربع $= (س^2 + 18س + ك)$ سم^2

∴ المقدار الثلاثي $(س^2 + 18س + ك)$ هو مربع كامل

١ ∴ $ك = \frac{(18س)^2}{4س^2} = 81$

٢ مساحة المربع $= س^2 + 18س + 81 = (س + 9)^2$

∴ طول ضلع المربع $= س + 9$

٣ عندما $س = 5$ ∴ طول ضلع المربع $= 5 + 9 = 14$ سم

∴ محيط المربع $= 4 \times$ طول الضلع $= 4 \times 14 = 56$ سم

ثالثًا: استخدام تحليل (المقدار الثلاثي المربع الكامل) لتسهيل بعض العمليات الحسابية:

٩ ١ 4 ٢ 100 ٣ 10000

٤ 121 ٥ 100 ٦ 1

(ط) ١٠٠٠٠ (ي) ١٤٤

(ك) $(٨,٣)^٢ + ٢ \times ٨,٣ \times ١,٧ + (١,٧)^٢ = (٨,٣ + ١,٧)^٢$

$= (١٠)^٢ = ١٠٠$

(١٠) $(٩٩)^٢ + ٢ \times ٩٩ \times ١ + (١)^٢ = (٩٩ + ١)^٢ = (١٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠$

(١١) $٢٥ - ٢ \times ٥ \times ٤ + ٨١ = (٩ - ٥)^٢ = (-٤)^٢ = ١٦$

(١٢) $٩ - ١٠ \times ٣ \times ٢ + ٢٥ = ٩ - ٢ \times ٣ \times ٥ + ٢٥$

$= (٣ - ٥)^٢ = (-٢)^٢ = ٤$

إجابة تحدَّ نفسك

١٠ ∵ $س^٢ + \frac{١}{س^٢} = ١١$ بإضافة −٢ للطرفين

∴ $س^٢ - ٢ + \frac{١}{س^٢} = ١١ - ٢$ ∴ $\left(س - \frac{١}{س}\right)^٢ = ٩$

$س - \frac{١}{س} = \pm ٣$

١١ $٢٥٦ + ٢ \times ٤٨ + (٣)^٢$

$= (١٦)^٢ + ٢ \times ٣ \times ١٦ + (٣)^٢$

$= (١٦ + ٣)^٢ = (١٩)^٢ = ٣٦١$

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٢)

١ (أ) $\pm ٤س$ (ب) $٩ س^٢$ (جـ) $ص^٤$

(د) $\pm \frac{١}{٣} س ص$ (هـ) $+ ٤ ن^٢$ (و) $\pm ١٤ ع^٢ ل$

٢ (أ) مربع كامل، $س^٢ - ١٢س + ٣٦ = (س - ٦)^٢$

(ب) ليس مربعًا كاملًا.

(جـ) ليس مربعًا كاملًا.

(د) ليس مربعًا كاملًا.

(هـ) مربع كامل، $٠,٠١ س^٢ - ٠,٢ س + ١ = (٠,١ س - ١)^٢$

(و) ليس مربعًا كاملًا.

٣ (أ) ٤٩ (ب) ٣٤ (جـ) ± ١

(د) ١٠٠٠٠ (هـ) ± ٥ (و) ± ١٠

٤ (أ) $(م - ١)^٢$ (ب) $(٣س + ٢)^٢$ (جـ) $(٦ - ٥ع)^٢$

(د) $(٢س - ص)^٢$ (هـ) $(٣أ + ب)^٢$ (و) $(٥ب - ١)^٢$

٥ (أ) $٢[٩ص^٢ - ٦ص + ١] = ٢(٣ص - ١)^٢$

(ب) $٦س[٤ + ٤س + س^٢] = ٦س(٢ + س)^٢$

(جـ) $٦[أ^٤ - ٢٧أ^٢ب^٢ + ب^٤] = ٦(أ^٢ - ب^٢)^٢$

(د) $ب[٤ب جـ + جـ^٢ + ٤ب^٢] =$

$ب[٤ب^٢ + ٤ب جـ + جـ^٢] = ب(٢ب + جـ)^٢$

(هـ) $٣ع[١ + ١٤ع^٢ + ٤٩ع^٤] = ٣ع(١ + ٧ع^٢)^٢$

(و) $٥أ[٤ص^٢ - ١٢ص + ٩] = ٥أ(٢ص - ٣)^٢$

٦ (أ) $(٢٠,٧ - ٢٠)^٢ = (٠,٧)^٢ = ٤٠٠$

(ب) $(٣ + ٩٩٧)^٢ = (١٠٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠٠٠$

(جـ) $(٥٧٣ - ٥٧٤)^٢ = (١)^٢ = ١$

إجابة لختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٢)

١ أ ± ١٢ ب ٩ جـ ± ٥ د -٣٠

٢ أ ± ٣٦ ب ١ جـ $س - ٥$ د ١٥

٣ أ (أ) $(٨س + ٧)^٢$ (ب) $(س + ٢ص)^٢$

(جـ) $(٤س^٢ - ٣)^٢$ (د) $٢س(س - ٥)^٢$

(هـ) $(٧,٣)^٢ + ٢ \times ٧,٣ \times ٢,٧ + (٢,٧)^٢ = (٧,٣ + ٢,٧)^٢$

$= (١٠)^٢ = ١٠٠$

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٣)

١ أ $(٢٥أ^٢ - ٩ب)(٢٥أ^٢ + ٩ب)$ ب $\left(س - \frac{١}{٣}\right)\left(س + \frac{١}{٣}\right)$

جـ $\frac{١}{٢}(س^٢ - ٤) = \frac{١}{٢}(س - ٢)(س + ٢)$

٢ أ $(٢أ - ٣)(س - ٣)(س + ٣)$ ب $\frac{١}{٥} س(س - ٥)(س + ٥)$

جـ $(س + ١ + ٣)(س + ١ - ٣) = (س + ٤)(س - ٢)$

٣ أ (أ) ٢١ (ب) ١

ب (أ) $(٣,٧٥ - ٦,٢٥)(٣,٧٥ + ٦,٢٥) = ٢,٥ \times ١٠ = ٢٥$

(ب) $١٠٠^٢ - (١)^٢ = (١٠٠ + ١)(١٠٠ - ١) = ١٠١ \times ٩٩$

$= ١٠٠٠٠ - ١ = ٩٩٩٩$

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٣)

أولًا: تحليل الفرق بين مربعين:

١ أ صفر ب ٢٥ جـ ٣ د $٥س + ٦ص$

٢ أ $٣ص، ٥س$ ب $٧أ، ٦ب$ جـ ٩٠ د -٢

هـ ٢٥ و ٥ ز ٣

٣ أ $(س - ٨)(س + ٨)$ ب $(٧س - ٥)(٧س + ٥)$

جـ $(٩س - ١٠)(٩س + ١٠)$ د $(١٠س - ١)(١٠س + ١)$

هـ $(٨ - ص)(٨ + ص)$ و $(١٥س - ٢ص)(١٥س + ٢ص)$

ز $\left(س - \frac{١}{٤}\right)\left(س + \frac{١}{٤}\right)$

ح $(٠,٥ س - ٠,٤)(٠,٥ س + ٠,٤)$

ط $س ص(س - ص)(س + ص)$ ي $٣(س - ٤ص)(س + ٤ص)$

ك $\frac{١}{٣} ص^٢ - ٣ = \frac{١}{٣}(ص^٢ - ٩) = \frac{١}{٣}(ص - ٣)(ص + ٣)$

ل $(٢ص - ٣)^٢ - ١ = [(٢ص - ٣) + ١][(٢ص - ٣) - ١]$

$= (٢ص - ٢)(٢ص - ٤) = ٢ \times ٢(ص - ١)(ص - ٢)$

$= ٤(ص - ١)(ص - ٢)$

م $٢٧م^٣ - ٤٨م ن^٢ = ٣م(٩م^٢ - ١٦ن^٢)$

$= ٣م(٣م - ٤ن^٢)(٣م + ٤ن^٢)$

١٤ (س + ص)^{٢} − (س − ص)^{٢} = (س + ص + س − ص) [س + ص − (س − ص)]

= (٢س) (٢ص) = ٤س ص

ثانيًا: استخدام تحليل الفرق بين مربعين فى تسهيل العمليات الحسابية:

٥ ١ ٢٤٠٠ ٢ ١٦ ٣ ٤٠ ٤ ٢٠٠

٥ ١ ٣٢٠٠ ٢ ١٢٤٠٠ ٣ ٩٨٠٠ ٤ ١٢٠٠

٥ ٧١ ٦ (٣٠−٣٠)(٣٠+٣٠) = (٣٠)^{٢} − (٣)^{٢} = ٩٠٠ − ٩ = ٨٩١

٧ (٥٠−٥٠)(١+٥٠) = (٥٠)^{٢} − (١)^{٢} = ٢٥٠٠ − ١ = ٢٤٩٩

٨ (٧٠+٧٠)(٢−٧٠) = (٧٠)^{٢} − (٢)^{٢} = ٤٩٠٠ − ٤ = ٤٨٩٦

٩ (١٠٠٠−٣)(٣+١٠٠٠) = (١٠٠٠)^{٢} − (٣)^{٢} =

١٠٠٠٠٠٠ − ٩ = ٩٩٩٩٩١

١٠ (١٠٠+٥)(٥−١٠٠) = (١٠٠)^{٢} − (٥)^{٢} = ١٠٠٠٠ − ٢٥ = ٩٩٧٥

إجابة تحدَّ نفسك

٦ ∵ ٨٠ = ٨١ س^{٢} − ١٦ ص^{٢} = (٩س^{٢} − ٤ ص^{٢})(٩س^{٢} + ٤ ص^{٢})

= (٣س − ٢ص)(٣س + ٢ص)(٩س^{٢} + ٤ ص^{٢})

∴ ٨٠ = ٤ (٣س + ٢ص) × ١٠

∴ ٣س + ٢ص = $\frac{٨٠}{٤٠}$ = ٢

٧ ∵ (٣٩)^{٢} = ٤٠س + ١ ∴ ٤٠س = (٣٩)^{٢} − ١

٤٠س = (٣٩ − ١)(٣٩ + ١)

٤٠س = ٣٨ × ٤٠ ∴ س = ٣٨

إجابة تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٣)

١ (أ) (س + ٢)(س − ٢) (ب) (٣ − ص)(٣ + ص)

(جـ) −(٣س + ٥)(٣س − ٥)

(د) ٢(٤س^{٢} − ٢٥) = ٢(٢س − ٥)(٢س + ٥)

(هـ) (أ + ب جـ^{٢})(أ − ب جـ^{٢})

(و) (١٥س + ص)(١٥س − ص)

(ز) [(س + ١) + (س − ١)][(س + ١) − (س − ١)]

= ٢س (٢) = ٤س

(ح) [٣(م − ١) + ٥(م + ١)][٣(م − ١) − ٥(م + ١)]

= (٣م − ٣ + ٥م + ٥)(٣م − ٣ − ٥م − ٥)

= (٨م + ٢)(−٢م − ٨) = −٤(٤م + ١)(م + ٤)

(ط) س^{١٠٠} − ١ = (س^{٥٠} + ١)(س^{٥٠} − ١)

= (س^{٥٠} + ١)(س^{٢٥} + ١)(س^{٢٥} − ١)

٢ (أ) (٧٧ + ٢٣)(٧٧ − ٢٣) = ١٠٠ × ٥٤ = ٥٤٠٠

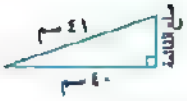
(ب) (٨,٢٧ + ١,٢٣)(٨,٢٧ − ١,٢٣) = ٩,٥ × ٧,٠٤ = ٦٦,٨٨

(جـ) (٣٠ + ١)(٣٠ − ١) = ٩٠٠ − ١ = ٨٩٩

(د) طول ضلع القائمة = $\sqrt{(٤١)^{٢} - (٤٠)^{٢}}$

طول ضلع القائمة = $\sqrt{(٤١ + ٤٠)(٤١ - ٤٠)}$ = $\sqrt{٨١}$ سم

∴ طول ضلع القائمة = ٩ سم



٣ س − ص = ٢

٤ ل^{٢} − م^{٢} = ٩ × ١٥ = ١٣٥

٥ (٢س − ص) = −٤ ∴ ص − ٢س = ٤

٦ (أ) [س + ص + ٥ + (س − ص − ٥)] [س + ص + ٥ − (س − ص − ٥)]

= ٢س [س + ص + ٥ − س + ص + ٥]

= ٢س (٢ص + ١٠) = ٤س (ص + ٥)

(ب) (أ + ب + جـ)^{٢} − (أ − ب − جـ)^{٢}

= [أ + ب + جـ + أ − ب − جـ] × [أ + ب + جـ − أ + ب + جـ]

= ٢أ (٢ب + ٢جـ)

= ٤أ (ب + جـ)

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٣)

١ ١ ٢٨ ٢ ٧ ٣ −٩ ٤ ٣

٢ ١ −١ ٦ (س − ص)

٧ (س − ٣)(س + ٣) = س^{٢} − ٩ ٨ (س + ٢)

٣ ١ (أ) ٥(س^{٢} − ٩) = ٥ (س − ٣)(س + ٣)

(ب) (س + ٤)(س − ٣)

(جـ) $\frac{١}{٢}$(٤س^{٢} − ١) = $\frac{١}{٢}$(٢س − ١)(٢س + ١)

(د) (٤س^{٢} − ٩)(س^{٢} − ١)

= (٢س − ٣)(٢س + ٣)(س − ١)(س + ١)

٢ (أ) ٩٨ × ١٠٢ = (١٠٠ − ٢)(١٠٠ + ٢) = (١٠٠)^{٢} − (٢)^{٢}

= ١٠٠٠٠ − ٤ = ٩٩٩٦

(ب) ٢[(٢٦,١٨)^{٢} − (٢٢,٨٢)^{٢}]

= ٢(٢٦,١٨ − ٢٢,٨٢)(٢٦,١٨ + ٢٢,٨٢)

= ٢ × ٣,٣٦ × ٤٩ = ٣٢٩,٢٨

إجابة أسئلة من سؤال الدرس (٤)

١ أ (أ) ١٢٥ أ^{٣} + ٨ ب^{٦}

= (٥أ + ٢ب^{٢})(٢٥أ^{٢} − ١٠أ ب^{٢} + ٤ ب^{٤})

(ب) س^{٣} + ٣٤٣ ص^{٣} = (س + ٧ص)(س^{٢} − ٧س ص + ٤٩ ص^{٢})

(جـ) س^{٣} + $\frac{١}{١٢٥}$ = (س + $\frac{١}{٥}$)(س^{٢} − $\frac{١}{٥}$ س + $\frac{١}{٢٥}$)

(د) $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − ٩ = $\frac{١}{٣}$(س^{٣} − ٢٧) = $\frac{١}{٣}$(س − ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)

(هـ) $٢س^{٤}ص - ١٦ س ص^{٤} = ٢س ص (س^{٣} - ٨ص^{٣})$

$= ٢س ص (س - ٢ص)(س^{٢} + ٢س ص + ٤ص^{٢})$

(و) $س^{٦} + ٢٦ س^{٣} - ٢٧$

$= (س^{٣} + ٢٧)(س^{٣} - ١)$

$= (س + ٣)(س^{٢} - ٣س + ٩)(س - ١)(س^{٢} + س + ١)$

---

٢ (أ) ك = ٣ (ب) ٨ (جـ) ٣٦

---

٣ (أ) ∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ طول المستطيل = $\frac{\text{مساحة المستطيل}}{\text{العرض}} = \frac{س^{٣} + ٨}{س + ٢} = \frac{(س + ٢)(س^{٢} - ٢س + ٤)}{(س + ٢)}$

$= (س^{٢} - ٢س + ٤)$ وحدة طول

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٤)

أولاً: تحليل مجموع المكعبين:

١ (أ) ١٥ (ب) ٧ (جـ) ٣ (د) −٦

---

٢ (أ) ٦٤، $(س + ٤)$، $س^{٢}$ (ب) $٩، س^{٢}$

(جـ) $(س^{٢} - ٥س + ٢٥)$ (د) $(٢أ + ١)$

(هـ) $(س^{٢} - ٢س + ٤)$

---

٣ (أ) $(س + ٣)(س^{٢} - ٣س + ٩)$

(ب) $(س + ٢ص)(س^{٢} - ٢س ص + ٤ص^{٢})$

(جـ) $(س + ٩)(س^{٢} - ٩س + ٨١)$

(د) $(٥ + س)(٢٥ - ٥س + س^{٢})$

(هـ) $(٢س + ١)(٤س^{٢} - ٢س + ١)$

(و) $(٣س + ٤ص)(٩س^{٢} - ١٢س ص + ١٦ص^{٢})$

(ز) $\left(\frac{٢}{٣}س + ١\right)\left(\frac{٤}{٩}س^{٢} - \frac{٢}{٣}س + ١\right)$

(ح) $[(م - ٢ن) + ٢ن] \times [(م - ٢ن)^{٢} - ٢ن(م - ٢ن) + ٤ن^{٢}]$

$= م(م^{٢} - ٦م ن + ١٢ن^{٢})$

(ط) $س^{٤} + س = س(س^{٣} + ١)$

$= س(س + ١)(س^{٢} - س + ١)$

(ى) $٤٠أ^{٣} + ١٣٥ب^{٣} = ٥(٨أ^{٣} + ٢٧ب^{٣})$

$= ٥(٢أ + ٣ب)(٤أ^{٢} - ٦أب + ٩ب^{٢})$

(ك) $(س + ج)^{٣} - س^{٣}$

$= [(س + ج) - س][(س + ج)^{٢} + س(س + ج) + س^{٢}]$

$= ج[٣س^{٢} + ٣س ج + ج^{٢}]$

(ل) $\frac{١}{٣}س^{٣} + ٩ = \frac{١}{٣}(س^{٣} + ٢٧)$

$= \frac{١}{٣}(س + ٣)(س^{٢} - ٣س + ٩)$

---

٤ ∵ $ك^{٢} - م^{٢} = (ك + م)(ك - م)$

$٥٠ = (ك + م) \times ٥$ ∴ $ك + م = ١٠$

∴ $م^{٣} + ك^{٣} = (م + ك)(م^{٢} - م ك + ك^{٢})$

$= ١٠ \times ٧,٥ = ٧٥$

ثانياً: تحليل الفرق بين المكعبين:

٥ (١) ٢١ (٢) ٢٧ (٣) −٥

(٤) ±٣٥ (٥) −٢٤

---

٦ (١) $س^{٢}، س$ (٢) $س^{٢}، ٩$ (٣) $٨، س^{٢}$

(٤) ٣ (٥) ٥ (٦) $\frac{ب}{م}$

---

٧ (١) $(س - ٥)(س^{٢} + ٥س + ٢٥)$

(٢) $٢س(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)$

(٣) $\frac{١}{٣}(ص - ٣)(ص^{٢} + ٣ص + ٩)$

(٤) $(س - ٤)(س^{٢} + ٤س + ١٦)$

(٥) $س^{٥} - ٢٧س^{٢} = س^{٢}(س^{٣} - ٢٧)$

$= س^{٢}(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)$

(٦) $(أ^{٣} - ٨ب^{٣})(أ^{٣} + ٨ب^{٣})$

$= (أ - ٢ب)(أ^{٢} + ٢أب + ٤ب^{٢})(أ + ٢ب)(أ^{٢} - ٢أب + ٤ب^{٢})$

(٧) $(س^{٣} - ٨)(س^{٣} - ١)$

$= (س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)(س - ١)(س^{٢} + س + ١)$

(٨) $أ(أ^{٢} + ٣أب + ٣ب^{٢})$

(٩) $س(س^{٢} + ٦س + ١٢)$

إجابة تحدَّ نفسك

٨ $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ٢$

---

٩ ∵ $س - ص = ١$ بتربيع الطرفين

∴ $(س - ص)^{٢} = ١$ ∴ $س^{٢} - ٢س ص + ص^{٢} = ١$

، ∵ $س ص = ٢$ معطى ∴ $س^{٢} - ٤ + ص^{٢} = ١$

∴ $س^{٢} + ص^{٢} = ٥$

∴ $س^{٣} - ص^{٣} = (س - ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})$

$= ١ \times (٢ + ٥) = ١ \times ٧ = ٧$

---

١٠ $\left(١ + \frac{١}{س}\right)^{٣} = \left[\frac{١ + س}{س}\right]^{٣}$

$= \left[\frac{١ + \sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{٤}}{(١ + \sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{٤})}\right]^{٣} = \left[\frac{(١ + \sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{٤})\sqrt[٣]{٢}}{(١ + \sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{٤})}\right]^{٣} = \left(\sqrt[٣]{٢}\right)^{٣} = ٢$

حل آخر:

∵ $(\sqrt[٣]{٢} - ١)(\sqrt[٣]{٤} + \sqrt[٣]{٢} + ١) = (٢ - ١)$

∵ س = $\sqrt[3]{٤}$ + $\sqrt[3]{٢}$ + ١

∴ ١ = ($\sqrt[3]{٢}$ − ١) × س

∴ $\sqrt[3]{٢}$ − ١ = $\frac{١}{س}$

∴ $\sqrt[3]{٢}$ = (١ + $\frac{١}{س}$) (بتكعيب الطرفين)

(١ + $\frac{١}{س}$)^{٣} = ($\sqrt[3]{٢}$)^{٣} = ٢

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٤)

١ (أ) ٢س (ب) −٥أ^{٢} (جـ) ٣م

(د) ٧س^{٢}ص^{٢} (هـ) س^{٢} + س + ١

(و) (٢أ + ٥)(٤أ^{٢} − ١٠أ + ٢٥)

٢ (أ) س^{٣} + ٨ = (س + ٢)(س^{٢} − ٢س + ٤)

(ب) م^{٣} + ٦٤ن^{٣} = (م + ٤ن)(م^{٢} − ٤م ن + ١٦ن^{٢})

(جـ) س^{٣} − ٧٢٩ = (س − ٩)(س^{٢} + ٩س + ٨١)

(د) ٨ − ١٠٠٠ب^{٦} = (٢ − ١٠ب^{٢})(٤ + ٢٠ب^{٢} + ١٠٠ب^{٤})

(هـ) س^{١٢} + ص^{١٥} = (س^{٤} + ص^{٥})(س^{٨} − س^{٤}ص^{٥} + ص^{١٠})

(و) $\frac{١}{٨}$أ^{٣} − ٨ب^{٣} = $\frac{١}{٨}$(أ^{٣} − ٦٤ب^{٣})

= $\frac{١}{٨}$(أ − ٤ب)(أ^{٢} + ٤أب + ١٦ب^{٢})

٣ (أ) ٥١٢س^{٣} − ص^{٣} = (٨س − ص)(٦٤س^{٢} + ٨س ص + ص^{٢})

(ب) ٣٤٣ + ٢٧م^{٣} = (٧ + ٣م)(٤٩ − ٢١م + ٩م^{٢})

(جـ) ١٦أ^{٣}ب + ٦٨٦ب^{٤} = ٢ب(٨أ^{٣} + ٣٤٣ب^{٣})

= ٢ب(٢أ + ٧ب)(٤أ^{٢} − ١٤أب + ٤٩ب^{٢})

(د) ٥س^{٤} − ٤٠س = ٥س(س^{٣} − ٨) = ٥س(س − ٢) × (س^{٢} + ٢س + ٤)

(هـ) (س + ٥)^{٣} − ١٢٥

= [(س + ٥) − ٥][(س + ٥)^{٢} + ٥ × (س + ٥) + ٢٥]

= س(س^{٢} + ١٠س + ٢٥ + ٥س + ٢٥ + ٢٥)

= س(س^{٢} + ١٥س + ٧٥)

(و) (م − ٢ن)^{٣} − ٨ن^{٣} =

[(م − ٢ن) − ٢ن][(م − ٢ن)^{٢} + ٢ن(م − ٢ن) + ٤ن^{٢}]

= (م − ٤ن)(م^{٢} − ٢م ن + ٤ن^{٢})

٤ (أ) (س + ٥)^{٣} + (س − ٥)^{٣}

= [س + ٥ + س − ٥]

× [(س + ٥)^{٢} − (س + ٥)(س − ٥) + (س − ٥)^{٢}]

= ٢س(س^{٢} + ١٠س + ٢٥ − س^{٢} + ٢٥ + س^{٢} − ١٠س + ٢٥)

= ٢س(س^{٢} + ٧٥)

(ب) (س + ص)^{٣} + (س − ص)^{٣} =

[(س + ص) + (س − ص)][(س + ص)^{٢} − (س + ص)(س − ص) + (س − ص)^{٢}]

= [٢س][س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢} − س^{٢} + ص^{٢} + س^{٢} − ٢س ص + ص^{٢}]

= ٢س(س^{٢} + ٣ص^{٢})

(جـ) (م − ن)^{٤} + (م − ن)^{٤} = (م − ن)[١ + (م − ن)^{٣}]

= (م − ن)[١ + (م − ن)][١ − م + ن + م^{٢} − ٢م ن + ن^{٢}]

= (م − ن)(١ + م − ن)(١ − م + ن + م^{٢} − ٢م ن + ن^{٢})

(د) س^{٦} − ٧س^{٣} − ٨ = (س^{٣} − ٨)(س^{٣} + ١)

= (س − ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)(س + ١)(س^{٢} − س + ١)

(هـ) ٠,٢٧م^{٣} − ن^{٣} = (٠,٣م − ن)(٠,٠٩م^{٢} + ٠,٣م ن + ن^{٢})

(و) أ^{٦} − ١٥٦٢٥ب^{٦} = (أ^{٣} + ١٢٥ب^{٣})(أ^{٣} − ١٢٥ب^{٣})

= (أ + ٥ب)(أ^{٢} − ٥أب + ٢٥ب^{٢})(أ − ٥ب)(أ^{٢} + ٥أب + ٢٥ب^{٢})

---

٥ ∵ س^{٣} − ص^{٣} = ٢٨

∴ (س − ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢}) = ٢٨

∵ س − ص = ٢ ∴ س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢٨ ÷ ٢ = ١٤

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٤)

١ ١ ٣٥ ٢ س^{٢} + ١

٣ −٣س ٤ ٢٤ س ص

٢ ١ ١٥ ٢ ٣

٣ ٢ ٤ ٢٧

٣ ١ (س + ٤)(س^{٢} − ٤س + ١٦)

٢ (٢س − ٥)(٤س^{٢} + ١٠س + ٢٥)

٣ ٢س(س^{٣} − ٨) = ٢س(س − ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)

٤ (٢أ + ٣)(٤أ^{٢} − ٦أ + ٩)

٥ (٤س − ٣)(س + ٢) ٦ ٢(س − ٢)(س + ٢)

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٥)

١ ١ أس − ٧أ + ٣س − ٢١ = أ(س − ٧) + ٣(س − ٧) = (س − ٧)(أ + ٣)

٢ س^{٣} + س^{٢} + س + ١ = س^{٢}(س + ١) + (س + ١) = (س + ١)(س^{٢} + ١)

٢ ١ ل م + ن س − ل س − ن م = ل(م − س) + ن(س − م)

= ل(م − س) − ن(م − س)

= (م − س)(ل − ن)

٢ س^{٣} − س^{٢} + ٩س − ٩ = س^{٢}(س − ١) + ٩(س − ١) = (س − ١)(س^{٢} + ٩)

٣ أ^{٢} − ٢٥ب^{٢} − ٣أ + ١٥ب = (أ − ٥ب)(أ + ٥ب) − ٣(أ − ٥ب)

= (أ − ٥ب)(أ + ٥ب − ٣)

٣ ١ ١ − س^{٢} − ٤س ص − ٤ص^{٢} = ١ − (س^{٢} + ٤س ص + ٤ص^{٢})

= ١ − (س + ٢ص)^{٢}

= (١ − س − ٢ص)(١ + س + ٢ص)

٢ ٢٠س^{٣} − ١٠٠س^{٢} + ١٢٥س − ٥أ^{٢}س

= ٥س(٤س^{٢} − ٢٠س + ٢٥ − أ^{٢})

= ٥س[(٢س − ٥)^{٢} − أ^{٢}]

= ٥س(٢س − ٥ − أ)(٢س − ٥ + أ)

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٥)

الطريقة الأولى: حدين بينهما عامل مشترك ± حدين بينهما عامل مشترك آخر:

١ ١ (أ + حـ) ٢ ٢٠ ٣ ٧

٢ ١ (م + ن)(أ + ١) ٢ (حـ + ق)(حـ + ى)

٣ (س − ٦)(٥ + أ) ٤ (٥س − ٣ص)(٥ − أ)

٥ (٤س + ٣ص)(س + ٣) ٦ (س − ١)(س^{٢} + ٢)

٧ (س^{٢} − ٣)(س^{٢} + ١) ٨ (٢س + ٣)(ص − ٥)

٩ (س + ٣)(ص + ٧) ١٠ (س − ٣ص)(س + ٣ص − ٥)

١١ (أ + ب)(أ^{٢} − أب + ب^{٢} − ٥)

١٢ أ^{٣} + ب^{٣} + ٣أب(أ + ب) = (أ + ب)(أ^{٢} − أب + ب^{٢}) + ٣أب(أ + ب)

= (أ + ب)(أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢})

= (أ + ب)(أ + ب)^{٢} = (أ + ب)^{٣}

الطريقة الثانية: مصدر ثلاثي مربع كامل − حد مربع كامل:

٣ ١ (أ + ب − ٤)(أ − ب + ٤)

٢ (س + ٢ + ص)(س + ٢ − ص)

٣ (١ − س − ٢ص)(١ + س + ٢ص)

٤ (٢س − ١)(س − ١)(٢س^{٢} + ٣س − ١)

إجابة تحدَّ نفسك

٤ ١ (أ + ٢ب + ٣)(أ + ٢ب − ٣)

٢ (٤ + س − ٥ص)(٤ − س + ٥ص)

٣ (س − ٥)(أ + ٢)(أ − ٩)

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٥)

١ (أ) أس + بس + أص + بص = س(أ + ب) + ص(أ + ب)

= (أ + ب)(س + ص)

(ب) ٥ل − ١٠م − أل + ٢أم = ٥(ل − ٢م) − أ(ل − ٢م)

= (ل − ٢م)(٥ − أ)

(جـ) أم − أن + م − ن = أ(م − ن) + (م − ن)

= (م − ن)(أ + ١)

(د) أ^{٣} + أ^{٢} + أ + ١ = أ^{٢}(أ + ١) + (أ + ١)

= (أ + ١)(أ^{٢} + ١)

(هـ) س ص + ٥ص + ٧س + ٣٥ = ص(س + ٥) + ٧(س + ٥)

= (س + ٥)(ص + ٧)

(و) س^{٣} − ٣س^{٢} + ٦س − ١٨ = س^{٢}(س − ٣) + ٦(س − ٣)

= (س − ٣)(س^{٢} + ٦)

٢ (أ) ٣س ص − ٥ع ل + ٥ع س − ٣ص ل

= (٣س ص + ٥ع س) − (٣ص ل + ٥ع ل)

= س(٣ص + ٥ع) − ل(٣ص + ٥ع) = (٣ص + ٥ع)(س − ل)

(ب) ٨م ن − ٢م^{٢} + ١٢ن ل − ٣م ل

= ٢م(٤ن − م) + ٣ل(٤ن − م) = (٤ن − م)(٢م + ٣ل)

(جـ) أب + ٦م ن − ٢ب م − ٣أن

= (أب − ٢ب م) − (٣أن − ٦م ن)

= ب(أ − ٢م) − ٣ن(أ − ٢م)

= (أ − ٢م)(ب − ٣ن)

(د) أ(٣س − ١) − ٢ب(٣س − ١) = (٣س − ١)(أ − ٢ب)

(هـ) س ص(٢س − ص) + أ(٢س − ص)

= (٢س − ص)(س ص + أ)

(و) ب س(أس + ١) − (أس + ١)

= (أس + ١)(ب س − ١)

٣ (أ) س^{٢} − ٢س ع − ٢س ص + ٤ص ع

= س(س − ٢ع) − ٢ص(س − ٢ع) = (س − ٢ع)(س − ٢ص)

(ب) ٢أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} + أب = ٢أ^{٢} + ٣أب + ب^{٢}

= (٢أ + ب)(أ + ب)

حل آخر: ٢أ(أ + ب) + ب(أ + ب) = (أ + ب)(٢أ + ب)

(جـ) أ^{٢} + ٦أب + ٩ب^{٢} − م^{٢} = (أ + ٣ب)^{٢} − م^{٢}

= (أ + ٣ب − م)(أ + ٣ب + م)

(د) ٩س^{٢} − ٤أ^{٢} + ص^{٢} + ٦س ص = (٩س^{٢} + ٦س ص + ص^{٢}) − ٤أ^{٢}

= (٣س + ص)^{٢} − ٤أ^{٢}

= (٣س + ص − ٢أ)(٣س + ص + ٢أ)

(هـ) ١٢١س^{٤} − (١٠٠س^{٢} + ٢٠س + ١)

= ١٢١س^{٤} − (١٠س + ١)^{٢}

= (١١س^{٢} − ١٠س − ١)(١١س^{٢} + ١٠س + ١)

= (١١س + ١)(س − ١)(١١س^{٢} + ١٠س + ١)

(و) ٤م^{٤} − (٩م^{٢} − ٦م + ١)

= ٤م^{٤} − (٣م − ١)^{٢} = (٢م^{٢} − ٣م + ١)(٢م^{٢} + ٣م − ١)

= (٢م − ١)(م − ١)(٢م^{٢} + ٣م − ١)

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٥)

١ ١ ٦ ٢ ± ٧٢

٣ −١٦ ٤ ١٢٥

٢ ١ ٥ ٢ (س^{٢} + ١)

٣ ٤ ٤ ١

٣ ١ (أ) ص(س − ٧) + ٣(س − ٧) = (س − ٧)(ص + ٣)

(ب) أ(٣ب − ٥) + ٢(٣ب − ٥) = (٣ب − ٥)(أ + ٢)

(جـ) (س − ص)(س + ص) + ٤(س + ص) = (س + ص)(س − ص + ٤)

(د) (س − ص)^{٢} − ع^{٢} = (س − ص − ع)(س − ص + ع)

٢ س(أ − ب) + ص(أ − ب) = (أ − ب)(س + ص) = ١٢

∴ س + ص = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٦)

١

١ $س^٤ + ٦٤ = س^٤ + ٦٤ + ١٦س^٢ - ١٦س^٢$

$= س^٤ + ١٦س^٢ + ٦٤ - ١٦س^٢$

$= (س^٢ + ٨)^٢ - ١٦س^٢$

$= (س^٢ + ٨ - ٤س)(س^٢ + ٨ + ٤س)$

٢ $٤س^٤ + ١ = ٤س^٤ + ٤س^٢ + ١ - ٤س^٢$

$= (٢س^٢ + ١)^٢ - ٤س^٢$

$= (٢س^٢ + ١ - ٢س)(٢س^٢ + ١ + ٢س)$

٢

١ $٣م^٤ + ٣ن^٤ - ٥٤م^٢ن^٢ = ٣(م^٤ + ن^٤ - ١٨م^٢ن^٢)$

$= ٣(م^٤ - ١٨م^٢ن^٢ + ن^٤ + ٢م^٢ن^٢ - ٢م^٢ن^٢)$

$= ٣(م^٤ - ٢م^٢ن^٢ + ن^٤ - ١٦م^٢ن^٢)$

$= ٣[(م^٢ - ن^٢)^٢ - ١٦م^٢ن^٢]$

$= ٣[(م^٢ - ن^٢ - ٤مَن)(م^٢ - ن^٢ + ٤مَن)]$

٢ $أ^٨ - ٢٧١^٤ = ١٠٠ = (أ^٤ - ٢٥)(أ^٤ + ٤)$

$= (أ^٢ - ٥)(أ^٢ + ٥)(أ^٤ + ٤أ^٢ + ٤ - ٤أ^٢)$

$= (أ^٢ - ٥)(أ^٢ + ٥)[(أ^٢ + ٢)^٢ - ٤أ^٢]$

$= (أ^٢ - ٥)(أ^٢ + ٥)(أ^٢ + ٢ - ٢أ)(أ^٢ + ٢ + ٢أ)$

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٦)

التحليل بإكمال المربع:

١ ١ $١٦أ^٢$ ٢ $٤س^٢$ ٣ $٤س^٢$ ٤ ± ٢

٢

١ $س^٤ + ٤ص^٤$ بإضافة الحد $٤س^٢ص^٢$

ومعكوسه الجمعي إلى المقدار

$\therefore س^٤ + ٤س^٢ص^٢ + ٤ص^٤ - ٤س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٢ص^٢)^٢ - ٤س^٢ص^٢$

المقدار $= (س^٢ + ٢ص^٢ - ٢سص)(س^٢ + ٢ص^٢ + ٢سص)$

٢ بإضافة $٣٦س^٢$ ومعكوسه الجمعي للمقدار

$\therefore ٨١س^٤ + ٣٦س^٢ + ٤ - ٣٦س^٢$

$= (٩س^٢ + ٢)^٢ - ٣٦س^٢$

$= (٩س^٢ - ٦س + ٢)(٩س^٢ + ٦س + ٢)$

٣ $٥[٤س^٤ + ص^٤]$ بإضافة $٤س^٢ص^٢$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore ٥[٤س^٤ + ٤س^٢ص^٢ + ص^٤ - ٤س^٢ص^٢]$

$= ٥[(٢س^٢ + ص^٢)^٢ - ٤س^٢ص^٢]$

$= ٥[(٢س^٢ + ص^٢ - ٢سص)(٢س^٢ + ص^٢ + ٢سص)]$

٤ بإضافة $١٠٠س^٢ص^٢$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore (س^٤ + ١٠٠س^٢ص^٢ + ٢٥٠٠ص^٤) - ١٠٠س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٥٠ص^٢)^٢ - ١٠٠س^٢ص^٢$

$= (س^٢ + ٥٠ص^٢ + ١٠سص)(س^٢ + ٥٠ص^٢ - ١٠سص)$

٥ $٢[س^٤ + ٦٤ص^٤]$

$٢[س^٤ + ١٦س^٢ص^٢ + ٦٤ص^٤ - ١٦س^٢ص^٢]$

$٢[(س^٢ + ٨ص^٢)^٢ - ١٦س^٢ص^٢]$

$٢[س^٢ + ٨ص^٢ + ٤سص)(س^٢ + ٨ص^٢ - ٤سص)]$

٦ $٣[٤س^٤ + ص^٤]$

$٣[٤س^٤ + ٤س^٢ص^٢ + ص^٤ - ٤س^٢ص^٢]$

$٣[(٢س^٢ + ص^٢)^٢ - ٤س^٢ص^٢]$

$٣[(٢س^٢ + ص^٢ + ٢سص)(٢س^٢ + ص^٢ - ٢سص)]$

٧ $٢٩^٤ - ١٣أ^٢ب^٢ + ٤ب^٤$

$= (٢٩^٢ - ٤ب^٢)(أ^٢ - ب^٢)$

$= (٢٣ - ٢ب)(٢٣ + ٢ب)(أ - ب)(أ + ب)$

حل آخر:

$٢٩^٤ - ١١٢أ^٢ب^٢ + ٤ب^٢ - أ^٢ب^٢$

$= (٢٣^٢ - ٢ب^٢)^٢ - أ^٢ب^٢$

$= (٢٣^٢ - ٢ب^٢ - أب)(٢٣^٢ - ٢ب^٢ + أب)$

$= (٢٣ + ٢ب)(أ - ب)(٢٣ - ٢ب)(أ + ب)$

٨ $س^٤ - ٢س^٢ص^٢ + ص^٤ - ١٨س^٢ص^٢ + ٢س^٢ص^٢$

$= (س^٢ - ص^٢)^٢ - ١٦س^٢ص^٢$

$= (س^٢ - ص^٢ + ٤سص)(س^٢ - ص^٢ - ٤سص)$

٩ بإضافة $٤أ^٢ب^٢$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore أ^٤ - ٤أ^٢ب^٢ + ٤ب^٤ - ١٣أ^٢ب^٢ + ٤أ^٢ب^٢$

$= (أ^٢ - ٢ب^٢)^٢ - ٩أ^٢ب^٢$

$= (أ^٢ - ٣أب - ٢ب^٢)(أ^٢ + ٣أب - ٢ب^٢)$

١٠ بإضافة الحد $٦س^٢ص^٢$ ومعكوسه الجمعي إلى المقدار

$\therefore ٩س^٤ + ٦س^٢ص^٢ + ص^٤ - ٣س^٢ص^٢ - ٦س^٢ص^٢$

$= (٣س^٢ + ص^٢)^٢ - ٩س^٢ص^٢$

$\therefore$ المقدار $= (٣س^٢ + ص^٢ - ٣سص) \times (٣س^٢ + ص^٢ + ٣سص)$

١١ $٢[م^٤ + ن^٤ - ٢٧م^٢ن^٢]$

بإضافة الحد $٢م^٢ن^٢$ ومعكوسه الجمعي

$\therefore ٢[م^٤ - ٢م^٢ن^٢ + ن^٤ - ٢٧م^٢ن^٢ + ٢م^٢ن^٢]$

$= ٢[(م^٢ - ن^٢)^٢ - ٢٥م^٢ن^٢]$

$= ٢(م^٢ - ن^٢ - ٥مَن)(م^٢ - ن^٢ + ٥مَن)$

١٢ بإضافة ٤ أ^{٢}ب^{٢} ومعكوسه الجمعي.

∴ أ^{٤} + ٤ أ^{٢}ب^{٢} + ٤ب^{٤} + ٣ أ^{٢}ب^{٢} − ٤ أ^{٢}ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٢ب^{٢})^{٢} − أ^{٢}ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٢ب^{٢} + أب)(أ^{٢} + ٢ب^{٢} − أب)

إجابة تحدَّ نفسك

٣ ١ أ^{٨} − ١٢ أ^{٤} − ٦٤

= (أ^{٤} + ٤)(أ^{٤} − ١٦)

= [أ^{٤} + ٤ أ^{٢} + ٤ − ٤ أ^{٢}][أ^{٢} − ٤](أ^{٢} + ٤)

= [(أ^{٢} + ٢)^{٢} − ٤ أ^{٢}][أ − ٢)(أ + ٢)(أ^{٢} + ٤)

= (أ^{٢} + ٢أ + ٢)(أ^{٢} − ٢أ + ٢)(أ − ٢)(أ + ٢)(أ^{٢} + ٤)

٢ س^{٨} − ٥ س^{٤}ص^{٤} − ٣٦ص^{٨} = (س^{٤} − ٩ص^{٤})(س^{٤} + ٤ص^{٤})

= (س^{٢} − ٣ص^{٢})(س^{٢} + ٣ص^{٢})(س^{٤} + ٤ س^{٢}ص^{٢} + ٤ ص^{٢} − ٤ س^{٢}ص^{٢})

= (س^{٢} − ٣ص^{٢})(س^{٢} + ٣ص^{٢})[(س^{٢} + ٢ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢}ص^{٢}]

= (س^{٢} − ٣ص^{٢})(س^{٢} + ٣ص^{٢})(س^{٢} + ٢ص^{٢} − ٢ س ص)(س^{٢} + ٢ص^{٢} + ٢ س ص)

---

٤ ∵ ٤ أ^{٤} + ب^{٤} = ٤ أ^{٤} + ٤ أ^{٢}ب^{٢} + ب^{٤} − ٤ أ^{٢}ب^{٢} = (٢ أ^{٢} + ب^{٢})^{٢} − ٤ أ^{٢}ب^{٢}

= (٢ أ^{٢} + ب^{٢} − ٢ أب)(٢ أ^{٢} + ب^{٢} + ٢ أب)

∵ ٤ أ^{٤} + ب^{٤} = ١٢٠ ، ٢ أ^{٢} + ب^{٢} + ٢ أب = ٤

∴ ٢ أ^{٢} + ب^{٢} − ٢ أب = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٦)

١ (أ) ٤ س^{٤} + ص^{٤}

الحد الأوسط الموجب = ٢ × $\sqrt{٤ س^{٤}}$ × $\sqrt{ص^{٤}}$ = ٤ س^{٢}ص^{٢}

بإضافة ٤ س^{٢}ص^{٢} إلى المقدار ومعكوسه الجمعي

∴ ٤ س^{٤} + ٤ س^{٢}ص^{٢} + ص^{٤} − ٤ س^{٢}ص^{٢} = (٢ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢}ص^{٢}

∴ المقدار = (٢ س^{٢} + ص^{٢} − ٢ س ص)(٢ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص)

(ب) ٦٤ م^{٤} + ن^{٤} بإضافة ١٦ م^{٢}ن^{٢} إلى المقدار ومعكوسه الجمعي

∴ (٦٤ م^{٤} + ١٦ م^{٢}ن^{٢} + ن^{٤}) − ١٦ م^{٢}ن^{٢}

= (٨ م^{٢} + ن^{٢})^{٢} − ١٦ م^{٢}ن^{٢}

المقدار = (٨ م^{٢} + ن^{٢} − ٤ م ن)(٨ م^{٢} + ن^{٢} + ٤ م ن)

(جـ) بإضافة ٢ $\sqrt{٤ س^{٤}}$ × $\sqrt{٦٢٥ ص^{٤}}$ ومعكوسه الجمعي.

∴ ٤ س^{٤} + ١٠٠ س^{٢}ص^{٢} + ٦٢٥ ص^{٤} − ١٠٠ س^{٢}ص^{٢}

= (٢ س^{٢} + ٢٥ ص^{٢})^{٢} − ١٠٠ س^{٢}ص^{٢}

= (٢ س^{٢} + ٢٥ ص^{٢} − ١٠ س ص)(٢ س^{٢} + ٢٥ ص^{٢} + ١٠ س ص)

(د) بإضافة ناتج ٢ $\sqrt{٨١ س^{٤}}$ × $\sqrt{٤ ع^{٤}}$ ومعكوسه الجمعي.

∴ ٨١ س^{٤} + ٣٦ س^{٢}ع^{٢} + ٤ ع^{٤} − ٣٦ س^{٢}ع^{٢}

= (٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢})^{٢} − ٣٦ س^{٢}ع^{٢}

= (٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢} + ٦ س ع)(٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢} − ٦ س ع)

= (٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢} − ٦ س ع)(٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢} + ٦ س ع)

(هـ) بإضافة ٢ $\sqrt{أ^{٤}}$ × $\sqrt{٢٥٠٠ ب^{٤}}$ = ١٠٠ أ^{٢}ب^{٢} ومعكوسه الجمعي.

∴ أ^{٤} + ١٠٠ أ^{٢}ب^{٢} + ٢٥٠٠ ب^{٤} − ١٠٠ أ^{٢}ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٥٠ ب^{٢}) − ١٠٠ أ^{٢}ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٥٠ ب^{٢} − ١٠ أب)(أ^{٢} + ٥٠ ب^{٢} + ١٠ أب)

(و) ٢ ص^{٢}[٤ س^{٤} + ٨١ ع^{٤}]

= ٢ ص^{٢}[(٢ س^{٢} − ٦ س ع + ٩ ع^{٢})(٢ س^{٢} + ٦ س ع + ٩ ع^{٢})]

---

٢ (أ) س^{٤} + س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤} بإضافة ١٠ س^{٢}ص^{٢}

إلى المقدار ومعكوسه الجمعي

∴ (س^{٤} + ١٠ س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}) + س^{٢}ص^{٢} − ١٠ س^{٢}ص^{٢}

= (س^{٢} + ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢}ص^{٢}

∴ (س^{٢} + ٥ ص^{٢} − ٣ س ص)(س^{٢} + ٥ ص^{٢} + ٣ س ص)

(ب) أ^{٤} + ٤ أ^{٢}ب^{٢} + ١٦ ب^{٤}

= أ^{٤} + ٨ أ^{٢}ب^{٢} + ١٦ ب^{٤} + ٤ أ^{٢}ب^{٢} − ٨ أ^{٢}ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٤ ب^{٢})^{٢} − ٤ أ^{٢}ب^{٢}

= (أ^{٢} + ٤ ب^{٢} − ٢ أب)(أ^{٢} + ٤ ب^{٢} + ٢ أب)

(جـ) بإضافة ٢ $\sqrt{م^{٤}}$ × $\sqrt{ن^{٤}}$ = ٢ م^{٢}ن^{٢} ومعكوسه الجمعي.

∴ (م^{٤} − ٢ م^{٢}ن^{٢} + ن^{٤}) − ١١ م^{٢}ن^{٢} + ٢ م^{٢}ن^{٢}

∴ (م^{٢} − ن^{٢})^{٢} − ٩ م^{٢}ن^{٢} =

(م^{٢} − ن^{٢} − ٣ م ن)(م^{٢} − ن^{٢} + ٣ م ن)

(د) بإضافة ٢ $\sqrt{س^{٤}}$ × $\sqrt{٨١}$ = ١٨ س^{٢} ومعكوسه الجمعي.

∴ س^{٤} + ١٨ س^{٢} + ٨١ + ٩ س^{٢} − ١٨ س^{٢}

= (س^{٢} + ٩)^{٢} − ٩ س^{٢}

= (س^{٢} + ٩ + ٣ س)(س^{٢} + ٩ − ٣ س)

(هـ) بإضافة ٢ $\sqrt{١٦ س^{٤}}$ × $\sqrt{٩ ص^{٤}}$ = ٢٤ س^{٢}ص^{٢} ومعكوسه الجمعي.

∴ ١٦ س^{٤} − ٢٤ س^{٢}ص^{٢} + ٩ ص^{٤} − ٢٨ س^{٢}ص^{٢} + ٢٤ س^{٢}ص^{٢}

= (٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢}ص^{٢}

= (٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢} − ٢ س ص)(٤ س^{٢} − ٣ ص^{٢} + ٢ س ص)

(و) بإضافة ٢ $\sqrt{٤ س^{٤}}$ × $\sqrt{٢٥ ص^{٤}}$ = ٢٠ س^{٢}ص^{٢} ومعكوسه الجمعي.

∴ ٤ س^{٤} − ٢٠ س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤} − ٢٩ س^{٢}ص^{٢} + ٢٠ س^{٢}ص^{٢}

= (٢ س^{٢} − ٥ ص^{٢})^{٢} − ٩ س^{٢}ص^{٢}

= (٢ س^{٢} − ٣ س ص − ٥ ص^{٢})(٢ س^{٢} + ٣ س ص − ٥ ص^{٢})

= (س + ص)(٢ س − ٥ ص)(س − ص)(٢ س + ٥ ص)

حل آخر:

$٤س^{٤} - ٢٩ س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤} = (٤س^{٢} - ٢٥ص^{٢})(س^{٢} - ص^{٢})$

$= (٢س - ٥ص)(٢س + ٥ص)(س - ص)(س + ص)$

٣ (أ) $٤س^{٢}(٤س^{٢} - ٧ص^{٢}) + ص^{٤}$

$= ١٦س^{٤} - ٢٨ س^{٢}ص^{٢} + ص^{٤}$

بإضافة $٨ س^{٢}ص^{٢}$ إلى المقدار ومعكوسه الجمعي

$\therefore (١٦س^{٤} + ٨ س^{٢}ص^{٢} + ص^{٤}) - ٢٨ س^{٢}ص^{٢} - ٨ س^{٢}ص^{٢}$

المقدار $= (٤س^{٢} + ص^{٢})^{٢} - ٣٦ س^{٢}ص^{٢}$

$= (٤س^{٢} + ص^{٢} - ٦س ص)(٤س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص)$

(ب) $س^{٤} - ١٩ س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ص^{٤}$

بإضافة $١٠ س^{٢}ص^{٢}$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore س^{٤} - ١٠ س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ص^{٤} - ١٩ س^{٢}ص^{٢} + ١٠ س^{٢}ص^{٢}$

$= (س^{٢} - ٥ص^{٢})^{٢} - ٩ س^{٢}ص^{٢}$

$= (س^{٢} - ٥ص^{٢} - ٣س ص)(س^{٢} - ٥ص^{٢} + ٣س ص)$

(جـ) $٣[م^{٤} + ن^{٤} - ١٨ م^{٢}ن^{٢}]$ بإضافة $٢م^{٢}ن^{٢}$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore ٣[م^{٤} - ٢م^{٢}ن^{٢} + ن^{٤} - ١٨ م^{٢}ن^{٢} + ٢م^{٢}ن^{٢}]$

$= ٣[(م^{٢} - ن^{٢})^{٢} - ١٦ م^{٢}ن^{٢}]$

$= ٣(م^{٢} - ن^{٢} - ٤م ن)(م^{٢} - ن^{٢} + ٤م ن)$

(د) $أ^{٤} - ٢٤ أ^{٢}ب^{٢} + ٩ب^{٤}$ بإضافة $١٢ أ^{٢}ب^{٢}$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore أ^{٤} + ١٢ أ^{٢}ب^{٢} + ٩ب^{٤} - ٢٤ أ^{٢}ب^{٢} - ١٢ أ^{٢}ب^{٢}$

$= (أ^{٢} + ٣ب^{٢})^{٢} - ٣٦ أ^{٢}ب^{٢}$

$= (أ^{٢} + ٦أب + ٣ب^{٢})(أ^{٢} - ٦أب + ٣ب^{٢})$

(هـ) $٩ س^{٤} - ٢٥ س^{٢} + ١٦$ بإضافة $٢٤ س^{٢}$ إلى المقدار ومعكوسه الجمعي

$\therefore (٩ س^{٤} - ٢٤ س^{٢} + ١٦) - ٢٥ س^{٢} + ٢٤ س^{٢}$

$(٣س^{٢} - ٤)^{٢} - س^{٢} = (٣س^{٢} - ٤ - س)(٣س^{٢} - ٤ + س)$

$= (٣س^{٢} - س - ٤)(٣س^{٢} + س - ٤)$

$= (٣س - ٤)(س + ١)(٣س + ٤)(س - ١)$

حل آخر: $٩ س^{٤} - ٢٥ س^{٢} + ١٦ = (٩س^{٢} - ١٦)(س^{٢} - ١)$

$= (٣س - ٤)(٣س + ٤)(س - ١)(س + ١)$

(و) $س^{٨} - ١٦ ص^{٨} = (س^{٤} - ٤ص^{٤})(س^{٤} + ٤ص^{٤})$

$= (س^{٢} - ٢ص^{٢})(س^{٢} + ٢ص^{٢})[(س^{٤} + ٤س^{٢}ص^{٢} + ٤ص^{٤}) - ٤ س^{٢}ص^{٢}]$

$= (س^{٢} - ٢ص^{٢})(س^{٢} + ٢ص^{٢})[(س^{٢} + ٢ص^{٢})^{٢} - ٤ س^{٢}ص^{٢}]$

$= (س^{٢} - ٢ص^{٢})(س^{٢} + ٢ص^{٢}) \times (س^{٢} + ٢ص^{٢} - ٢س ص)(س^{٢} + ٢ص^{٢} + ٢س ص)$

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٦)

١ ١ ٣١ ٢ $٢أ^{٢}ب^{٢}$ ٣ $٤س^{٢}$ ٤ ± ٧

٢ ١ $(أ + ب)(س + ص)$ ٢ $(س + ٦)$

٣ $(س^{٢} - س + ١)$ ٤ ٢١

٣ ١ (أ) $٢(س - ٥ص)(س + ٥ص)$

(ب) بإضافة $١٠٠أ^{٤}ب^{٤}$ ومعكوسه الجمعي.

$\therefore ٦٢٥أ^{٨} + ١٠٠أ^{٤}ب^{٤} + ٤ب^{٨} - ١٠٠أ^{٤}ب^{٤}$

$= (٢٥أ^{٤} + ٢ب^{٤})^{٢} - ١٠٠أ^{٤}ب^{٤}$

$= (٢٥أ^{٤} + ٢ب^{٤} - ١٠أ^{٢}ب^{٢})(٢٥أ^{٤} + ٢ب^{٤} + ١٠أ^{٢}ب^{٢})$

(جـ) $(٢س - ٧)(س + ٣)$

(د) $(س + ٢)(س^{٢} - ٢س + ٤)$

٢ (أ) $(أ + ٢ب)^{٢} - ٢٥ جـ^{٢}$

$(أ + ٢ب - ٥جـ)(أ + ٢ب + ٥جـ)$

(ب) بإضافة $٢س^{٢}ص^{٢}$ ومعكوسه الجمعي

$\therefore س^{٤} + ٢س^{٢}ص^{٢} + ص^{٤} - ٧س^{٢}ص^{٢} - ٢س^{٢}ص^{٢}$

$= (س^{٢} + ص^{٢})^{٢} - ٩س^{٢}ص^{٢}$

$= (س^{٢} + ص^{٢} + ٣س ص)(س^{٢} + ص^{٢} - ٣س ص)$

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٧)

١ ١ $س^{٢} + ٥س + ٤ = ٠$ $(س + ٤)(س + ١) = ٠$

$س = -٤$ أو $س = -١$ م.ح $= \{-٤ ، -١\}$

٢ $س^{٢} - ٤ = ٠$ $(س - ٢)(س + ٢) = ٠$

$س = ٢$ أو $س = -٢$ م.ح $= \{٢ ، -٢\}$

٣ $٢س^{٢} - ٦س - ٢٠ = ٠$ $(\div ٢)$

$س^{٢} - ٣س - ١٠ = ٠$

$(س - ٥)(س + ٢) = ٠$

$س = ٥$ أو $س = -٢$

م.ح $= \{٥ ، -٢\}$

٤ $١٥س^{٢} - ١٩س + ٦ = ٠$

$(٥س - ٣)(٣س - ٢) = ٠$

$٥س = ٣$ أو $٣س = ٢$

$س = \frac{٣}{٥}$ أو $س = \frac{٢}{٣}$

م.ح $= \left\{\frac{٣}{٥} ، \frac{٢}{٣}\right\}$

٢ ١ $٢س^{٣} = ١٨س$

$٢س^{٣} - ١٨س = ٠$ $(\div ٢)$

$س^{٣} - ٩س = ٠$

س(س^{٢} − ٩) = ٠

س(س − ٣)(س + ٣) = ٠

س = ٠ أو س = ٣ أو س = −٣

م.ح = {٠، ٣، −٣}

٢ س^{٢} + ٦ = ٥س

س^{٢} − ٥س + ٦ = ٠ (س − ٣)(س − ٢) = ٠

س = ٣ أو س = ٢ ∴ م.ح = {٢، ٣}

٣ س^{٢} + ١ = ٠ ∴ م.ح = ∅

---

٣ ١ س(س − ١) = ٦

س^{٢} − س − ٦ = ٠ (س − ٣)(س + ٢) = ٠

س = ٣ أو س = −٢ م.ح = {٣، −٢}

٢ (س − ٣)(س + ٥) = ٢٠

س^{٢} + ٢س − ١٥ − ٢٠ = ٠

س^{٢} + ٢س − ٣٥ = ٠

(س + ٧)(س − ٥) = ٠

س = −٧ أو س = ٥

م.ح = {٥، −٧}

٣ $\frac{١}{س} = \frac{س}{٩}$

س^{٢} = ٣٦ ∴ س^{٢} − ٣٦ = ٠

(س − ٦)(س + ٦) = ٠

س = ٦ أو س = −٦

م.ح = {٦، −٦}

---

٤ ١ نفرض أن العددين هما: س، س + ٣

س(س + ٣) = ١٨

س^{٢} + ٣س − ١٨ = ٠

(س + ٦)(س − ٣) = ٠

س = −٦ أو س = ٣

العددان هما: −٦، −٣ أو ٣، ٦

٢ نفرض أن العدد س

س^{٢} + س = ١٢ ⟸ س^{٢} + س − ١٢ = ٠

(س + ٤)(س − ٣) = ٠

س = −٤ أو س = ٣

العدد هو −٤ أو ٣

---

٥ ∵ مساحة المثلث = ٨٤ سم^{٢}، وضلعي القائمة هما: ٤س، س + ١

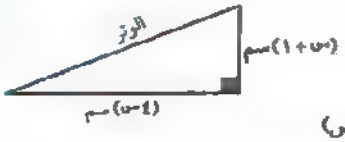
∴ $\frac{١}{٢}$ × ٤س × (س + ١) = ٨٤

∴ ٢ [س^{٢} + س] = ٨٤

∴ س^{٢} + س − ٤٢ = ٠

(س − ٦)(س + ٧) = ٠

∴ س = ٦ أو س = −٧ (مرفوض)



∴ ٤س = ٤ (٦) = ٢٤ ، س + ١ = ٦ + ١ = ٧

∴ طولا ضلعي القاعدة هما: ٢٤سم، ٧سم

∴ طول الوتر = $\sqrt{(٢٤)^{٢} + (٧)^{٢}}$ = ٢٥سم

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٧)

أولًا: حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريًا

١ ١ ∅ ٢ {٥، −٥}

٣ {٠، ٥} ٤ {−٢، ٣}

---

٢ ١ {٥، −١} ٢ −٣

٣ {$\frac{٣}{٢}$، −١} ٤ صفر، ٣

٥ ∅ ٦ {٩، −٩}

---

٣ ١ س(س − ١) = ٠

س = ٠ أو س = ١ ∴ م.ح = {٠، ١}

٢ (س + ٣)(س + ٢) = ٠

س = −٣ أو س = −٢ ∴ م.ح = {−٣، −٢}

٣ (س − ٧)(س − ٨) = ٠

س = ٧ أو س = ٨ ∴ م.ح = {٧، ٨}

٤ (س − ٢)^{٢} = ٠

س − ٢ = ٠

س = ٢ ∴ م.ح = {٢}

٥ س^{٢} + ٧س − ١٨ = ٠

(س + ٩)(س − ٢) = ٠

س = −٩ أو س = ٢ ∴ م.ح = {−٩، ٢}

٦ س^{٢} − ٢س − ٢٤ = ٠

(س − ٦)(س + ٤) = ٠

س = ٦ أو س = −٤ ∴ م.ح = {٦، −٤}

٧ س^{٢} + س − ١٢ = ٠ (س − ٣)(س + ٤) = ٠

س = ٣ أو س = −٤ ∴ م.ح = {٣، −٤}

٨ ٢س^{٢} − ٩س − ٥ = ٠ (س − ٥)(٢س + ١) = ٠

س = ٥ أو س = −$\frac{١}{٢}$ ∴ م.ح = {٥، $\frac{-١}{٢}$}

٩ (٣س − ١)^{٢} = ٠

٣س − ١ = ٠ فإن س = $\frac{١}{٣}$ ∴ م.ح = {$\frac{١}{٣}$}

---

٤ ١ ٥س^{٢} − ٧س = ٠ س(٥س − ٧) = ٠

س = ٠ أو س = $\frac{٧}{٥}$ ∴ م.ح = {٠، $\frac{٧}{٥}$}

٢ ٤س^{٢} − ٢٥ = ٠ (٢س − ٥)(٢س + ٥) = ٠

س = $\frac{٥}{٢}$ أو س = $\frac{-٥}{٢}$ ∴ م.ح = {$\frac{٥}{٢}$، $\frac{-٥}{٢}$}

٣ س^{٢} − ٣س = ٥س

س^{٢} − ٨س = ٠ ، س(س − ٨) = ٠

س = ٠ أو س = ٨ ∴ م.ح = {٠ ، ٨}

٤ ٣س^{٢} − ١٥س + ١٨ = ٠ ، + ٣

∴ س^{٢} − ٥س + ٦ = ٠ ، (س − ٣)(س − ٢) = ٠

س = ٣ أو س = ٢ ∴ م.ح = {٢ ، ٣}

٥ س(س − ٢) = ١٥

س^{٢} − ٢س − ١٥ = ٠

(س − ٥)(س + ٣) = ٠

س = ٥ أو س = −٣

∴ م.ح = {−٣ ، ٥}

٦ ٩(س + ٥)^{٢} − ٢٥ = ٠

[٣(س + ٥) − ٥][٣(س + ٥) + ٥] = ٠

(٣س + ١٥ − ٥)(٣س + ١٥ + ٥) = ٠

(٣س + ١٠)(٣س + ٢٠) = ٠

س = $\frac{-١٠}{٣}$ أو س = $\frac{-٢٠}{٣}$ ∴ م.ح = {$\frac{-١٠}{٣}$ ، $\frac{-٢٠}{٣}$}

٧ س^{٤} − ٢١س^{٢} + ١٠٠ = ٠ (س^{٢} − ٢٥)(س^{٢} + ٤) = ٠

(س − ٥)(س + ٥)(س^{٢} + ٤) = ٠

∴ س = ٥ ، س = −٥ ، س^{٢} = −٤ ليس لها حل في ح

∴ م.ح = {−٥ ، ٥}

٨ (س − ١)^{٢} + س − ٣ = ٠ س^{٢} − ٢س + ١ + س − ٣ = ٠

س^{٢} − س − ٢ = ٠ (س − ٢)(س + ١) = ٠

س = ٢ أو س = −١ ∴ م.ح = {−١ ، ٢}

٩ ٣س^{٣} − ١٢س = ٠ ٣س(س^{٢} − ٤) = ٠

٣س(س − ٢)(س + ٢) = ٠

س = ٠ أو س = ٢ أو س = −٢

∴ م.ح = {−٢ ، ٠ ، ٢}

١٠ $\frac{س + ٥}{٢}$ − $\frac{٥}{س}$ = ١ (بضرب الطرفين) × ٢س

∴ س^{٢} + ٥س − ١٠ = ٢س ∴ س^{٢} + ٣س − ١٠ = ٠

(س + ٥)(س − ٢) = ٠

س = −٥ أو س = ٢

∴ م.ح = {−٥ ، ٢}

ثانيًا: تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريًا:

٥

١ ٥ ٢ ٧ ٣ س − ٣

٤ س^{٢} − س^{٢} ٥ ٤س + ١٠ ٦ س^{٢}

٧ ٢س^{٢} ٨ س + ٢

٦

١ ٣س ٢ س + ٢ ٣ ٤

٤ ٥س^{٢} ٥ س + ٧

٧

١ نفرض أن العدد س ، ومعكوسه الجمعي − س

∴ مربعه س^{٢} ∴ س^{٢} − س = ٤٢

∴ س^{٢} − س − ٤٢ = ٠ ∴ (س − ٧)(س + ٦) = ٠

∴ س = ٧ أو −٦ ∴ العدد هو ٧ أو −٦

٢ نفرض أن العدد س ، ∴ مربعه = س^{٢} ، ضعفه = ٢س

∴ س^{٢} + ٢س = ٨

س^{٢} + ٢س − ٨ = ٠ (س + ٤)(س − ٢) = ٠

س = −٤ أو س = ٢ العدد هو −٤ أو ٢

٣ نفرض أن العدد هو س ، مربعه = س^{٢} ، ثلاثة أمثال = ٣س

∴ س^{٢} + ٣س = ٢٨

س^{٢} + ٣س − ٢٨ = ٠ (س + ٧)(س − ٤) = ٠

∴ س = −٧ (مرفوض) ∴ س = ٤

∴ العدد الموجب هو ٤

٤ نفرض أن العدد هو س

∴ مربعه س^{٢} ، ضعفه ٢س ∴ س^{٢} − ٢س = ٤٨

∴ س^{٢} − ٢س − ٤٨ = ٠ (س − ٨)(س + ٦) = ٠

∴ س = ٨ أو س = −٦ (مرفوض لأنه سالب)

∴ العدد هو ٨

٥ نفرض أن العددين هما س ، س + ٤

س^{٢} + (س + ٤)^{٢} = ١٠٦

س^{٢} + س^{٢} + ٨س + ١٦ − ١٠٦ = ٠

٢س^{٢} + ٨س − ٩٠ = ٠ (÷ ٢)

س^{٢} + ٤س − ٤٥ = ٠ (س + ٩)(س − ٥) = ٠

س = −٩ (مرفوض) أو س = ٥ العددان هما ٥ ، ٩

٦ نفرض أن العددين هما ٣س ، ٤س

(٣س)^{٢} + (٤س)^{٢} = ١٠٠ ٩س^{٢} + ١٦س^{٢} = ١٠٠

٢٥س^{٢} = ١٠٠ ٢٥س^{٢} − ١٠٠ = ٠

٢٥(س^{٢} − ٤) = ٠ فإن س^{٢} − ٤ = ٠

∴ (س − ٢)(س + ٢) = ٠

س = ٢ أو س = −٢

∴ العددان هما ٦ ، ٨ أو −٦ ، −٨

٧ نفرض أن عرض المستطيل س فيكون الطول للمستطيل س + ٤

∵ مساحة المستطيل = ٢١ سم^{٢}

∴ س(س + ٤) = ٢١ ∴ س^{٢} + ٤س − ٢١ = ٠

(س + ٧)(س − ٣) = ٠

س = −٧ (مرفوض) أو س = ٣

∴ العرض = ٣سم الطول = ٣ + ٤ = ٧سم

∴ محيط المستطيل = (٣ + ٧) × ٢ = ٢٠ سم

٨ نفرض أن طول ضلعي القائمة س ، س + ٧

∵ مساحة المثلث = ٣٠ سم²

∴ $\frac{١}{٢}$ س (س + ٧) = ٣٠ (× ٢)

س (س + ٧) = ٦٠ ∴ س² + ٧س − ٦٠ = ٠

(س + ١٢) (س − ٥) = ٠

∴ س = −١٢ (مرفوض) أو س = ٥

∴ طولا ضلعي القائمة هما ٥ سم ، ٥ + ٧ = ١٢ سم

طول الوتر = $\sqrt{(١٢)^٢ + (٥)^٢}$ = ١٣ سم

∴ محيط المثلث = ٥ + ١٢ + ١٣ = ٣٠ سم

٩ نفرض أن عمر عادل الآن س ∴ عمر أحمد الآن س + ٨

∴ س² + (س + ٨)² = ١٠٤

∴ س² + س² + ١٦ س + ٦٤ − ١٠٤ = ٠

٢س² + ١٦ س − ٤٠ = ٠ ÷ ٢

∴ س² + ٨ س − ٢٠ = ٠ (س + ١٠) (س − ٢) = ٠

∴ س = −١٠ (مرفوض) ∴ س = ٢

∴ عمر عادل الآن: ٢ سنة عمر أحمد الآن: ١٠ سنوات

١٠ نفرض أن عمر الابن = س ∴ عمر الأب = س + ٢٧

∴ منذ سنتين عمر الابن (س − ٢) ، عمر الأب (س + ٢٥)

∴ (س − ٢)² + (س + ٢٥)² = ٩٠٩

س² − ٤ س + ٤ + س² + ٥٠ س + ٦٢٥ = ٩٠٩

∴ ٢س² + ٤٦ س − ٢٨٠ = ٠ ÷ ٢

∴ س² + ٢٣ س − ١٤٠ = ٠ ∴ (س + ٢٨) (س − ٥) = ٠

∴ س = −٢٨ مرفوض ∴ س = ٥

∴ عمر الابن ٥ سنوات وعمر الأب ٣٢ سنة.

إجابة تحدَّ نفسك

٨ ١ س + $\frac{٦}{س}$ = ٥ (بالضرب × س)

س² + ٦ = ٥ س س² − ٥ س + ٦ = ٠

(س − ٣) (س − ٢) = ٠ س = ٣ أو س = ٢

∴ م. ح = {٣ ، ٢}

٢ س + $\frac{٩}{٢}$ = $\frac{٩}{س}$ بالضرب × ٢س

∴ ٢س² + ٩س = ١٨ ∴ ٢س² + ٩س − ١٨ = ٠

(٢س − ٣) (س + ٦) = ٠

∴ س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = −٦ ∴ م. ح = {$\frac{٣}{٢}$ ، −٦}

٣ $\frac{س − ٣}{٢}$ = $\frac{٥}{س}$ بالضرب × ٢س

س (س − ٣) = ٢ × ٥ ∴ س² − ٣س = ١٠

س² − ٣س − ١٠ = ٠ ، (س − ٥) (س + ٢) = ٠

س = ٥ أو س = −٢ ∴ م. ح = {٥ ، −٢}

٩ نفرض أن الأعداد هي س − ١ ، س ، س + ١

∴ س² = ٣س ∴ س (س − ٣) = ٠

س = ٠ أو س = ٣ ∴ الأعداد هي −١ ، ٠ ، ١ أو ٢ ، ٣ ، ٤

١٠ ∵ $\overleftarrow{حـ د}$ ∩ $\overleftrightarrow{أ ب}$ = {حـ}

∴ ق (∠ب حـ د) + ق (∠أ حـ د) = ١٨٠°

∴ س² + ٨س − ١٨٠ = ٠

(س − ١٠) (س + ١٨) = ٠

∴ س = ١٠ ، س = −١٨ (مرفوض)

١١ نفرض أن عُمر سمير الآن س

∴ عُمر سمير الآن س + ٥ ∴ (س + س + ٥)² = ٤٩

(٢س + ٥)² = ٤٩ ٢س + ٥ = ٧ أو ٢س + ٥ = −٧

س = ١ أو س = −٦ (مرفوض)

عُمر سمير الآن ٦ سنوات

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٧)

١ (أ) م. ح = {٣ ، ٥} (ب) م. ح = {١٠ ، −٣}

(جـ) م. ح = {$\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$} (د) م. ح = {٢ ، $\frac{٢٢}{٥}$}

(هـ) م. ح = {−٢ ، ٤} (و) م. ح = {٤ ، −١٠}

٢ (أ) ١٢س² − ٤٧ س + ٤٥ = ٠

(٤ س − ٩) (٣ س − ٥) = ٠ ∴ م. ح = {$\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٩}{٤}$}

(ب) (س² − ٤) (س² − ١) = ٠

(س − ٢) (س + ٢) (س − ١) (س + ١) = ٠

∴ م. ح = {٢ ، −٢ ، ١ ، −١}

(جـ) س² + ٦ س + ٩ + ٣ س + ٩ − ١٠ = ٠

س² + ٩ س + ٨ = ٠

(س + ٨) (س + ١) = ٠ ∴ م. ح = {−٨ ، −١}

(د) س² − ٦ س = ٠ ∴ س (س − ٦) = ٠

س = ٠ أو س − ٦ = ٠ ∴ م. ح = {٠ ، ٦}

(هـ) ٤س³ − ٩س = ٠

س (٢س − ٣) (٢س + ٣) = ٠ ∴ م. ح = {٠ ، $\frac{٣}{٢}$ ، −$\frac{٣}{٢}$}

(و) ٦س² − س − ٢٢ = ٠

(٦س + ١١) (س − ٢) = ٠ ∴ م. ح = {−$\frac{١١}{٦}$ ، ٢}

٣ نفرض أن العددين هما س ، س + ٤

∴ س (س + ٤) = ٤٥ ∴ س² + ٤س − ٤٥ = ٠

(س + ٩) (س − ٥) = ٠

∴ س = −٩ ، أو س = ٥ ∴ العددان هما −٩ ، −٥ أو ٥ ، ٩

---

٤ نفرض أن العرض = س

∴ طول قطعة الأرض = س + ٥

∵ مساحة قطعة الأرض = ٥٠ م² ∴ س (س + ٥) = ٥٠

س² + ٥س − ٥٠ = ٠ (س + ١٠) (س − ٥) = ٠

∴ س = −١٠ مرفوض لأن الأطوال موجبة

∴ س = ٥ ∴ بُعدا قطعة الأرض ٥ م ، ١٠ م

---

٥ ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ س² + ٦١ + ١١٠ − ١١س + ٩٠ − ٧س = ١٨٠°

∴ س² − ١٨س + ٨١ = ٠

∴ (س − ٩)² = ٠ ، س − ٩ = ٠ ∴ س = ٩

∴ ق (∠أ) = ٨١° + ٦١° = ١٤٢°

، ق (∠ب) = ١١٠° − ٩٩° = ١١°

، ق (∠جـ) = ٩٠° − ٦٣° = ٢٧°

---

٦ نفرض أن عُمر حنان الآن س سنة

∴ عمر حاتم الآن = س + ٤ ∴ س² + (س + ٤)² = ٢٦

س² + س² + ٨س + ١٦ − ٢٦ = ٠

٢س² + ٨س − ١٠ = ٠ ÷ ٢

∴ س² + ٤س − ٥ = ٠

(س + ٥) (س − ١) = ٠

∴ س = −٥ مرفوض ∴ س = ١

∴ عُمر حنان الآن: ١ سنة عمر حاتم الآن: ٥ سنوات

---

٧ نفرض أن العدد هو س ∴ معكوسه الضربي $\frac{١}{س}$

∴ س − $\frac{١}{س}$ = $\frac{٥}{٦}$ بالضرب × ٦س

∴ ٦س² − ٦ = ٥س ٦س² − ٥س − ٦ = ٠

(٣س + ٢) (٢س − ٣) = ٠

∴ س = −$\frac{٢}{٣}$ أو س = $\frac{٣}{٢}$

∴ العدد هو −$\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{٣}{٢}$

---

٨ نفرض أن العدد هو س ∴ مربعه س²

∴ س² + س − ١٢ = ٠ (س − ٣) (س + ٤) = ٠

س = ٣ أو س = −٤ ∴ العدد هو ٣ أو −٤

---

٩ نفرض أن العدد الفردي الأول س ∴ العدد الفردي التالي س + ٢

∴ س² + (س + ٢)² = ١٣٠

∴ س² + س² + ٤س + ٤ − ١٣٠ = ٠

٢س² + ٤س − ١٢٦ = ٠ ÷ ٢

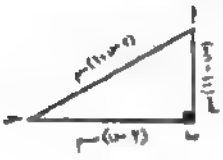
س² + ٢س − ٦٣ = ٠

(س + ٩) (س − ٧) = ٠

∴ س = −٩ أو س = ٧ ∴ العددان هما −٩ ، −٧ أو ٧ ، ٩

---

١٠ ∵ المثلث قائم



∴ (٢س)² + (س − ١١)² = (س + ١)² ، س > ١١

∴ ٤س² + س² − ٢٢س + ١٢١ = س² + ٢س + ١

∴ س² − ٢٦س + ١٢٠ = ٠

∴ (س − ٢٠) (س − ٦) = ٠

∴ س = ٢٠ أو ∴ س = ٦ (مرفوض)

عندما س = ٢٠

∴ أب = ٩سم ، ب جـ = ٤٠سم ، أجـ = ٤١سم

∴ محيط Δ أب جـ = ٩ + ٤٠ + ٤١ = ٩٠سم

∴ مساحة Δ أب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٩ = ١٨٠سم².

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٧)

١ ١ {٠ ، ٧} ٢ س + ١ ٣ ٢ ٤ ٨

---

٢ ١ {٣} ٢ ١٢ ٣ (س + ٢)²

٤ (٥أ + ٤ب) (٢٥أ² − ٢٠أب + ١٦ب²)

---

٣ ١ (أ) $\frac{١}{٢}$س² − ٣ = $\frac{١}{٢}$(س² − ٩)

= $\frac{١}{٢}$(س − ٣) (س + ٣)

(ب) (٥أس − أ) − (١٠ب س − ٢ب)

= أ(٥س − ١) − ٢ب(٥س − ١)

= (٥س − ١) (أ − ٢ب)

٢ (أ) نفرض أن العدد هو س

س² − ٥س − ٣٦ = ٠ ∴ (س − ٩) (س + ٤) = ٠

س = ٩ أو س = −٤ (مرفوض)

العدد هو ٩

(ب) نفرض أن عرض المستطيل س

∴ طول المستطيل = س + ٢ ∵ مساحة المستطيل = ٣٥ سم²

∴ س (س + ٢) = ٣٥ ∴ س² + ٢س − ٣٥ = ٠

(س − ٥) (س + ٧) = ٠

∴ س = ٥ أو س = −٧ (مرفوض)

∴ عرض المستطيل = ٥ سم وطول المستطيل = ٧ سم

∴ محيط المستطيل = (٥ + ٧) × ٢ = ٢٤ سم

إجابة اختبار الأضواء على الوحدة الأولى

١ ١ ±١٢ ٢ ٣ ٣ ١٠

٤ {−٢ ، ٢} ٥ س − ٥ ٦ {٠ ، ١}

٢ ١ ٢٥ ٢ أ^{٢} + ٦ أ س + ٩ س^{٢}

٣ (س + ٥)(٢س − ٣) = ٢ س^{٢} + ٧ س − ١٥

٤ ١٩ ٥ (س − ٣)

---

٣ ١ ٣س^{٢} − ١٠ س − ٨ = (٣س + ٢)(س − ٤)

٢ ٥ س − ١٠ ص − أ س + ٢ أ ص

= ٥(س − ٢ ص) − أ(س − ٢ ص) = (س − ٢ ص)(٥ − أ)

٣ $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + ٤ = $\frac{١}{٢}$ (س^{٢} + ٨) = $\frac{١}{٢}$ (س + ٢)(س^{٢} − ٢س + ٤)

٤ س^{٤} + ١٦ س^{٢} ص^{٢} + ٦٤ ص^{٤} − ١٦ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٨ ص^{٢})^{٢} − ١٦ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٢} + ٨ ص^{٢} − ٤ س ص)(س^{٢} + ٨ ص^{٢} + ٤ س ص)

---

٤ ١ س^{٢} + ٥ س − ٦ = ٠

(س − ١)(س + ٦) = ٠ ∴ س = ١ ، س = −٦

∴ م.ج = {١ ، −٦}

٢ ٢س^{٢} + س − ٢١ = ٠ ∴ (٢س + ٧)(س − ٣) = ٠

∴ س = $\frac{-٧}{٢}$ ، س = ٣ ∴ م.ج = {$\frac{-٧}{٢}$ ، ٣}

٣ س^{٣} = س ∴ س^{٣} − س = ٠

س (س − ١)(س + ١) = ٠ ∴ م.ج = {٠ ، ١ ، −١}

٤ س − $\frac{٥}{س}$ = $\frac{١}{٢}$ (بضرب طرفي المعادلة × ٢س)

∴ ٢س^{٢} − ١٠ = س ∴ ٢س^{٢} − س − ١٠ = ٠

(٢س − ٥)(س + ٢) = ٠ ∴ س = $\frac{٥}{٢}$ ، س = −٢

∴ م.ج = {$\frac{٥}{٢}$ ، −٢}

---

٥ ١ بفرض أن العدد هو س

∴ س^{٢} − س = ٢٠

س^{٢} − س − ٢٠ = ٠

(س − ٥)(س + ٤) = ٠

س = ٥ ، س = −٤

∴ العدد هو ٥ أو −٤

٢ بفرض أن العرض هو س سم

الطول (س + ٤)سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض

٢١ = س (س + ٤)

س^{٢} + ٤س − ٢١ = ٠ (س + ٧)(س − ٣) = ٠

∴ س = −٧ (مرفوض) ، س = ٣

العرض = ٣ سم ، الطول = ٣ + ٤ = ٧ سم

إجابة اختبار الكتاب المدرسي على الوحدة الأولى

١ ١ ± ٢٠ س ص ٢ ٢ ٣ ١٥ ٤ ٩ ٥ −١٩

---

٢ ١ ٢٢ ، −٢٢ س ٢ ٣ ٣ ٢٥

٤ (٥ س − ٧) ٥ (س^{٢} − ٢س + ٤)

---

٣ ١ (س + ٢)[(س + ٢)^{٢} − ٤] = (س + ٢)(س + ٢ − ٢)(س + ٢ + ٢)

= س (س + ٢)(س + ٤)

٢ (أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}) − جـ^{٢} = (أ + ب)^{٢} − جـ^{٢} = (أ + ب − جـ)(أ + ب + جـ)

٣ ٢س^{٢} − ٥ س + ٣ = (٢س − ٣)(س − ١)

٤ س^{٤} + ٤ ل^{٤} = (س^{٤} + ٤ س^{٢} ل^{٢} + ٤ ل^{٤}) − ٤ س^{٢} ل^{٢}

= (س^{٢} + ٢ ل^{٢})^{٢} − ٤ س^{٢} ل^{٢}

= (س^{٢} + ٢ ل^{٢} − ٢ س ل)(س^{٢} + ٢ ل^{٢} + ٢ س ل)

٥ ٨ س^{٣} − ٣٤٣ ص^{٣} = (٢س − ٧ص)(٤س^{٢} + ١٤ س ص + ٤٩ ص^{٢})

---

٤ ١ س^{٢} − ٣س − ١٠ = ٠ ∴ (س − ٥)(س + ٢) = ٠

∴ س = ٥ أو س = −٢ ∴ م.ج = {٥ ، −٢}

٢ ٣ س^{٢} + س − ١٤ = ٠ ∴ (٣س + ٧)(س − ٢) = ٠

∴ س = $\frac{-٧}{٣}$ أو س = ٢ ∴ م.ج = {$\frac{-٧}{٣}$ ، ٢}

٣ ٥ س^{٢} − ٦ س − ٨ = ٠ (بفك الأقواس)

∴ (٥س + ٤)(س − ٢) = ٠ ∴ م.ج = {$\frac{-٤}{٥}$ ، ٢}

---

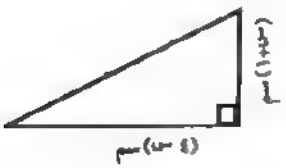
٥ ١ $\frac{٢٠}{٧}$ (٧٥ − ٥) = $\frac{٢٠}{٧}$ × ٧٠ = ٢٠٠

٢ (٨,١٧٥ + ١,٨٢٥)(٨,١٧٥ − ١,٨٢٥) = ١٠ × ٦,٣٥ = ٦٣,٥

٣ (٨٧ + ١٣)^{٢} = (١٠٠)^{٢} = ١٠٠٠٠

---

٦ ∵ مساحة المثلث = ٨٤ سم^{٢}



$\frac{١}{٢}$ × ٤ س × (س + ١) = ٨٤

٢س(س + ١) = ٨٤

٢س^{٢} + ٢س − ٨٤ = ٠ (÷ ٢)

∴ س^{٢} + س − ٤٢ = ٠

(س − ٦)(س + ٧) = ٠ ∴ س = ٦

أو س = −٧ مرفوض، (لأن الأطوال موجبة) ∴ ضلعا القائمة ٢٤ سم، ٧ سم

∴ طول الوتر = $\sqrt{(٢٤)^{٢} + (٧)^{٢}}$ = ٢٥ سم.

إجابات الوحدة الثانية

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (١)

١ ١ $(\sqrt{٣})^{٤} = ٣^{٢} = ٩$ ٢ $-(٧)^{\text{صفر}} = -١$ ٣ $(-\sqrt{٥})^{٣} = -٥\sqrt{٥}$

٢ ١ (أ) $(\sqrt{٢})^{-٢} = \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$

(ب) $\left(\frac{١}{\sqrt{٥}}\right)^{-٣} = (\sqrt{٥})^{٣} = ٥\sqrt{٥}$

(جـ) $(٢\sqrt{٧})^{-٢} = \left(\frac{١}{٢\sqrt{٧}}\right)^{٢} = \frac{١}{٤ \times ٧} = \frac{١}{٢٨}$

(د) $\frac{(\sqrt{٢})^{-٤}}{(\sqrt{٢})^{-٢}} = \frac{(\sqrt{٢})^{٢}}{(\sqrt{٢})^{٤}} = \sqrt{٢}$

٢ (أ) $\because \left(\frac{٢}{٥}\right)^{-س} = \frac{٢٥}{٤} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢}$

$\therefore$ س = −٢

(ب) $\because$ $س^{٣} = ٨ = ٢^{٣}$ $\therefore$ س = ٢

(جـ) $س^{٤} = \frac{١}{٢٥٦} = \left(\frac{١}{٤}\right)^{٤}$ $\therefore$ س = $\pm\frac{١}{٤}$

(د) $(\sqrt{٢})^{س+١} = ١٦ = (٢)^{٤} = (\sqrt{٢})^{٨}$

$\therefore$ س + ١ = ٨ $\therefore$ س = ٧

٣ ١ $\because$ $٣^{س-٢} = ١$ $\therefore$ س − ٢ = ٠ ⟸ س = ٢

م.ح = {٢}

٢ $\because$ $(\sqrt{٥})^{س} = ٢٥\sqrt{٥} = (\sqrt{٥})^{٥}$

$\therefore$ س = ٥ م.ح = {٥}

٣ $(\sqrt{٣})^{٤س-١٢} = (\sqrt{٥})^{\text{صفر}}$ $\therefore$ ٤س − ١٢ = صفر

٤س = ١٢ س = ٣

م.ح = {٣}

٤ $\because$ $(\sqrt{٢})^{س-٣} = (\sqrt{٢})^{-س}$

$\therefore$ س − ٣ = −س ⟸ س = ٣ م.ح = {٣}

٥ $\because$ $٤^{٣س-٢} = ٢٩^{س-٣}$ $\therefore$ $٤^{٣س-٢} = \left(\frac{١}{٩}\right)^{س-٣}$

$\therefore$ ٣س − ٢ = ٠ ومنها س = $\frac{٢}{٣}$

م.ح = $\left\{\frac{٢}{٣}\right\}$

٦ $\because$ $(س+٢)^{-٣} = ٥^{-٣}$

$\therefore$ ٣س = ٠ أو س + ٢ = ٥

س = ٠ أو س = ٣

$\therefore$ م.ح = {٠ ، ٣}

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (١)

أولاً: القوى الصحيحة غير السالبة في ح

١ ١ ٣ ٢ ٢ ٣ ح − {٧}

٤ ٤٢ ٥ س + ١ ٦ ٦ ٧ ±٢

٢ ١ ٤ ٢ $\frac{١}{٤}$ ٣ ١

٤ $٢^{٤} = ١٦$ ٥ ٦ ٦ صفر ٧ ٨

ثانياً: القوى الصحيحة السالبة في ح

٣ ١ $\frac{٣}{٢}$ ٢ ٢ ٣ $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ٤ −٥

٥ −٢ ٦ $٢^{٥}$ ٧ ٥

٤ ١ $\frac{٩}{٤}$ ٢ $٢\sqrt{٥}$ ٣ $\frac{١}{٤}$ ٤ $\frac{١}{٤}$

٥ ١ $٣^{٢س-١} = ٣^{٢}$

$\therefore$ ٢س − ١ = ٣ ⟸ ٢س = ٤

س = ٢ $\therefore$ م.ح = {٢}

٢ $٢^{٢س^{٢}-س} = ٤$

$\therefore$ $٢^{٢س^{٢}-س} = ٢^{٢}$ $\therefore$ $س^{٢} - س = ٢$

$\therefore$ $س^{٢} - س - ٢ = ٠$ $\therefore$ (س − ٢)(س + ١) = ٠

$\therefore$ س = ٢ أو س = −١ $\therefore$ م.ح = {٢ ، −١}

٣ $٣^{س^{٢}-١} = ١$

$\therefore$ $س^{٢} - ١ = ٠$ $\therefore$ $س^{٢} = ١$

$\therefore$ س = ±١ $\therefore$ م.ح = {١ ، −١}

٤ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣}$

$\therefore$ س + ٢ = −٣ ⟸ س = −٥ $\therefore$ م.ح = {−٥}

٥ $\because$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س-١} = \frac{٢٧}{٨} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}$

س − ١ = ٣ ⟸ س = ٤ $\therefore$ م.ح = {٤}

إجابة تحدَّ نفسك

٦ ١ $\because$ $٢^{|س|} = ٦٤ = ٢^{٦}$ $\therefore$ |س| = ٦ $\therefore$ س = ±٦

٢ $\because$ $س^{٢} \times س^{-ك} = ١$

$\therefore$ م − ك = ٠ ⟸ م = ك

$\therefore$ $\frac{٢}{٣}(م)^{-٣} \times \frac{٩}{٤}(-م)^{٢} = \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{(م)^{٢}} \times (-م)^{٢}$

إذا كانت م عددًا زوجيًا فالناتج $\frac{٣}{٢}$

إذا كانت م عددًا فرديًا فالناتج $\frac{-٣}{٢}$ الحل هو: $\pm\frac{٣}{٢}$

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (١)

١ ١ $٤^{٥}$ ٢ $١٠^{-١}$ ٣ $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

٤ ٠,٨ ٥ ح − {٥}

٢ ١ $\frac{١}{٣}$ ٢ ٤ ٣ $\frac{٨}{٢٧}$

٤ ٢٥ ٥ $\frac{١}{٣}$ ٦ $\frac{١}{٧}$

٧ $\frac{١}{٨}$ ٨ $١٠^{٤} = ١٠٠٠٠$ ٩ ٤

٣ ١ س = ١ أو س = −١٩

٢ (أ) $٣^{س-٣} = ٣^{٤}$ ∴ س = ٤ + ٢ ∴ س = ٦

(ب) $(\sqrt{٣})^{س-١} = ٣^{٢} = (\sqrt{٣})^{٤}$

∴ س = ٤ + ١ = ٥ ∴ س = ٥

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات على الدرس (١)

١ ١ ٢٥ ٢ $٢^{٦}$ ٣ −٣ ٤ صفر

٢ ١ $\frac{١}{٩}$ ٢ ١ ٣ ١ ٤ ٤

٣ ١ (أ) س = ٣ (ب) س = ٣ (جـ) س = ٢

(د) س = ٢ أو س = ٣ (هـ) س = −٥

٢ $٢^{-٢} - \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} + ٢^{صفر} = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} + ١ = ١$

إجابة أسئلة س سؤال الدرسين (٢) و (٣)

١ ١ $(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٢})^{٧} = (\sqrt{٢})^{١٠} = ٢^{٥} = ٣٢$

٢ $(\sqrt{١١})^{٩} \div (\sqrt{١١})^{٥} = (\sqrt{١١})^{٤} = (١١)^{٢} = ١٢١$

٣ $(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٣} = (\sqrt{٣} \times \sqrt{٢})^{٣} = (\sqrt{٦})^{٣} = ٦\sqrt{٦}$

٤ $\frac{٢^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٩}}{٣^{٤} \times (\sqrt{٢})^{١}} = \frac{٣٢ \times (\sqrt{٢})^{٨}}{٨١ (\sqrt{٢})^{١}} = \frac{٣٢ \times ٤}{٨١} = \frac{١٢٨}{٨١}$

٥ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}\right)^{٤} = ٣^{٤} \times ٢^{٢} = ٣٦$

٦ $\frac{٤^{س} \times ٩^{س}}{٦^{س}} = \frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{٢^{س} \times ٣^{س}} = ٢^{صفر} \times ٣^{صفر} = ١$

٢ ١ $٧(\sqrt{٧})^{-٢} = \frac{٧}{٧} = ١$

٢ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٢} \times (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٣}} = (\sqrt{٣})^{-٢-٢-٣} = (\sqrt{٣})^{-٣} = \frac{١}{٣}$

٣ $\frac{(١٠)^{-٣}}{(١٠)^{-٢} \times (١٠)^{-٣}} = (١٠)^{-٣+٢+٣} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

٤ $\frac{٢^{١+\sqrt{٢}} \times ٧^{١+\sqrt{٢}}}{(٢ \times ٧)^{\sqrt{٢}}} = \frac{٢^{١+\sqrt{٢}} \times ٧^{١+\sqrt{٢}}}{٢^{\sqrt{٢}} \times ٧^{\sqrt{٢}}} = ٢^{١+\sqrt{٢}-\sqrt{٢}} \times ٧^{١+\sqrt{٢}-\sqrt{٢}}$

$= ٢ \times ٧ = ١٤$

٣ ١ (أ) −٣ (ب) ١٢٥ (جـ) ١٠ (د) ١٠

٢ $\frac{(٣ \times ٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٢} \times ٣^{٢}}{٣^{٢} \times (\sqrt{٥})^{-٢}} = \frac{٣^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{-٢} \times ٣^{٢}}{٣^{٢} \times (\sqrt{٥})^{٢}}$

$= ٣^{-٢-٢-٢} \times (\sqrt{٥})^{-٢+٢+٢}$

$= ٣^{-١} \times (\sqrt{٥})^{٢} = \frac{٥}{٣}$

٤ ١ (أ) $(س ص)^{٢} = (\sqrt{٥} \times \sqrt{٣})^{٢} = (\sqrt{١٥})^{٢} = ١٥$

(ب) $س^{٢} + (ص ع)^{٢} - ص^{٢} = (\sqrt{٥})^{٢} + \left(\frac{٢}{\sqrt{٣}} \times \sqrt{٣}\right)^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٥ + ٤ - ٣ = ٦$

(جـ) $ص^{-٢} \times ع^{-٤} = (\sqrt{٣})^{-٢} \times \left(\frac{٢}{\sqrt{٣}}\right)^{-٤} = \frac{١}{٣} \times \frac{٩}{١٦} = \frac{٣}{١٦}$

(د) $\left(\frac{ص}{ع}\right)^{-٢} \times س^{٢} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{-٢} + \left(\frac{٢}{\sqrt{٣}}\right)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٢}$

$= \left(\frac{٢}{\sqrt{٣}} \times \sqrt{٣}\right)^{-٢} = ٥ \times \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤}$

٢ $(س + ص)^{١١} (س - ص)^{١١}$

$= (س + ص)^{١٠} (س - ص)^{١٠} (س - ص)$

$= \left((س + ص)(س - ص)\right)^{١٠} (س - ص)$

$= (س^{٢} - ص^{٢})^{١٠} (س - ص)$

$= \left((\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢}\right)^{١٠} \left(\sqrt{٣} - \sqrt{٢}\right)$

$= (١)^{١٠} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢}) = \sqrt{٣} - \sqrt{٢}$

إجابة تدريبات الأضواء على الدرسين (٢) ، (٣)

ابحث عن الإجابة الصحيحة غير السابقة هي ع:

١ ١ ٨ ٢ $٣^{٣}$ ٣ $٢^{١٢}$ ٤ $٢^{١٧}$

٥ $٢^{٩}$ ٦ $٦^{٤}$ ٧ صفر ٨ ٩

٩ ٦ ١٠ ١ ١١ $٣٠^{٣}$ ١٢ $\frac{٤}{٣}$

٢ ١ ٣ ٢ $أ^{٨} ب^{١٢} جـ^{٤}$ ٣ ٤

٤ ٤ ٥ ٤ ٦ ٥

٧ ١٢٥ ٨ ٦ ٩ $(\sqrt{٢})^{٣} = ٢^{٣} = ٨$

٣ ١ $٢^{٣} \times ٣^{٣} = ٦^{٣} = ٢١٦$

٢ $(\sqrt{٧})^{٥} \times (\sqrt{٧})^{٢} = (\sqrt{٧})^{٧} = ٣٤٣\sqrt{٧}$

٣ $(-\sqrt{٥})^{٩} \div (\sqrt{٥})^{٥} = -(\sqrt{٥})^{٤} = -٢٥$

٤ $(-٢\sqrt{٥})^{٣} = -٨ \times ٥\sqrt{٥} = -٤٠\sqrt{٥}$

٥ $\left((\sqrt{٥})^{٢}\right)^{٢} = (\sqrt{٥})^{٤} = ٥^{٢} = ٢٥$

٦ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤} \times ٢^{٢}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

٧ $\frac{(\sqrt{٣})^{٩} \times (\sqrt{٣})^{٣}}{(-\sqrt{٣})^{٨}} = (\sqrt{٣})^{٩+٣-٨} = (\sqrt{٣})^{٤} = ٩$

٨ $\frac{(\sqrt{٥})^{٣} \times (-\sqrt{٥})^{٦}}{(-\sqrt{٥})^{٤} \times (\sqrt{٥})^{٢}} = (\sqrt{٥})^{٩} = ٥\sqrt{٥}$

٩ $\frac{(\sqrt{١٠})^{٧} \times (\sqrt{١٠})^{٨}}{(\sqrt{١٠})^{٢}} = (\sqrt{١٠})^{١٥} = ١٠٠٠٠٠\sqrt{١٠}$

١٠ $\frac{(\sqrt{٢})^{٧} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(٢)^{٣}} = \frac{(\sqrt{٢})^{١٠}}{(٢)^{٣}} = \frac{(٢)^{٥}}{(٢)^{٣}} = ٢^{٢} = ٤$

١١ $\frac{(\sqrt{٧})^{١} \times (\sqrt{٧})^{٧}}{(\sqrt{٧})^{٢} \times (\sqrt{٧})^{٢}} = \frac{(\sqrt{٧})^{٨}}{(\sqrt{٧})^{٤}} = (\sqrt{٧})^{٤} = ٧$

١٢ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٢}}{(-\sqrt{٣})^{٣}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٧}}{(\sqrt{٣})^{٣}} = \sqrt{٣}$

١٣ $\frac{(-\sqrt{٢})^{٧} \times ٢^{٥}}{٢^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٥}} = -١٠٨$

١٤ $\frac{(\sqrt{٥})^{٥} \times (\sqrt{٥})^{٣}}{(\sqrt{٥})^{٢} \times (\sqrt{٥})^{٤}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٨}}{(\sqrt{٥})^{٦}} = (\sqrt{٥})^{٢} = ٥\sqrt{٥}$

١٥ $\frac{(\sqrt{٣})^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٢}}{١٠٨ \times (\sqrt{٢})^{٤}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٤}}{٢^{٢} \times ٣^{٣} \times ٤} = \frac{١}{٤ \times ٣} = \frac{١}{١٢}$

١٦ $\frac{(\sqrt{٥})^{٢} \times (٣)^{٢} \times (١٥)^{٢}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٢} \times ٣^{٢} \times (١٥)^{٢}}{٣^{٢} \times (\sqrt{٥})^{٢}} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥$

١٧ $\frac{٢^{س} \times ٥^{س}}{١٠^{س}} = \frac{١٠^{س}}{١٠^{س}} = ١$

١٨ $\frac{٣^{س+٢} \times ٢^{س+٢}}{(٢)^{س+١} \times ٣^{س+٢}} = ٣^{س+٢-س-٢} \times ٢^{س+٢-س-١} = ٣ \times ٤ = ١٢$

١٩ $\frac{٣^{س} \times ٣^{س+١}}{٣^{س+٢}} = ٣^{س+س+١-س-٢} = ٣$

٤ $س^{٢} - ص^{٢} = (\sqrt{٢})^{٢} - (٣)^{٢} = ٨ - ٩ = -١$

٥ $\frac{ص}{س} = \frac{(\sqrt{٢})^{٥}}{(\sqrt{٢})^{٣}} = (\sqrt{٢})^{٢} = ٢$

٦ $س^{-١} + (س ص)^{-١} \times ص^{-١} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{-١} + \left(\frac{\sqrt{٢}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{-١} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$

$= \frac{٣}{٤} + \frac{٦}{١٦} \times \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨} = \frac{٧}{٨}$

٧ $\frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{١٨^{ن}} = ٦٤$

$\frac{٢^{٣ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{ن} \times ٣^{ن}} = ٦٤ \Leftarrow ٢^{٣ن-ن} = ٢^{٦}$

$\therefore ٢^{٢ن} = ٢^{٦} \Leftarrow ٢ن = ٦ \quad \therefore ن = ٣$

ثانيًا: قوانين القوى (الأسس) الصحيحة السالبة في ح:

٨

١ -٢	٢ ٣	٣ ١	٤ ١
٥ -١	٦ ١٨	٧ ٢	٨ $\sqrt{٥}$

٩

١ $\frac{٩}{٤}$	٢ $\frac{١}{٣}$	٣ ٢	٤ ٢٧
٥ $\frac{٤}{٥}$	٦ -١	٧ $٣^{-٣}$	٨ $\frac{٣}{٢}$

١٠ ١ $٥(\sqrt{٥})^{-٢} = \frac{٥}{(\sqrt{٥})^{٢}} = \frac{٥}{٥} = ١$

٢ $\frac{٣ \times ١٢^{-١}}{٢^{-١} \times ٨} = \frac{٢ \times ١٢}{٣ \times ٨} = ١$

٣ $\frac{(\sqrt{٣})^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢}}{(\sqrt{٣})^{٢}} = (\sqrt{٣})^{٢-٢-٢} = (\sqrt{٣})^{-٢} = ٣$

٤ $\frac{(\sqrt{٢})^{-٥} \times (\sqrt{٢})^{-٥}}{(\sqrt{٢})^{-١٠}} = (\sqrt{٢})^{-١} = \sqrt{٢}$

٥ $\frac{(\sqrt{٧})^{٧} \times (\sqrt{٧})^{-١}}{(\sqrt{٧})^{٢} \times (\sqrt{٧})^{٢}} = (\sqrt{٧})^{٧+-١-٢-٢} = (\sqrt{٧})^{صفر} = ١$

٦ $\frac{(\sqrt{٣})^{-١} \times (\sqrt{٥})^{٥}}{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٥})^{٧}} = (\sqrt{٥})^{٧-٥} \times (\sqrt{٣})^{-١-٧}$

$= (\sqrt{٥})^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢} = \frac{٣}{٥}$

٧ $\frac{٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢} \times (١٢)^{-٢}}{٤ \times (\sqrt{٣})^{-٢}} = \frac{٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢} \times (٣ \times ٢^{٢})^{-٢}}{٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢}}$

$= \frac{٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢}}{٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢}}$

$= ٢^{٢-٢+٢} \times ٣^{-٢+٢} \times (\sqrt{٣})^{٢+٢}$

$= ٢^{٢} \times ٣^{-٢} = ٢^{-٢} \times ٣^{-٢} = \frac{٣}{٨}$

٨ $\frac{٤^{س} \times ٦^{س-١}}{٢^{س-١} \times ٣^{س-١}} = \frac{٢^{س-١} \times ٣^{س-١} \times ٢^{س}}{٢^{س-١} \times ٣^{س-١}} = ١$

٩ $\frac{٢^{س-٢} \times ٥^{س}}{٢٠^{س}} = \frac{٢^{س-٢} \times ٥^{س}}{٥^{س} \times ٢^{س-٢}} = ١$

١٠ $\frac{٤^{س+١} \times ٢٥^{س+٢}}{١٠^{س+٢}} = \frac{٢^{٢س+٢} \times ٥^{٢س+٤}}{٢^{س+٢} \times ٥^{س+٢}} = ٤ \times ٢٥ = ١٠٠$

١١ $\frac{٣^{٩} \times ٢٥^{س}}{(١٥)^{س}} = \frac{٥^{س+٢} \times ٣^{٣}}{٥^{س} \times ٣^{س+٢}} = ١$

١٢ $س^{-٢} \times ص^{-١} = (٣)^{-٢} \times (\sqrt{٢})^{-١} = \frac{١}{٤ \times ٩} = \frac{١}{٣٦}$

١٣ $٣^{س-٢} \times ٥^{س-٣} = (\frac{٣}{٥})^{٢}$

$(\frac{٣}{٥})^{س-٣} = (\frac{٣}{٥})^{٢}$

$س - ٣ = ٢ \Leftarrow س = ٥$

١٤ $\because س^{٣} = ١٢٥ = ٥^{٣} \quad \therefore س = ٥$

$\because ٧^{س+ص} = ١$

$\therefore س + ص = ٠$

$٥ + ص = ٠ \Leftarrow ص = -٥$

إجابة تحدَّ نفسك

١٤ ١ ١ ٢ صفر ٣ ١ ٤ ٤ ٥ ٢٠

١٥ $\frac{(٩)^{ن} \times (٤)^{ن} (٢٥)^{ن}}{(٣)^{ن} \times (١٠)^{ن}} = ٢٧ = \frac{٣^{٢ن} \times ٢^{٢ن} \times ٥^{٢ن}}{٣^{ن} \times ٢^{ن} \times ٥^{ن}} = ٢٧$

$٣^{٢ن} = ٣^{٣} \quad \therefore ٢ن = ٣ \quad \therefore ن = ١$

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرسين (٢) ، (٣)

١ ١ $١٢٠ + ٨٠$ ٢ ٣×٢^{٣} ٣ ١

٤ ١١٦ ٥ $٢^{٦}$ ٦ ع − {٣}

٧ ١ ٨ $\frac{٥}{٧}$ ٩ −١

٢ ١ ١ ٢ ١ ٣ $١ + ٢^{٤}$

٤ −١ ٥ ٢

٣ ١ $(\sqrt{٢})^{٣} \times (\sqrt{٢})^{٤} = (\sqrt{٢})^{٧} = ٢^{٣} = ٨$

٢ $(-\sqrt{٥})^{٥} + (-\sqrt{٥})^{٧} = (-\sqrt{٥})^{٥+٧} = (\sqrt{٥})^{١٢} = ٥^{٦} = ٢٥$

٣ $\left(\frac{\sqrt{٢}\,٣}{\sqrt{٣}\,٢}\right)^{٤} = \frac{٣^{٢}}{٢^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

٤ $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٢}} = (\sqrt{٣})^{١٣} = ٨١\sqrt{٣}$

٥ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٣} \times (\sqrt{٣})^{٥}}{(\sqrt{٣})^{-١}} = \sqrt{٣}$

٦ $\frac{(١٠)^{٣} \times (١٠)^{-٧}}{(١٠)^{-٢} \times (١٠)^{٧}} = (١٠)^{٣+٢-٧-٧} = ١$

٤ ١ $٢٧^{٠} + (١ - ب)^{-٣} + \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = ٧ + \frac{٧}{٨} + (١ + ١)^{-٣} = \frac{٨}{٨} = ١$

٢ (أ) $أ^{٢} - ب^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ٣ - ٢ = ١$

(ب) $\frac{أ^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٢})^{٢}} = \frac{٣}{٢}$

٣ $(س^{٢} - ص^{٢})^{٣} = [(\sqrt{٢})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}]^{٣} = (٢ - ٣)^{٣} = (-١)^{٣} = -١$

٤ $\because \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$ $\therefore س = -٢$

قيمة $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+٤} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{-٢+٤} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

٥ ١ $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{-٣} = (\sqrt{٣})^{٣} = ٣\sqrt{٣}$

٢ $(\sqrt{٣})^{-٢} \times (-\sqrt{٣})^{٤} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{٤} = \frac{٩}{٤}$

٣ $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} + \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} = \frac{١}{٩}$

٦ ١ $\because ٢^{س} = ٢^{٥}$ $\therefore س = ٥$

٢ $\because ٢^{س-٣} = ٢^{٠}$ $\therefore س = ٣$

٣ $\because ٣^{س-١} = ٣^{-٢}$ $\therefore س = ٠$

٤ $\because \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣}$

$\therefore ٢س - ١ = ٣ \Leftarrow ٢س = ٤ \Leftarrow س = ٢$

٥ $\because \left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \frac{٩}{٤} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$

$\therefore س - ٤ = -٢ \Leftarrow س = ٢$

٦ $\because (٢)^{س-١٠} = (٢)^{٢س-٣}$

$\therefore ٥س - ١٥ = ٦س + ٣$

$س = -١٨$

٧ $٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$

$\because \left(\frac{٣}{٥}\right)^{س-١} = \frac{٩}{٢٥} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$

$\therefore س - ١ = ٢ \Leftarrow \therefore س = ٣$

٧ ١ $\because ٣^{س} = ٣^{٣}$ $\therefore س = ٣$

$\because ٤^{س+ص} = ١$ $\therefore س + ص = ٠$ $\therefore س = -ص$

$\therefore ص = -٣$

٢ $\because \frac{٢^{س+٢} \times ٣^{س+١}}{٢^{س-٢} \times ٣^{س-١}} = ٢^{٦}$

$\therefore ٢^{س+٢} = ٢^{٦}$ $\therefore ٢س = ٦$ $\therefore س = ٣$

قيمة $(٤)^{س-٢} = (٤)^{-١} = \frac{١}{٤}$

٣ $\frac{٢^{س+٢} \times ٣^{س+١}}{٢^{س-٢} \times ٣^{س-١}} = ٢^{س+٢-س+٢} \times ٣^{س+١-س+١} = ٢^{٤} \times ٣^{٢}$

عندما س = ١ $\therefore ٢^{٤} \times ٣^{٢} = ١٦ \times ٩ = ١٤٤$

٤ (أ) $٣(س + ص)^{٢}(س - ص)^{٢} = ٣(س^{٢} - ص^{٢})^{٢}$

$= ٣(١٦ - ٩)^{٢} = ٣ \times ١^{٢} = ٣$

(ب) $\left(\frac{س + ص}{س - ص}\right)^{-٢} = \left(\frac{\sqrt{٣} + ٢}{\sqrt{٣} - ٢}\right)^{-٢} = \left(\frac{\sqrt{٣} - ٢}{\sqrt{٣} + ٢}\right)^{٢}$

بضرب البسط والمقام × مرافق المقام

$= \left(\frac{\sqrt{٣} - ٢}{\sqrt{٣} + ٢} \times \frac{\sqrt{٣} - ٢}{\sqrt{٣} - ٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٣ + ٤\sqrt{٣} - ٤}{١}\right)^{٢}$

$= (٧ - ٤\sqrt{٣})^{٢} = ٩٧ - ٥٦\sqrt{٣}$

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرسين (٢) و (٣)

١ ١ $٣^{٢}$ ٢ ١ ٣ $(س - ٥)^{٢}$ ٤ ١٥

٢ ١ ٢٥ ٢ صفر ٣ ١٥ ٤ ٤

٣ ١ (أ) $(\sqrt{٧})^{٥-٣+٥} = (\sqrt{٧})^{٧} = ٧$

(ب) $\frac{(\sqrt{٣٥})^{٥}}{(\sqrt{٣٥})^{٥}} = ١$ (جـ) $\frac{٤ \times ٣}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$

٢ $\frac{(٢)^{س} \times (٢)^{س}}{(٢)^{س+٢} \times (٢)^{س-٢}} = \frac{١}{٢^{٢}}$

قيمة الناتج عند س = ١ هي $\frac{١}{٢^{٢}} = \frac{١}{٤}$

٣ (أ) $٢(١)^{٢س-٣} = ٢^{٥}$ $\therefore ٢س - ١ = ٥$

$\therefore ٢س = ٦$ $\therefore س = ٣$

(ب) $٥^{س-٢} = ٥^{-٢}$ $\therefore س - ٢ = -٢$ $\therefore س =$ صفر

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٤)

١ (أ) $٢ \times ٣^{٢} + ٣٦ \div ٢ \times ٩ + ٣٦ \div ٢$

$= ١٨ + ٣٦ \div ٢ = ١٨ + ١٨ = ٣٦$

٢ $\frac{٢^{-٣} \times ٣^{-٢}}{٦^{-٤}} = \frac{٢^{-٣} \times ٣^{-٢}}{٢^{-٤} \times ٣^{-٤}} = ٢^{-٣-(-٤)} \times ٣^{-٢-(-٤)}$

$= ٢^{١} \times ٣^{٢} = ٢ \times ٩ = ١٨$

٣ $(٣-٥)^{٢} + (-٢)^{٣} \times (-٢) = (-٢)^{٢} \times (-٢)^{٣} = (-٢)^{٢+٣} = (-٢)^{٥}$

$= (-٢)^{٢} \times (-٢)^{٣} = (-٢)^{-٣} = \frac{١}{٤}$

---

٢ ١ $(\sqrt{٧})^{٤} + \sqrt{٧}(\sqrt{٧} + \sqrt{٧})$

$= \frac{(\sqrt{٧})^{٤}}{٢ \times ٧} = \frac{(٧)^{٢}}{٢ \times ٧} = \frac{٧}{٢}$

٢ $(\sqrt{٧})^{٤} + \sqrt{٧} \times (\sqrt{٧} + \sqrt{٧})$

$= \frac{(\sqrt{٧})^{٤}}{\sqrt{٧}} \times ٢\sqrt{٧} = ٧^{٢} \times ٢ = ٩٨$

---

٣ ١ $\frac{(٢\sqrt{٥})^{٢} + ٢\sqrt{٢٠}}{٢\sqrt{٣} - \sqrt{٥}} = \frac{(٢\sqrt{٥})^{٢} + (٢\sqrt{٥})^{٢}}{٢\sqrt{١٥}}$

$= ٢ \times \sqrt{٥}^{٢-٢-١} \times ٢\sqrt{٥} = ٢\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٢٥$

٢ $\frac{٣^{٣} \times (٢+٦)^{٣}}{٣^{٣} \times (٩-٥)^{٣}} = \frac{٨}{٤} = ٢$

٣ $\frac{٢٠(\sqrt{٨})^{٢}}{٢٤\sqrt{٨} + ٩٦\sqrt{٨}} = \frac{٢٠(\sqrt{٨})^{٢}}{١٢٠\sqrt{٨}} = \frac{٦٤}{٦٠} = \frac{٣٢}{٣٠}$

---

٤ ١ (أ) $\frac{(أ^{٢} - ب^{٢})(أ^{٢} + ب^{٢})}{(أ^{٢} + ب^{٢})} = أ^{٢} - ب^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٥})^{٢} = ٣ - ٥ = -٢$

(ب) $\frac{أ ب^{٢} + أ^{٢} ب}{ب^{٢} - أ^{٢}} = \frac{أ ب(ب + أ)}{(ب - أ)(ب + أ)} = \frac{\sqrt{١٥}}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}} = \frac{٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٥}}{٢}$

(جـ) $\frac{(أ - ب)(أ^{٢} + أ ب + ب^{٢})}{أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}} = أ - ب = \sqrt{٣} - \sqrt{٥}$

٢ (أ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س^{٢} - ٤س - ٣} = \frac{١٢٥}{٨} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٣}$

$\therefore س^{٢} - ٤س = -٣$ $\qquad \therefore س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

$(س - ١)(س - ٣) = ٠$ $\qquad \therefore س = ١$ أو $س = ٣$

(ب) $٢^{س}[١ + ٢^{١}] = ٢٤$

$٢^{س} = \frac{٢٤}{٣} = ٨ = ٢^{٣}$ $\qquad \therefore س = ٣$

---

٥ ١ (أ) حجم المكعب $= (٣\sqrt{٢})^{٣} = ٢٧ \times ٢\sqrt{٢} = ٥٤\sqrt{٢}$ سم^{٣}

(ب) المساحة الكلية للمكعب = ٦ × مساحة الوجه الواحد

$= ٦ \times (٣\sqrt{٢})^{٢}$

$= ٦ \times ٩ \times ٢ = ١٠٨$ سم^{٢}

٢ $\because$ حـ $= \frac{أ(ر^{ن} - ١)}{ر - ١}$

$\therefore ٦,٣٠٥ \times ١٠^{٣} = \frac{١٢٨\left(\left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن} - ١\right)}{\frac{٣}{٢} - ١}$

$٦٣٠٥ = \frac{٢^{٧}\left(\left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن} - ١\right)}{(٢)^{-١}}$

$٦٣٠٥ = ٢^{٨} \times \left(\left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن} - ١\right)$

$\frac{٦٣٠٥}{٢^{٨}} + ١ = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن}$

$\frac{٦٥٦١}{٢٥٦} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن}$

$\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٨} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{ن}$ $\qquad \therefore ن = ٨$

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٤)

أولاً: ترتيب إجراء العمليات الحسابية فى حالة وجود الأسس (القوى):

١

١ $\frac{٣}{٢}$	٢ ٢٣	٣ $٦^{٢}$
٤ ١٨	٥ $-٣^{٥}$	٦ $٣^{٢س-١}$

٢

١ ١	٢ ١	٣ $\frac{٢٧}{٨}$
٤ صفر	٥ ١	٦ ٤
٧ -١	٨ ١	٩ ٢
١٠ $\frac{-١}{٢}$	١١ $\frac{٤}{٩}$	١٢ $-٥^{٣}$

٣ ١ $\frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{٦^{٢ن}} = \frac{٢^{٣ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٢ن} \times ٣^{ن}} = ٢^{ن}$

قيمة الناتج عندما $ن = -٢$ هو $٢^{-٢} = \frac{١}{٤}$

٢ $\frac{٢^{س+٢} \times ٥^{س+٢}}{٢^{س} \times ٥^{س}} = ٥^{ن}$ $\qquad \therefore (٥)^{٢} = ٥^{ن}$ $\qquad \therefore ن = ٢$

٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \frac{١٢٥}{٨}$

$\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٣}$ $\qquad \therefore ٢س - ١ = -٣$

$\therefore ٢س = -٢$ $\qquad$ $\boxed{\therefore س = -١}$

ثانياً: تطبيقات هندسية:

٤ ١ $س^{٢}$ $\qquad$ ٢ $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^{٣} $\qquad$ ٣ ٢π نق ع

٤ $٥\sqrt{٥}$ $\qquad$ ٥ ٤٨ $\qquad$ ٦ $٨\sqrt{٦}\pi$ $\qquad$ ٧ ٣

٥ $\because$ المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع

$= ٢\pi$ نق × ع $\simeq ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ١٠ \times ٢\sqrt{٢} \simeq ٤٤٠\sqrt{٢}$ سم^{٢}

إجابة تحدَّ نفسك

٦ $\because \frac{٢^{ن+٢} \times ٣^{ن+٢} \times ٢^{ن+٢}}{٣^{ن+٢} \times ٢^{ن+٤}} = ٩^{س}$

$\therefore ٢^{ن+٢-ن-٢} \times ٣^{ن+٢-ن-٢} \times ٢^{ن+٢-ن-٤} = ٣^{٢س}$ $\qquad \therefore ٣^{٢} = ٣^{٢س}$ $\qquad$ $\boxed{\therefore س = ٢}$

٧ $\because \frac{٧^{ن+٢} \times ٥^{ن+١} \times ٣^{ن+١}}{(٧)^{ن} \times ٥^{ن} \times ٣^{ن}} = ٧^{٢}$

$\therefore ٧^{ن+٢-ن} \times ٥^{ن+١-ن} \times ٣^{ن+١-ن} = ٧^{٢}$

$\therefore ٧^{٢} = ٧^{ن+٢}$ $\qquad \therefore ن = ٠$

قيمة $٦^{ن+٢} = ٦^{٠+٢} = ٦^{٢} = ٣٦$

٨ ١ $٣^{س-١} - ٣^{س-٢} = ٧٨$

$٣^{س}[٣^{-١} - ٣^{-٢}] = ٧٨$ ∴ $٣^{س}(\frac{١}{٩} - ٣) = ٧٨$

$٣^{س} \times \frac{٩}{٢٦} = ٧٨$ ∴ $٣^{س} = ٣^{٣}$

∴ س = ٣ م.ح = {٣}

٢ $٢^{س}[٢^{-٢} + ٢] = ١٠$ ∴ $٢^{س}[\frac{١}{٢} + ٢] = ١٠$

$٢^{س} \times \frac{٥}{٢} = ١٠$ ∴ $٢^{س} = ١٠ \times \frac{٢}{٥}$

∴ $٢^{س} = ٢^{٢}$

∴ س = ٢ م.ح = {٢}

٣ ∵ $٣^{س+٢} - ٣^{س+١} = ٨$ ∴ $٣^{س+٢}[\frac{١}{٣} - ٣] = ٨$

∴ $٣^{س+٢} \times \frac{٨}{٣} = ٨$ ∴ $٣^{س+٢} = ٣$

∴ ٢س + ١ = ١ ∴ س = $\frac{١}{٢}$ ∴ م.ح = $\{\frac{١}{٢}\}$

٤ $٢^{س+٣} + ٢^{س} = ٩$ $٢^{س}[٢^{٣} + ١] = ٩$

∴ $٢^{س} = ١$ ∴ س = ٠ م.ح = {٠}

---

٩ ∵ حـ = م $(١ + ر)^{ن}$

∴ حـ = ٢,٥ × $١٠^{٤}$ $(١ + ٩,٨ \times ١٠^{-١١})^{١٠}$

حـ ≃ ٧٦٧٢٦

إجابة تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٤)

١ (أ) $٤^{١}$ (ب) $\frac{أ^{٤}}{ب^{٥}}$ (جـ) ٦

(د) ٥ (هـ) ١ (و) ٤٢

---

٢ $\frac{٨^{-س} \times ٩^{-س}}{(١٨)^{-س}} = ٦٤$ ∴ $\frac{٢^{-س} \times ٣^{-س}}{٢^{-س} \times ٣^{-س}} = ٢^{٦}$ ∴ $٢^{-س-س} = ٢^{٦}$

∴ ٢س = ٦ ∴ س = ٣ ∴ قيمة $٤^{-س} = ٤^{-٣} = \frac{١}{٤^{٣}} = \frac{١}{٦٤}$

---

٣ ∵ $٣^{س-٣} = ١$ ∴ س − ٤ = ٠ ∴ س = ٤

---

٤ $\frac{(٢٧)^{-س} \times ٨^{س-١}}{(\sqrt{٢})^{س} \times (\sqrt{٣})^{-س}} = \frac{(٣^{٣})^{-س} \times (٢^{٣})^{س-١}}{٢^{س} \times ٣^{س} \times ٢^{-س} \times ٣^{-س}} = \frac{٣^{-٣س} \times ٢^{٣س-٣}}{٢^{س-س} \times ٣^{س-س}}$

$= ٣^{-٣س-٣-س} \times ٢^{٣س-٣-س}$

$= ٣^{-٤س-٣} \times ٢^{٢س-٣} = \frac{١}{٣^{٣}} = \frac{١}{٢٧}$

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٤)

١ ٢ ١٤ ٣ ٤ ٤ ١٥

---

٢ ١ ٨ ٢ ٣ ٣ ٣ ٤ ٣

---

٣ ١ $\frac{٢^{١٠} \times ٥^{١٠}}{٢^{٥} \times ٥^{٥}} = ٢^{١٠-٥} \times ٥^{١٠-٥} = ٢ \times ٥ = ١٠$

∴ $(١٠)^{س} = (٠,١)^{س-٢}$ ∴ $(١٠)^{س} = ((١٠)^{-١})^{س-٢}$

$(١٠)^{س} = (١٠)^{-س+٢}$ ∴ −س + ٢ = ١ ⇐ س = ١

٤ $\frac{٢^{٢} \times ٣^{٢}}{(١٨)^{٢}} = ٩$ ∴ $\frac{٢^{٢} \times ٣^{٢}}{٢^{٢} \times ٣^{٢}} = (\frac{١}{٣})^{-٢}$

$(\frac{١}{٣})^{٢} = (\frac{١}{٣})^{-٢}$ ∴ م = −٢

٣ $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} + ص^{٢}} = \frac{(س^{٢} - ص^{٢}) \times (س^{٢} + ص^{٢})}{(س^{٢} + ص^{٢})} = س^{٢} - ص^{٢}$

عندما س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٧}$

∴ $س^{٢} - ص^{٢} = (\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢} = ٥ - ٧ = -٢$

٤ $\frac{س^{٢} \times س^{٣}}{س^{٢}} = س^{٢+٣-٢} = س^{٣}$

عندما س = ٣ ∴ $س^{٣} = (٣)^{٣} = ٢٧$

٥ ∵ $٣^{-٣} = ٢٧$ ⇐ ∴ س = ٣

∵ $٢^{س+ص-٣} = ٢^{٠}$

∴ س + ص − ٣ = ٠ ∴ ٣ + ص = ٣ ∴ ص = صفر

∴ قيمة $س^{ص} = ٣^{صفر} = ١$

٦ $\frac{أ^{-٣} \times أ^{-٢}}{أ^{-١٢}} = ٨$

$أ^{-٣-٢+١٢} = ٨$ ⇐ $أ^{٧} = ٢^{٣}$ ∴ أ = ٢

إجابة اختبار الأضواء على الوحدة الثانية

١ ١ $\frac{١}{٢٥}$ ٢ ٢٥ ٣ $٢^{٥}$

٤ ٢ ٥ ١ ٦ −٤

---

٢ ١ صفر ٢ −١ ٣ ٤

٤ $\frac{٣}{٧}$ ٥ ٢٠ ٦ −١

---

٣ ١ $٢^{س+٢} = ٢^{٥}$ ∴ س + ٣ = ٥

∴ س = ٥ − ٣ ∴ س = ٢

٢ (أ) $\frac{٣^{س-٢} \times ٣^{٢}}{٣^{س}} = ٣^{س-٢+٢-س} = ٣^{صفر} = ١$

(ب) $(\sqrt{٢})^{-٩} \times \frac{١}{(٣)^{٢}} = \frac{٤}{٢٧}$

---

٤ ١ (أ) (٢س + ٥)(س + ١) (ب) ٢(س − ٥)(س + ٥)

٢ بفرض أن العدد هو س ∴ $س^{٢}$ + س − ١٢ = ٠

(س + ٤)(س − ٣) = ٠

∴ س = −٤ مرفوض (لأن العدد موجب) أو س = ٣

∴ العدد هو ٣

---

٥ ١ ∵ $\frac{س^{٧}ص^{٨} - ص}{(س + ص)^{٢}} = \frac{ص(س^{٧}ص^{٧} - ١)}{(س + ص)^{٢}}$

$= \frac{(٢ - \sqrt{٣})(٢ + \sqrt{٣})^{٢}(٢ - \sqrt{٣})^{٧} - ١}{(٢ + \sqrt{٣} - ٢ - \sqrt{٣})^{٢}}$

$= \frac{(\sqrt{3}-2)(1-1)}{(4)} = $ صفر

٢ $\frac{(14)^{2} \times (4)^{100}}{(16)^{2} \times 7 \times 4} = 49$

$49 = \frac{2^{2} \times 7^{2} \times 2^{100} \times 2^{2}}{2^{4} \times 7^{2} \times 2^{2}}$

٢ $7^{2} \times 2^{100+2+2-4-2-2} = 7^{2}$

$7^{2} = 7^{2}$ ∴ $\text{ن} = 2$

٣ ∵ حجم المخروط = $\frac{1}{3} \pi \text{نق}^{2} \text{ع}$

$7,7 \times 10^{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} = (7)^{2} \times \text{ع}$

∴ $\text{ع} \simeq \frac{3 \times 770 \times 7}{22 \times 49} = 15$ سم

إجابة اختبار الكتاب المدرسى على الوحدة الثانية

١ ١ ٤ ٢ ٣

٢ ١ $(5)^{7} \times \frac{1}{25} = 5^{1} = 625$

٢ $\frac{2^{3-3} \times 2^{-3}}{2^{-2} \times 2^{5}} = 2^{3-3-3-(-2)-5} = 2^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$

٣ ١ $\left(\frac{2}{3}\right)^{\text{س}+5} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-2} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{3}\right]^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{6}$

∴ $\text{س} + 5 = 6$

$\text{س} = 6 - 5$ ∴ $\text{س} = 1$

٢ $5^{\text{س}^{2}-\text{س}-2} = \frac{16}{10000} = 5^{-4}$

∴ $\text{س}^{2} - 5\text{س} + 4 = 0$

$(\text{س} - 4)(\text{س} - 1) = 0$ ∴ $\text{س} = 4$ أو $\text{س} = 1$

٤ $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{\text{س}} = \frac{9}{4} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{4}$ ∴ $\text{س} = 4$

∴ قيمة $\left(\frac{3}{2}\right)^{100-\text{س}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{96} = \frac{2187}{32}$

٥ (أ) عدد السكان فى عام ٢٠١١

∴ عدد السنين من عام ٢٠٠٥ إلى عام ٢٠١١ هو ٧ سنين

∴ $\text{س} = 7$ سنوات

$\text{ص} = 11,7 \times (1,02)^{7} \simeq 13$ لأقرب مليون

(ب) عدد السكان فى عام ٢٠٠٠ ∴ $\text{س} = -4$

∴ $\text{ص} = 11,7 \times (1,02)^{-4} = 10,8 \simeq 11$ مليونًا

إجابات الوحدة الثالثة

إجابة أسئلة س سؤال درس الاحتمال

١ ١ العدد مربعًا كاملًا = {١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥}

احتمال سحب بطاقة مكتوب عليها عدد مربع كامل هو

ل (عدد مربع كامل) = $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

٢ العدد الزوجى ويقبل القسمة على ٧ = {١٤}

∴ ل (عدد زوجى يقبل القسمة على ٧) = $\frac{1}{25}$

٢ ١ نفرض أن العدد الكلى للكرات هو س

∵ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{2}{3}$ ∴ احتمال سحب كرة بيضاء = $\frac{1}{3}$

∴ $\frac{5}{\text{س}} = \frac{1}{3}$ ∴ $\text{س} = 15$ ∴ العدد الكلى للكرات = ١٥ كرة

٢ عدد الأولاد بالمدرسة = ٣٢٠ × ٠,٦ = ١٩٢ ولدًا

∴ عدد البنات بالمدرسة = ٣٢٠ − ١٩٢ = ١٢٨ بنتًا

إجابة تدريبات الأضواء على درس الاحتمال

الاحتمال:

١ ١ [٠، ١] ٢ $\frac{1}{3}$ ٣ ٠,٢ ٤ ٠,١

٥ ٠,٥ ٦ $\frac{3}{7}$ ٧ $\frac{2}{3}$ ٨ ٤٥٪

٩ $\frac{2}{5}$ ١٠ $\frac{1}{9}$ ١١ ٠,١ ١٢ ١٤

١٣ ٣٠ ١٤ ٣٠ ١٥ ٠,٧ ١٦ ٥٠

٢ ١ صفر، ١ ٢ ٠,٢ ٣ ٠,١

٤ $\frac{1}{9}$ ٥ $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ ٦ $\frac{1}{3}$

٧ $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ٨ $\frac{5}{6}$ ٩ $\frac{5}{8}$

١٠ $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ ١١ ١٩٤ ١٢ ٦

١٣ $\frac{8}{10} = 0,8$ ١٤ ٤٠ ١٥ $\frac{1}{3}$

٣ ١ ف = {١، ٢، ٣، ...، ٢٥}، ن (ف) = ٢٥

أ = {٣، ٦، ٩، ...، ٢٤}، ن (أ) = ٨،

(أ) ل (عدد مضاعف للعدد ٣) = $\frac{8}{25}$

ب = {٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥}، ن (ب) = ٥،

(ب) ل (عدد مضاعف للعدد ٥) = $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

(جـ) ل (عدد مضاعف للعدد ٣ و ٥ معًا) = $\frac{1}{25}$

(د) ل (عدد مضاعف للعدد ٣ أو ٥) = $\frac{12}{25}$

(هـ) ل (عدد يقبل القسمة على ٤) = $\frac{6}{25}$

(و) ل (عدد لا يقبل القسمة على ٧) = $\frac{22}{25}$

٤ (أ) عدد الزجاجات التالفة فى العينة = $\frac{2}{100} \times 200 = 4$ زجاجات.

(ب) عدد الزجاجات الصالحة = $\frac{98}{100} \times 1500 = 1470$ زجاجة.

إجابة تحدَّ نفسك

٤ (أ) عدد المباريات التي يمكن أن يتعادل فيها النادي = ٤٠ × ٠,٣ = ١٢ مباراة

(ب) احتمال الخسارة = ١ − (٠,٣ + ٠,٥) = ٠,٢

∴ عدد المباريات التي يمكن أن يخسرها النادي = ٤٠ × ٠,٢ = ٨ مباريات

(جـ) عدد المباريات التي يمكن أن يفوز بها النادي = ٤٠ × ٠,٥ = ٢٠ مباراة

---

٥ (أ) احتمال أن يتوقف المؤشر في المنطقة التي تحمل عددًا زوجيًا

ل (عدد زوجي) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

(ب) احتمال أن يتوقف المؤشر في المنطقة التي تحمل عددًا أوليًا

∴ ل (عدد أولي) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

(جـ) ل (عدد ليس مربعًا كاملًا) = $\frac{٦}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$

(د) ل (عدد مربع كامل فردي) = $\frac{١}{٨}$

---

٦ (أ) ف = {٥٤، ٦٤، ٤٥، ٦٥، ٤٦، ٥٦} ، ن(ف) = ٦

(ب) احتمال اختيار عدد مجموع رقميه زوجي = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على درس الاحتمال

١ (أ) ل (عدد زوجي) = $\frac{٢٠}{٤٠}$ = $\frac{١}{٢}$

(ب) ل (يقبل العدد القسمة على ٣) = $\frac{١٣}{٤٠}$

(جـ) ل (يقبل العدد القسمة على ١٠) = $\frac{٤}{٤٠}$ = $\frac{١}{١٠}$

ل (لا يقبل العدد القسمة على ١٠) = ١ − $\frac{١}{١٠}$ = $\frac{٩}{١٠}$

(د) ل (عدد زوجي ويقبل القسمة على ٣) = $\frac{٦}{٤٠}$ = $\frac{٣}{٢٠}$

(هـ) ل (عدد أولي أقل من ٢٠) = $\frac{٨}{٤٠}$ = $\frac{١}{٥}$

---

٢ (أ) ل (الكرة المسحوبة بيضاء) = $\frac{١٨}{٥٠}$ = $\frac{٩}{٢٥}$

(ب) ل (الكرة المسحوبة حمراء) = $\frac{١٢}{٥٠}$ = $\frac{٦}{٢٥}$

(جـ) ل (الكرة المسحوبة صفراء) = $\frac{صفر}{٥٠}$ = صفر

(د) ل (الكرة المسحوبة ليست حمراء) = $\frac{١٨ + ٢٠}{٥٠}$ = $\frac{٣٨}{٥٠}$ = $\frac{١٩}{٢٥}$

(هـ) ل (الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء) = $\frac{١٢ + ٢٠}{٥٠}$ = $\frac{٣٢}{٥٠}$ = $\frac{١٦}{٢٥}$

---

٣ (أ) ل (استخدام الأتوبيس) = $\frac{٣}{١٠٥}$ = $\frac{١}{٣٥}$

(ب) ل (استخدام سيارة خاصة) = $\frac{١٢}{١٠٥}$ = $\frac{٤}{٣٥}$

(جـ) ل (استخدام دراجة) = $\frac{٢٤}{١٠٥}$ = $\frac{٨}{٣٥}$

(د) ل (سيرًا على الأقدام) = $\frac{٦٦}{١٠٥}$ = $\frac{٢٢}{٣٥}$

---

٤ (أ) احتمال الوحدة معيبة = $\frac{١٨}{٣٠٠}$ = $\frac{٣}{٥٠}$

(ب) احتمال الوحدة صالحة = $\frac{٤٧}{٥٠}$

(جـ) لا؛ لأنه حدث مستحيل.

(د) مجموع احتمال الوحدة معيبة، احتمال الوحدة صالحة = $\frac{٣}{٥٠}$ + $\frac{٤٧}{٥٠}$ = $\frac{٥٠}{٥٠}$ = ١

نلاحظ أن: مجموع الاحتمالات الممكنة لأي تجربة عشوائية = ١

(هـ) عدد الوحدات الصالحة في هذا اليوم = ١٦٠٠ × $\frac{٤٧}{٥٠}$ = ١٥٠٤ مصابيح.

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى درس الاحتمال

١ ١ $\frac{١}{٥}$ ٢ ±٦ ٣ $\frac{٤}{٩}$ ٤ ١

---

٢ ١ ٠,٣ ٢ ٦ ٣ $\frac{١}{٢}$ ٤ ١

---

٣ ١ (أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$

٢ ∵ احتمال سحب كرة باللون الأخضر = $\frac{١}{٦}$

∴ $\frac{٢}{\text{العدد الكلي للكرات}}$ = $\frac{١}{٦}$

∴ العدد الكلي للكرات = ٢ × ٦ = ١٢ كرة

∴ عدد الكرات الحمراء = ١٢ − (٢ + ٤) = ٦ كرات

٣ نفرض أن العرض هو س سم

∴ الطول هو (س + ٥) سم

∴ مساحة المستطيل = ١٤ سم²

∴ س(س + ٥) = ١٤

س² + ٥ س − ١٤ = ٠

(س + ٧) (س − ٢) = ٠

س = −٧ (مرفوض) س = ٢

∴ العرض = ٢ سم ، الطول = ٧ سم

إجابة اختبار الأضواء على الوحدة الثالثة

١ ١ ٧٥٪ ٢ $\frac{١}{٢}$ ٣ ٠,٣

٤ ٠,٣ ٥ ٦ ٦ صفر

---

٢ ١ ١ ٢ $\frac{٤}{٧}$ ٣ $\frac{١}{٢}$

٤ $\frac{٥}{٦}$ ٥ ٢٠ ولدًا

---

٣ (أ) ل (حمراء) = $\frac{٧}{١٥}$

(ب) ل (ليست صفراء) = $\frac{١٠}{١٥}$ = $\frac{٢}{٣}$

(جـ) ل (خضراء) = $\frac{٣}{١٥}$ = $\frac{١}{٥}$

(د) ل (زرقاء) = $\frac{صفر}{١٥}$ = صفر

---

٤ ١ (أ) ل (عددًا زوجيًا) = $\frac{٥}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

(ب) ل (مربعًا كاملًا) = $\frac{٣}{١٠}$

(جـ) ل (عددًا أوليًا) = $\frac{٤}{١٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

(د) ل (عدد محصور بين ٥، ٨) = $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{١}{٥}$

٢ نفرض أن العدد الكلى للكرات = س

∴ احتمال الكرات تكون بيضاء = ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ $\frac{٥}{س}$ = $\frac{١}{٣}$ ∴ العدد الكلى للكرات (س) = ١٥ كرة

---

٥ ١ ل (ممتاز) = $\frac{٦}{٥٠}$ = $\frac{٣}{٢٥}$

٢ ل (جيد جدًا) = $\frac{٩}{٥٠}$

٣ ل (دون المستوى) = $\frac{٨}{٥٠}$ = $\frac{٤}{٢٥}$

٤ ل (أقل من جيد) = $\frac{٨+١٦}{٥٠}$ = $\frac{٢٤}{٥٠}$ = $\frac{١٢}{٢٥}$

إجابة اختبار الكتاب المدرسى على الوحدة الثالثة

١ كمية الثمار التى لا تصلح للتصدير يوميًا = ٣٠٪ × ٢٠ = ٦ أطنان

كمية الثمار التى تصلح للتصدير يوميًا = ٢٠ − ٦ = ١٤ طنًا

كمية الثمار التى يمكن تصديرها فى عشرة أيام = ١٤ × ١٠ = ١٤٠ طنًا

---

٢ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{٣}{٨}$

$\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{٣٢}$ = $\frac{٣}{٨}$

عدد الكرات الحمراء = $\frac{٣ \times ٣٢}{٨}$ = ١٢ كرة

---

٣ ١ (أ) $\frac{٤٤}{١٠٠}$ = ٠,٤٤ (ب) $\frac{٢٧}{١٠٠}$ = ٠,٢٧

(جـ) $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٠,١٢ (د) $\frac{٤}{١٠٠}$ = ٠,٠٤

(هـ) $\frac{١٣}{١٠٠}$ = ٠,١٣

٢ العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × ٦٠٠ = ٧٨ طالبًا

ثانيًا: الهندسة

إجابات الوحدة الرابعة

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (١)

١ لا، لأنهما غير محصورين بين مستقيمين متوازيين.

---

٢ ١ ∠هـ و ء ، مشتركة ٢ $\overline{ء و}$ // $\overline{أ م}$ ، $\overline{ء و}$ ٣ ء∠هـ و

---

٣ ١ (أ) ٦٠ (ب) ٥ (جـ) ٤

٢ مساحة ▱ س ص ع ل = ٤٩ سم²

---

٤ ∵ $\overline{ب جـ}$ قاعدة مشتركة لكل من Δ س ب جـ ، ▱ أ ب جـ د ، س ∈ $\overleftrightarrow{أ د}$

∴ هـ Δ (س ب جـ) = $\frac{١}{٢}$ هـ ▱ (أ ب جـ د)

= $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٢٠ سم²

---

٥ ١ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٥ = ١٥ سم²

٢ ٣٥ = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة المناظرة × ١٠

∴ طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧ سم

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (١)

أولًا: نظرية (١):

١ ١ متساويان فى المساحة.

٢ مشتركان فى القاعدة $\overline{جـ د}$ ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ ب س جـ د ⟸ (١)

∵ متوازيى الأضلاع ص س جـ ب ، ب س جـ د

مشتركان فى القاعدة $\overline{س جـ}$ ، $\overline{س جـ}$ // $\overleftrightarrow{ص ب}$

∴ مساحة ▱ ص س جـ ب = مساحة ▱ ب س جـ د ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ ب س جـ د = مساحة ▱ ص س جـ ب.

---

٢ ∵ أ ب جـ د ، أ و هـ د متواريا أضلاع مشتركان فى القاعدة $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overleftrightarrow{هـ و}$

∴ هـ (▱ أ ب جـ د) = هـ (▱ أ و هـ د)

بطرح هـ (Δ أ م د) من الطرفين

∴ هـ (الشكل أ ب جـ م) = هـ (الشكل د هـ و م)

---

٣ ∵ Δ أ ب هـ يطابق Δ د جـ و

∴ أ ب = د جـ ، هـ ب = و جـ ⟸ (١)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ جـ د و) وهما فى وضع تناظر

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{د جـ}$ ⟸ (٢)

وبالمثل $\overline{هـ ب}$ // $\overline{و جـ}$

من (١)، (٢)

∴ الشكل أ ب جـ د ▱ وبالمثل الشكل هـ ب جـ و ▱ وهو المطلوب (١)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$ // $\overleftrightarrow{أ و}$

∴ هـ (▱ أ ب جـ د) = هـ (▱ هـ ب جـ و) وهو المطلوب (٢)

ثانيًا: نتائج على نظرية (١):

٤ ١ ٢١ سم² ٢ ٥ سم ٣ ٢٤٠٣ سم²

٤ ٤ سم ٥ ٣٦ سم²

---

٥ ١ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

٢ متساويان فى المساحة. ٣ متساوية فى المساحة.

٤ نصف، القاعدة، متوازيين ٥ $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع.

٦ ضعف ٧ ١٥ ٨ ٨ ٩ ١٠

١٠ ٢٢ ١١ ٦ ١٢ متساوية

٦ ١ نصف. ٢ ٤٠

٧ ∵ هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$ ، ق(∠ أ ب حـ) = ١٥٠°

∴ ق(∠ أ ب هـ) = ١٨٠° − ١٥٠° = ٣٠°

في Δ أ هـ ب القائم الزاوية في هـ

∵ ق(∠ أ ب هـ) = ٣٠° ∴ أ هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب = ٤ سم

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= ١٢ × ٤ = ٤٨ سم²

٨ مساحة ▱ أ ب حـ د = ب حـ × د هـ = ١٢ × ٥ = ٦٠ سم²

طول $\overline{\text{د حـ}}$ = $\frac{\text{مساحة ▱ أ ب حـ د}}{\text{الارتفاع (د و)}}$ = $\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦ سم

٩ ١ ∵ ق(∠ أ) = ٩٠°

∴ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب × أ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم²

∵ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² = (٨)² + (٦)² = ١٠٠

∴ ب حـ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم ∵ $\overline{\text{أ د}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

∵ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ د

∴ $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × أ د = ٢٤ ∴ ٥ أ د = ٢٤

٢ ∴ أ د = $\frac{٢٤}{٥}$ = ٤,٨ سم

١٠ ∵ $\overline{\text{حـ س}}$ قطر في ▱ س ب حـ ص

∴ مساحة (▱ س ب حـ ص) = ٢ × مساحة Δ س ب حـ ص = ٢ × ٢٤ = ٤٨ سم²

، ∵ $\overline{\text{حـ ب}}$ قاعدة مشتركة لكل من ▱ أ ب حـ د ، ▱ س ب حـ ص

∵ $\overline{\text{حـ ب}}$ // $\overline{\text{أ د}}$

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ س ب حـ ص = ٤٨ سم²

١١ ١ مساحة ▱ أ ب هـ و = مساحة المستطيل أ ب حـ د

لأنهما مشتركان في $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{و حـ}}$

∴ مساحة ▱ أ ب هـ و = ٣ × ٨ = ٢٤ سم²

٢ مساحة Δ س أ و = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب هـ و لأنهما مشتركان في $\overline{\text{أ و}}$ ،

س ∈ $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{أ و}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$

∴ مساحة Δ س أ و = ١٢ سم²

١٢ ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ قطر في ▱ أ ب حـ د

∴ مساحة Δ د أ حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د ⇐ (١)

، ∵ د ∈ $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و هـ}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

∴ مساحة Δ د أ حـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ حـ هـ و ⇐ (٢)

من (١)، (٢)

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ أ حـ هـ و

١٣ ∵ و ∈ $\overline{\text{د حـ}}$

∴ هـ(Δ و أ ب) = $\frac{١}{٢}$ هـ(▱ أ ب حـ د)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ هـ(Δ أ و د) + هـ(Δ ب و حـ) = $\frac{١}{٢}$ هـ(▱ أ ب حـ د) ⇐ (١)

∵ هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ هـ(Δ هـ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ هـ(▱ أ ب حـ د)

∴ هـ(Δ هـ و حـ) + هـ(Δ ب و حـ) = $\frac{١}{٢}$ هـ(▱ أ ب حـ د) ⇐ (٢)

من (١)، (٢)

∴ هـ(Δ أ و د) = هـ(Δ هـ و حـ) وهو المطلوب

إجابة تحدَّ نفسك

١٤ ∵ $\overline{\text{أ د}}$ قاعدة مشتركة لكل من متوازيي الأضلاع أ ب حـ د ، أ هـ و د

، ∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب و}}$

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = مساحة ▱ أ هـ و د ⇐ (١)

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قاعدة مشتركة لكل من Δ أ ب س ، ▱ أ ب حـ د ،

، ∵ س ∈ $\overleftarrow{\text{و حـ}}$

∴ مساحة Δ أ ب س = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ د ⇐ (٢)

∵ $\overline{\text{و د}}$ قاعدة مشتركة لكل من Δ و د س ، ▱ أ هـ و د

، ∵ س ∈ $\overleftarrow{\text{أ هـ}}$

∴ مساحة Δ و د س = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ هـ و د ⇐ (٣)

من (١)، (٢)، (٣)

∴ مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ د و س

١٥ ∵ أ ب حـ د ▱

∴ هـ(Δ أ ب هـ) + هـ(Δ أ هـ د) + هـ(Δ د هـ حـ) = هـ(▱ أ ب حـ د)

∵ Δ د هـ حـ ≡ Δ م هـ ب (زاويتان وضلع)

∴ هـ(Δ د هـ حـ) = هـ(Δ م هـ ب)

∴ هـ(Δ أ ب هـ) + هـ(Δ أ هـ د) + هـ(Δ م هـ ب)

= هـ(▱ أ ب حـ د)

∴ هـ(Δ أ م د) = هـ(▱ أ ب حـ د) = ٨٠ سم²

١٦ نرسم $\overline{\text{ب س}}$

∵ ب ∈ $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{س حـ}}$

∴ هـ(Δ ب س حـ) = $\frac{١}{٢}$ هـ(▱ س هـ و حـ) ⇐ (١)

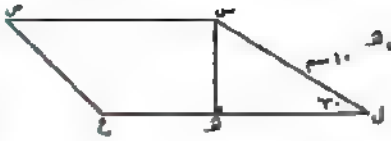
∵ س ∈ $\overleftarrow{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ هـ(Δ ب س حـ) = $\frac{١}{٢}$ هـ(المستطيل أ ب حـ د) ⇐ (٢)

من (١)، (٢)

∴ هـ(المستطيل أ ب حـ د) = هـ(▱ س هـ و حـ) وهو المطلوب

١٧ نرسم $\overline{\text{س هـ}} \perp \overline{\text{ل ع}}$



في Δ ل س هـ القائم الزاوية في هـ

∵ ق (∠ ل) = ٣٠°

∴ س هـ = $\frac{١}{٢}$ س ل = ٥ سم

∴ مساحة (▱ س ص ع ل) = ١٢ × ٥ = ٦٠ سم^{٢}

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (١)

١ (أ) متوازيا الأضلاع أ ب جـ د ، أ س ص د مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$

∴ مـ (▱ أ ب جـ د) = مـ (▱ أ س ص د) ⟸ (١)

، متوازيا الأضلاع أ ب جـ د ، هـ و جـ د مشتركان في القاعدة $\overline{\text{د جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{د جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$

∴ مـ (▱ أ ب جـ د) = مـ (▱ هـ و جـ د) ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ مـ (▱ أ س ص د) = مـ (▱ هـ و جـ د)

(ب) متوازيا الأضلاع أ د جـ ب ، د جـ هـ س مشتركان في القاعدة $\overline{\text{د جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{د جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$

∴ مـ (▱ أ د جـ ب) = مـ (▱ د جـ هـ س) ⟸ (١)

، متوازيا الأضلاع د جـ هـ س ، ص جـ هـ س

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{هـ جـ}}$ ، $\overline{\text{هـ جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

∴ مـ (▱ د جـ هـ س) = مـ (▱ ص جـ هـ س) ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ مـ (▱ أ د جـ ب) = مـ (▱ د جـ هـ س) = مـ (▱ ص جـ هـ س)

(جـ) متوازيا الأضلاع أ د جـ ب ، د جـ هـ س مشتركان في القاعدة $\overline{\text{د جـ}}$ ، $\overline{\text{د جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$

∴ مـ (▱ أ د جـ ب) = مـ (▱ د جـ هـ س) ⟸ (١)

، متوازيا الأضلاع د جـ هـ س ، د س ص ع مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ع د}}$ ، $\overline{\text{ع د}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س هـ}}$

∴ مـ (▱ د جـ هـ س) = مـ (▱ د س ص ع) ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ مـ (▱ أ د جـ ب) = مـ (▱ د جـ هـ س) = مـ (▱ د س ص ع)

---

٢ (أ) س ص = $\frac{١٧}{٥}$ = ٣,٤ متر

(ب) د جـ = $\frac{٢٤٠٠}{٤٠}$ = ٦٠ سم ، أ و = $\frac{٢٤٠٠}{٤٨}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠ سم

(جـ) ب جـ = $\frac{٣٠ \times ٥٠}{٢٤}$ = $\frac{١٢٥}{٢}$ = ٦٢,٥ سم

---

٣ مساحة قطعة رقم ١٥ = مساحة قطعة رقم ١٦ = مساحة قطعة رقم ١٧ = مساحة قطعة رقم ١٨، التفسير: رقما ١٥ ، ١٦ نفس طول القاعدة ونفس طول الارتفاع أرقام ١٦، ١٧، ١٨ نفس طول القاعدة ونفس طول الارتفاع.

---

٤ (أ) ∵ ل ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

∴ مـ (Δ س ل ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ص س) ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{س ص}}$ قطر في ▱ س ص ع د ،

∴ مـ (Δ س ص ع) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ س ص ع د) ⟸ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ مساحة (الشكل س ل ص ع) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ع د)

(ب) ∵ ل ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ س ل ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ص س) ⟸ (١)

∵ م ∈ $\overline{\text{ع د}}$ ، $\overline{\text{ع د}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ س م ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ س ص ع د) ⟸ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ مساحة (الشكل س ل ص م) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ع د)

(جـ) ∵ $\overline{\text{أ ص}}$ قطر في ▱ أ ب ص س

∴ مـ (Δ أ ص س) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ص س) ⟸ (١)

∵ ل ∈ $\overleftarrow{\text{ع د}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع د}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ ل س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ س ص ع د) ⟸ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ مـ (Δ أ ل س) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ع د)

(د) ∵ و ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ و س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ص س) ⟸ (١)

∵ هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ع د}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع د}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ هـ س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ س ص ع د) ⟸ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ مـ (Δ هـ و س) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ع د)

(هـ) ∵ ل ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ ل س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ص س) ⟸ (١)

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{س ص}}$ وفي جهة واحدة منها

، ∵ هـ ∈ $\overline{\text{ع د}}$ ، $\overline{\text{ع د}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ هـ س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ ع د ص س) ⟸ (٢)

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{س ص}}$ وفي جهة واحدة منها

بطرح (٢) من (١)

∴ مـ (Δ ل هـ س) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ع د)

(و) ∵ هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ هـ س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ص س) ⟸ (١)

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{س ص}}$ وفي جهة واحدة منها

، ∵ م ∈ $\overline{\text{ع د}}$ ، $\overline{\text{ع د}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ م س ص) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ ع د ص س) ⟸ (٢)

∴ مـ (Δ س ص ع) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ س ص ع د) ⟸ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ مساحة (الشكل س ل ص ع) = $\frac{١}{٢}$ مـ (▱ أ ب ع د)

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ وفي جهة واحدة منها

بطرح (٢) من (١)

∴ م (Δ هـ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د)

---

٥ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ جـ

مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ د

∴ أ ب × أ جـ = ب جـ × أ د ⟸ (١)

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

∴ (ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 + (أ ب)^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ ب جـ = $\sqrt{25}$ = ٥ سم

بالتعويض في (١)

∴ ٤ × ٥ = ٣ × أ د ∴ أ د = $\frac{4 \times 5}{3}$ = $\frac{12}{5}$ = ٢,٤ سم

---

٦ أ ب = $\frac{\text{محيط المربع}}{4}$ = $\frac{24}{4}$ = ٦ سم

∵ هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ هـ جـ = ٣ سم

∴ مساحة Δ أ هـ جـ = $\frac{1}{2}$ × هـ جـ × أ ب = $\frac{1}{2}$ × ٣ × ٦ = ٩ سم^2.

---

٧ (أ) مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ د = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم^2

(ب) ∵ مساحة Δ أ ب جـ = ٤٠ سم^2 ∴ $\frac{1}{2}$ أ جـ × ب هـ = ٤٠ سم^2

∴ ٨ × ب هـ = ٤٠ ∴ ب هـ = $\frac{40}{8}$ = ٥ سم

---

٨ ∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ قطر في ▱ أ ب جـ د

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = ضعف مساحة Δ أ ب جـ

= ٢ × ٥٦ = ١١٢ سم^2

∵ محيط ▱ أ ب جـ د = ٤٨ سم

∴ أ ب + ب جـ = ٢٤

∵ ب جـ = ٢ أ ب

∴ ٣ أ ب = ٢٤ ∴ أ ب = ٨ سم

، ب جـ = ٨ × ٢ = ١٦ سم

أولاً: ∴ $ع_1$ الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ $ع_1$ = $\frac{112}{16}$ = ٧ سم

∵ $ع_2$ الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ب}}$

∴ $ع_2$ = $\frac{112}{8}$ = ١٤ سم

∵ هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

ثانياً: ∴ مساحة Δ أ هـ جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ أ ب جـ = ٢٨ سم^2 (ولهما نفس الارتفاع)

---

٩ ∵ $\overline{\text{أ د}}$ قاعدة مشتركة لكل من المستطيل أ ب جـ د، Δ أ د هـ

∵ هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة Δ أ د هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل أ ب جـ د ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ قطر في المستطيل أ ب جـ د

∴ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل أ ب جـ د ⟸ (٢)

من (١)، (٢) ∴ مساحة Δ أ د هـ = مساحة Δ أ ب جـ

---

١٠ ∵ متوازي الأضلاع أ ب جـ د، هـ ب جـ و مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$

∴ م (▱ أ ب جـ د) = م (▱ هـ ب جـ و) ⟸ (١)

∵ ل ∈ $\overline{\text{د جـ}}$، $\overline{\text{د جـ}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

∴ م (Δ أ ب ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) ⟸ (٢)

∵ ل ∈ $\overline{\text{هـ ب}}$، $\overline{\text{هـ ب}}$ // $\overline{\text{و جـ}}$

∴ م (Δ و جـ ل) = $\frac{1}{2}$ م (▱ هـ ب جـ و) ⟸ (٣)

من (١)، (٢)، (٣)

∴ م (Δ أ ب ل) = م (Δ و جـ ل) (وهو المطلوب أولاً) ⟸ (٤)

بإضافة م (Δ ل ب جـ) إلى الطرفين في (٤)

∴ م (الشكل أ ب جـ ل) = م (الشكل و جـ ب ل) (وهو المطلوب ثانياً).

---

١١ $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة مشتركة لكل من متوازي الأضلاع أ ب جـ د، هـ ب جـ و

∵ $\overleftrightarrow{\text{هـ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة ▱ هـ ب جـ و = مساحة ▱ أ ب جـ د ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{جـ د}}$ قطر في ▱ د س جـ ص

∴ مساحة Δ جـ د س = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ د س جـ ص

∵ $\overline{\text{جـ د}}$ قاعدة مشتركة لكل من Δ جـ د س، ▱ أ ب جـ د

∵ س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$

∴ مساحة Δ جـ د س = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ د

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ د س جـ ص ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ مساحة ▱ هـ ب جـ و = مساحة ▱ أ ب جـ د

= مساحة ▱ د س جـ ص

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات على الدرس (١)

١ ١ ٥ ٢ ٢٨ ٣ ١ : ٢ ٤ ٦

---

٢ ١ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها ٢ ٧ سم

٣ نصف طول القاعدة ٤ ٣

---

٣ ∵ متوازي الأضلاع أ ب جـ د، أ ب م ن مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ن جـ}}$

∴ م (▱ أ ب جـ د) = م (▱ أ ب م ن)

∵ هـ ∈ $\overline{\text{أ د}}$، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ م (Δ هـ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب م ن)

وهو المطلوب

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٢)

١ ∵ هـ(Δ أ هـ د) = $\frac{1}{2}$ هـ ▱ (أ ب جـ د)

(مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ ، هـ ∈ $\overline{بجـ}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$) ⟸(١)

∴ هـ Δ (أ ب هـ) + هـ Δ (د هـ جـ) = هـ Δ (أ هـ د) ⟸(٢)

، ∵ Δ Δ د أ ب ، د هـ جـ قواعدهما متساوية ومحصوران بين مستقيمين متوازيين

∴ هـ Δ (د أ ب) = هـ Δ (د هـ جـ) ⟸(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) نستنتج أن:

هـ Δ (د أ ب) + هـ Δ (أ ب هـ) = هـ Δ (أ هـ د)

∴ هـ(الشكل د أ هـ ب) = هـ (Δ أ هـ د) (هـ.ط)

---

٢ ∵ $\overline{بهـ}$ = $\overline{هـجـ}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

∴ هـ Δ (أ ب هـ) = هـ Δ (د هـ جـ) = ١٣ سم^2

∵ هـ ∈ $\overline{بجـ}$ ∴ هـ Δ (أ هـ د) = $\frac{1}{2}$ هـ ▱ (أ ب جـ د)

∴ هـ Δ (أ ب هـ) + هـ Δ (د هـ جـ) = $\frac{1}{2}$ هـ ▱ (أ ب جـ د)

∴ هـ ▱ (أ ب جـ د) = ٢ (١٣ + ١٣) = ٥٢ سم^2

---

٣ ∵ أ س = جـ ص ، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

∴ هـ (Δ أ س ب) = هـ (Δ جـ ص د) ،

بإضافة هـ (الشكل س ب ص د) إلى الطرفين

∴ هـ (الشكل (أ ب ص د) = هـ الشكل (جـ د س ب)

---

٤ ١ أ د متوسط في Δ أ ب جـ

∴ هـ (Δ أ د ب) = هـ (Δ أ د جـ) ⟸(١)

، $\overline{مد}$ متوسط في Δ م ب جـ

∴ هـ (Δ م ب د) = هـ (Δ م جـ د) ⟸(٢)

، ∵ $\overline{بو}$ متوسط في Δ ب أ جـ

∴ هـ (Δ ب و أ) = هـ (Δ ب و جـ) ⟸(٣)

∵ $\overline{مو}$ متوسط في Δ م أ جـ

∴ هـ (Δ م و أ) = هـ (Δ م و جـ) ⟸(٤)

∵ $\overline{جـهـ}$ متوسط في Δ جـ أ ب

∴ هـ (Δ جـ هـ أ) = هـ (Δ جـ هـ ب) ⟸(٥)

، ∵ $\overline{مهـ}$ متوسط في Δ م أ ب

∴ هـ (Δ م أ هـ) = هـ (Δ م ب هـ)

٢ ∵ ب هـ = جـ و

∴ هـ (Δ ع ب هـ) = هـ (Δ ع جـ و)

لأنهما مشتركان في رأس واحدة ع

بإضافة هـ (Δ ع هـ و) إلى الطرفين

∴ هـ (Δ ع ب و) = هـ (Δ ع جـ هـ)

٥ ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

∴ (أ جـ)^2 = (ب جـ)^2 − (أ ب)^2 = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ أ جـ = ٤ سم ∴ هـ (Δ أ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٣ = ٦ سم^2

∴ هـ (Δ أ ب جـ) = هـ (Δ د ب جـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{بجـ}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overleftrightarrow{أد}$ // $\overline{بجـ}$

---

٦ ١ ∵ هـ (Δ أ ب م) = هـ (Δ د جـ م)

بإضافة هـ (Δ م ب جـ) إلى الطرفين

∴ هـ (Δ أ ب جـ) = هـ (Δ د ب جـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{بجـ}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

٢ هـ (Δ د ب س) = هـ (Δ جـ ب س) ⟸(١)

لأنهما مشتركان في القاعدة $\overline{بس}$ ، $\overline{بس}$ // $\overline{دجـ}$

، هـ (Δ ص ب د) = هـ (Δ ص ب جـ) ⟸(٢)

لأنهما مشتركان في القاعدة $\overline{صب}$ ، $\overline{صب}$ // $\overline{دجـ}$

∵ هـ (Δ جـ ب س) = هـ (Δ جـ ص د) معطى ⟸(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ هـ (Δ د ب س) = هـ (Δ ص ب د)

وهما مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{بد}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overleftrightarrow{سص}$ // $\overleftrightarrow{بد}$ وهو المطلوب.

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٢)

أولاً: نظرية (٢) ونتائجها:

١ ١ متساويين في المساحة. ٢ متساويين في المساحة.

٣ متساويين في المساحة. ٤ أ جـ د

٥ س ع ل ، $\frac{1}{3}$

٦ (أ) أ د جـ ، $\overline{أد}$ قاعدة مشتركة، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

(ب) د ب جـ ، $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة، $\overline{بجـ}$ // $\overline{أد}$

(جـ) د م جـ ، لأن هـ (Δ أ د ب) = هـ (Δ أ د جـ)

وبطرح هـ (Δ أ م د) من الطرفين.

---

١ يوازي ٢ Δ د هـ جـ ٣ ٦٥

٤ ٢:١ ٥ ٢٥

---

٧ ∵ $\overline{دهـ}$ قطعة مستقيمة واصلة بين منتصفي $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∵ Δ د ب جـ ، Δ هـ ب جـ مشتركان في القاعدة $\overline{بجـ}$ ، $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∴ مساحة Δ د ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

٤ Δ أ ب جـ ، Δ د ب جـ مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{أ د}}$

∴ مـ (Δ أ ب جـ) = مـ (Δ د ب جـ)

بطرح مـ (Δ م ب جـ) من الطرفين

∴ مـ (Δ أ ب م) = مـ (Δ د جـ م) ⇐ (١)

∵ $\overline{\text{م أ}}$ متوسط في Δ م ب هـ

∴ مـ (Δ هـ أ م) = مـ (Δ ب أ م) ⇐ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ مـ (Δ د جـ م) = مـ (Δ هـ أ م)

---

٥ ∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مـ (Δ أ ب د) = مـ (Δ أ جـ د) ⇐ (١)

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$ وفي جهة واحدة منها

∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$

∴ مـ (Δ أ هـ د) = مـ (Δ أ و د) ⇐ (٢)

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$ وفي جهة واحدة منها.

بطرح (٢) من (١)

∴ مـ (Δ أ ب هـ) = مـ (Δ د جـ و) وهو المطلوب

---

٦ ∵ ب د = د جـ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ مـ (Δ س ب د) = مـ (Δ س د جـ) ⇐ (١)

∵ $\overline{\text{أ د}}$ متوسط في Δ أ ب جـ

∴ مـ (Δ أ ب د) = مـ (Δ أ جـ د) ⇐ (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ مـ (Δ أ س د) = مـ (Δ أ جـ ص) وهو المطلوب

ثانيًا: نظرية (٣)

٧ ∵ يوازي القاعدة. ٢ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$

---

٨ ∵ مـ (Δ أ ب م) = مـ (Δ د جـ م)

بإضافة مـ (Δ م ب جـ) للطرفين

∴ مـ (Δ أ ب جـ) = مـ (Δ د ب جـ)

وهما مرسومان على $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة مشتركة لهما وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

---

٩ ∵ مـ (Δ أ د جـ) = مـ (Δ أ هـ ب)

بطرح مـ (Δ أ د هـ) من الطرفين

∴ مـ (Δ د هـ ب) = مـ (Δ د هـ جـ)

وهما مرسومان على $\overline{\text{د هـ}}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

---

١٠ ∵ $\overline{\text{م هـ}}$ متوسط في (Δ أ م ب)

∴ مـ (Δ أ ب م) = ٢ مـ (Δ أ هـ م) ⇐ (١)

∵ $\overline{\text{د و}}$ متوسط في (Δ د جـ م)

∴ مـ (Δ د جـ م) = ٢ مـ (Δ د جـ و) ⇐ (٢)

∵ مـ (Δ أ هـ م) = مـ (Δ د جـ و)

من (١) ، (٢)

∴ مـ (Δ أ ب م) = مـ (Δ د جـ م)

بإضافة مـ (Δ م ب جـ) للطرفين

∴ مـ (Δ أ ب جـ) = مـ (Δ د ب جـ) ، وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

---

١١ ∵ مـ (الشكل أ ب هـ م) = مـ (الشكل د جـ هـ م) ⇐ (١)

∵ $\overline{\text{م هـ}}$ متوسط في (Δ م ب جـ)

∴ مـ (Δ م ب هـ) = مـ (Δ م جـ هـ) ⇐ (٢)

من (١) ، (٢) بالطرح

∴ مـ (Δ أ ب م) = مـ (Δ د جـ م)

بإضافة مـ (Δ أ م د) للطرفين

∴ مـ (Δ أ ب د) = مـ (Δ د جـ أ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$ ، في جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

---

١٢ في Δ س ص ع ∵ س هـ = ص هـ

∴ $\overline{\text{ع هـ}}$ متوسط في Δ س ص ع

∴ مـ (Δ س ص هـ) = مـ (Δ ع ص هـ) ⇐ (١)

∵ مـ (Δ أ ب هـ) = مـ (Δ جـ ب هـ) ⇐ (٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ مـ (Δ أ س هـ) = مـ (Δ جـ ص هـ) ، ولهما قاعدتاهما متساويتان في الطول.

حيث (س هـ = ص هـ) ∴ $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

---

١٣ ∵ Δ أ هـ د ، Δ أ و د مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$

∴ مـ (Δ أ هـ د) = مـ (Δ أ و د) ⇐ (١)

∵ مـ (Δ أ ب هـ) = مـ (Δ د جـ و) ⇐ (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ مـ (Δ أ ب د) = مـ (Δ د جـ أ) وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

---

١٤ ∵ مـ (Δ أ م هـ) = مـ (Δ أ ب جـ) (معطى)

بطرح مـ (Δ أ م ب) من الطرفين

∴ هـ (Δ سام هـ) = هـ (Δ سام حـ) وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{سام}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{سام}}$ // $\overline{\text{هـ حـ}}$ ∵ $\overline{\text{هـ سا}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

∴ الشكل سا هـ حـ ء فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

∴ الشكل سا هـ حـ ء متوازى أضلاع.

---

١٥ ∵ ء منتصف $\overline{\text{أ سـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{سـ حـ}}$

∴ هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

فى Δ أ ء حـ:

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ متوسط

∴ هـ (Δ أ ء هـ) = هـ (Δ هـ ء حـ)

---

١٦ ∵ أ سـ حـ ء مستطيل

∴ مساحة المستطيل = ٦ × ٨ = ٤٨ سم²

∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ قطر فى المستطيل

∴ هـ (Δ أ ء حـ) = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل = ٢٤ سم² ، ⟸ (١)

∵ هـ (Δ سـ أ حـ) = ٢٤ سم² (معطى) ، ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ سـ أ حـ) = هـ (Δ ء أ حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ حـ}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{سـ ء}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

---

١٧ ∵ أ م = $\frac{1}{2}$ م حـ

∴ هـ (Δ أ ء م) = $\frac{1}{2}$ هـ (Δ ء م حـ) ⟸ (١)

∵ ء م = $\frac{1}{2}$ م سـ

∴ هـ (Δ أ ء م) = $\frac{1}{2}$ هـ (Δ أ م سـ) ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ ء م حـ) = هـ (Δ أ م سـ)

بإضافة هـ (Δ م سـ حـ) للطرفين

∴ هـ (Δ ء سـ حـ) = هـ (Δ أ سـ حـ)

وهما مشتركان فى قاعدة واحدة $\overline{\text{سـ حـ}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{سـ حـ}}$

---

١٨ ∵ س ص = س ع

∴ ق (∠ س ص ع) = ق (∠ س ع ص)

فى Δ هـ ص ع ، Δ ء ع ص

فيهما
- $\overline{\text{ص ع}}$ ضلع مشترك
- ق (∠ ص هـ ع) = ق (∠ ص ء ع) = ٩٠°
- ق (∠ هـ ص ع) = ق (∠ ء ع ص) برهاناً

∴ Δ هـ ص ع ≡ Δ ء ع ص

∴ هـ (Δ هـ ص ع) = هـ (Δ ء ع ص)

وهما مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{\text{ص ع}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{هـ ء}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ وهو المطلوب (١)

∴ هـ (Δ هـ ص ء) = هـ (Δ هـ ع ء)

مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{\text{هـ ء}}$ وفى جهة واحدة منها

بإضافة هـ (Δ س هـ ء) إلى الطرفين

∴ هـ (Δ س ء ص) = هـ (Δ س هـ ع) وهو المطلوب (٢)

---

١٩ ∵ أ سـ حـ ء ▱ ، $\overline{\text{سـ ء}}$ قطر

∴ هـ (Δ أ سـ ء) = هـ (Δ سـ حـ ء) (١)

∵ هـ (Δ سـ حـ ء) = هـ (Δ سـ ء هـ) (معطى) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ أ سـ ء) = هـ (Δ سـ ء هـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{سـ ء}}$ ∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{سـ ء}}$

---

٢٠ ∵ هـ (Δ أ م هـ) = هـ (Δ ء م و)

بإضافة هـ (Δ م أ ء) إلى الطرفين

∴ هـ (Δ أ هـ ء) = هـ (Δ ء و أ) (١)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{أ ء}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$

∵ هـ (Δ أ سـ هـ) = هـ (Δ ء حـ و) معطى (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ أ سـ ء) = هـ (Δ أ حـ ء) وهما مشتركان فى قاعدة $\overline{\text{أ ء}}$

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{سـ حـ}}$

أى أن $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{سـ حـ}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$

---

٢١ Δ Δ أ م سـ ، ء م حـ

فيهما
- أ م = ء م معطى
- م سـ = م حـ معطى
- ق (∠ أ م سـ) = ق (∠ ء م حـ) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ م سـ ≡ Δ ء م حـ

∴ هـ (Δ أ م سـ) = هـ (Δ ء م حـ)

بإضافة هـ (Δ م سـ حـ) إلى الطرفين

∴ هـ (Δ أ سـ حـ) = هـ (Δ ء سـ حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{\text{سـ حـ}}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{سـ حـ}}$ وهو المطلوب

٢٢ ∵ أ ب جـ د ▱

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ د جـ م) ⟸ (١)

∵ م (Δ أ ب س) = م (Δ د جـ م) ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ أ ب س)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{أ ب}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{س م}$

---

٢٣ ∵ $\overline{م هـ}$ متوسط في Δ د م جـ

∴ م (Δ د م هـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ د م جـ) ⟸ (١)

∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ م (Δ أ ب جـ) = م (Δ د جـ ب) مشتركان في قاعدة واحدة $\overline{ب جـ}$ وفي جهة واحدة منها.

وبطرح م (Δ م ب جـ) من الطرفين

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ د جـ م) ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ م (Δ م د هـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ب م) وهو المطلوب

---

٢٤ ∵ أ هـ = هـ د، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ د جـ هـ) = ٥٠ سم²

∵ هـ ∈ $\overline{أ د}$

∴ م (Δ هـ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د)

∴ م (Δ أ ب هـ) + م (Δ د جـ هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د)

∴ م (▱ أ ب جـ د) = ٢٠٠ سم²

إجابة تحدَّ نفسك

٢٥ نرسم $\overline{و ب}$

∵ جـ هـ = ب د

∴ م (Δ و جـ هـ) = م (Δ و د ب) مشتركان في الرأس (و)

، ∵ م (Δ و جـ هـ) = م (Δ أ و د) (معطى)

∴ م (Δ أ و د) = م (Δ و د ب)

مشتركان في القاعدة $\overline{و د}$

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{و د}$ (وهو المطلوب)

---

٢٦ ∵ أ ب = أ جـ ∴ ٥س − ٨ = ٢س + ٤

∴ ٣س = ١٢ ∴ س = ٤

∴ أ ب = أ جـ = ١٢ سم

١ ∵ ق (∠ د أ جـ) = ٣٠° ∴ د جـ = ٦ سم، أ د = ٦$\sqrt{3}$ سم

٢ ∵ المثلث أ ب جـ متساوي الأضلاع ∴ له ٣ محاور تماثل.

٣ مساحة المثلث أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٦$\sqrt{3}$ = ٣٦$\sqrt{3}$ سم²

---

٢٧ ∵ و ∈ $\overline{أ د}$، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ م (Δ ب و جـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د)

∵ هـ ∈ $\overleftrightarrow{جـ د}$، $\overline{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$

∴ م (Δ هـ أ ب) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د)

∵ $\overline{هـ و}$ متوسط في Δ هـ د أ

∴ م (Δ هـ د و) = م (Δ هـ أ و) ⟸ (١)

∵ م (Δ جـ د و) = م (Δ ب أ و) ⟸ (٢)

∴ م (Δ هـ جـ د) = م (Δ ب أ هـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) ⟸ (٣)

من (١)، (٢)، (٣)

∴ م (Δ هـ جـ د) = م (Δ ب و جـ) = م (Δ ب أ هـ)

∴ الشكل أ ب جـ هـ قسم إلى ٣ مثلثات متساوية في المساحة.

∴ م (Δ هـ جـ د) = $\frac{1}{3}$ م (الشكل أ ب جـ هـ)

---

٢٨ ١ م (Δ أ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ د

= $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٤ = ١٢ سم²

طول $\overline{أ جـ}$ = ١٢ سم

٢ ٤٠

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٢)

١ مساحة Δ س م ص = مساحة Δ س جـ ص

مساحة الشكل أ س م ص = مساحة Δ أ س جـ

(بإضافة مساحة Δ أ س ص لكل من Δ س م ص، Δ س جـ ص)

---

٢ (أ) نرسم $\overline{ب د}$

∵ ب جـ = هـ د

∴ م (Δ د ب جـ) = م (Δ ب هـ د) مشتركان في رأس واحد

∵ $\overline{د ب}$ قطر في ▱ أ ب جـ د

∴ م (Δ د ب جـ) = م (Δ ب هـ د) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) ⟸ (١)

∵ س ∈ $\overline{د جـ}$

∴ م (Δ س أ ب) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) ⟸ (٢)

من (١)، (٢) ∴ م (Δ س أ ب) = م (Δ ب هـ د)

(ب) $\overline{ب جـ}$ // $\overline{أ د}$

∴ م (Δ أ ب جـ) = م (Δ د ب جـ)

مشتركان في $\overline{ب جـ}$ وفي جهة واحدة منها

بطرح م (Δ ب م جـ) من الطرفين

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ د م جـ) ⟸ (١)

∵ أ س = د ص

∴ م (Δ أ م س) = م (Δ د م ص) ⟸ (٢)

مشتركان في الرأس م

بجمع (١) ، (٢)

∴ هـ (الشكل أ ب م س) = هـ (الشكل ء حـ م ص)

(جـ) ∵ $\overline{ب حـ}$ // $\overline{أ ء}$

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ء ب حـ)

مشتركان فى قاعدة واحدة $\overline{ب حـ}$ وفى جهة واحدة منها ⟸ (١)

بطرح هـ (Δ م ب حـ) من الطرفين

∴ هـ (Δ أ ب م) = هـ (Δ ء حـ م)

∵ $\overline{أ ب}$ متوسط فى Δ أ ص م

∴ هـ (Δ أ ص ب) = هـ (Δ أ م ب) ⟸ (٢)

∵ $\overline{ء حـ}$ متوسط فى Δ ء م ص

∴ هـ (Δ ء س حـ) = هـ (Δ ء م حـ) ⟸ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ هـ (Δ أ ص ب) = هـ (Δ ء س حـ)

(د) ∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ء ب حـ)

بطرح هـ (Δ ب م حـ) من الطرفين

∴ هـ (Δ أ م ب) = هـ (Δ ء م حـ) ⟸ (١)

∵ $\overline{م هـ}$ متوسط فى Δ أ م ب

∴ هـ (Δ أ م هـ) = $\frac{1}{2}$ هـ (Δ أ م ب) ⟸ (٢)

∵ $\overline{ء ك}$ متوسط فى Δ ء م حـ

∴ هـ (Δ ء ك حـ) = $\frac{1}{2}$ هـ (Δ ء م حـ) ⟸ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ هـ (Δ أ هـ م) = هـ (Δ ء ك حـ)

(هـ) ∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{ء حـ}$

∴ هـ (Δ ء أ حـ) = هـ (Δ ء ب حـ) ⟸ (١)

مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{ء حـ}$ وفى جهة واحدة منها.

∵ $\overline{ء ب}$ متوسط فى Δ ء هـ حـ

∴ هـ (Δ ء هـ ب) = هـ (Δ ء ب حـ) ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ ء أ حـ) = هـ (Δ ء هـ ب)

(و) ∵ س و = ص و ، $\overline{س ص}$ // $\overline{أ حـ}$

∴ هـ (Δ أ س و) = هـ (Δ حـ ص و) ⟸ (١)

∵ $\overline{و ب}$ متوسط فى Δ ب س ص

∴ هـ (Δ ب س و) = هـ (Δ ب ص و) ⟸ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج أن

هـ (Δ أ و ب) = هـ (Δ حـ و ب)

---

٣ (١) ∵ هـ (Δ أ م ب) = هـ (Δ ء م حـ)

بإضافة هـ (Δ م ب حـ) إلى الطرفين

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ء ب حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

(ب) ∵ هـ (Δ أ م ب) = هـ (Δ ء م حـ) ⟸ (١)

∵ أ س = ء ص

∴ هـ (Δ أ م س) = هـ (Δ ء م ص) ⟸ (٢)

لأنهما مشتركان فى رأس واحد م

بطرح (٢) من (١)

∴ هـ (Δ أ س ب) = هـ (Δ ء ص حـ)

∵ أ س = ص ء ∴ $\overline{ب حـ}$ // $\overline{أ ء}$

(جـ) ∵ هـ (Δ ب ء حـ) = هـ (Δ ب هـ حـ) ⟸ (١)

، ∵ $\overline{ب حـ}$ قطر فى ▱ أ ب هـ حـ

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ب هـ حـ) ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ء ب حـ)

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ وفى جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

---

٤ ∵ هـ (الشكل أ ب ص س) = هـ (الشكل ء حـ ص س) ⟸ (١)

، ∵ $\overline{س ص}$ متوسط فى Δ س ب حـ

∴ هـ (Δ س ب ص) = هـ (Δ س حـ ص) ⟸ (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ هـ (Δ أ س ب) = هـ (Δ ء س حـ)

∵ أ س = س ء ∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

---

٥ ∵ Δ أ ب حـ ، Δ ء ب حـ مشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ء ب حـ)

بطرح هـ (Δ م ب حـ) من الطرفين

∴ هـ (Δ أ ب م) = هـ (Δ ء حـ م) ⟸ (١)

∵ Δ ء م حـ ، Δ هـ م حـ مشتركان فى القاعدة $\overline{م حـ}$ ، $\overline{ء هـ}$ // $\overline{م حـ}$

∴ هـ (Δ ء م حـ) = هـ (Δ هـ م حـ) ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ هـ (Δ أ ب م) = هـ (Δ ء حـ م) = هـ (Δ هـ م حـ)

وهو المطلوب أولًا

بإضافة هـ (Δ م ب حـ) للطرفين فى (٢)

∴ هـ (Δ ء ب حـ) = هـ (Δ هـ ب م) وهو المطلوب ثانيًا

٦ ∵ و ∈ $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$

∴ م (Δ و ب ج) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب ج د) ⟸ (١)

∵ $\overline{و ب}$ متوسط في Δ و هـ ج

∴ م (Δ و هـ ب) = م (Δ و ب ج) = $\frac{1}{2}$ م (Δ و هـ ج) ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (Δ و هـ ج) = م (▱ أ ب ج د) وهو المطلوب.

---

٧ ∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$

∴ م (Δ أ ب ج) = م (Δ د ب ج) ⟸ (١)

مشتركان في القاعدة $\overline{ب ج}$ وفي جهة واحدة منها

بطرح م (Δ م ب ج) من الطرفين في (١)

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ د م ج) ⟸ (٢)

∵ م (Δ أ ب م) = م (Δ هـ ج م) معطى

∴ م (Δ د م ج) = م (Δ هـ ج م)

وهما مشتركان في قاعدة واحدة $\overline{م ج}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overleftrightarrow{أ ج}$

---

٨ في Δ ج د هـ ∵ $\overline{ج م}$ متوسط

∴ م (Δ ج م د) = م (Δ ج م هـ) ⟸ (١)

∵ م (Δ أ م ب) = م (Δ ج م هـ) معطى ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ج م د)

بإضافة م (Δ أ م د) إلى الطرفين

∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ أ ج د)

وهما مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{أ د}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$.

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٢)

١ ١ ٦ ٢ ٣٦ ٣ الارتفاع ٤ ٦

---

٢ ١ ١٢٠° ٢ (−٢ ، −٥)

٣ متساوية في المساحة ٤ ١٣٠°

---

٣ ١ ∵ م (Δ أ ج د) = م (Δ أ هـ ب)

بطرح م (Δ أ هـ د) من الطرفين

∴ م (Δ ب هـ د) = م (Δ ج هـ د)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{د هـ}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب ج}$

٢ (١) مساحة المستطيل أ ب ج د = ٤ × ٦ = ٢٤ سم²

(٢) مساحة Δ أ ب ص

= مساحة المستطيل − [م (Δ أ ب س) + م (Δ ب ج ص) + م (Δ أ د ص)]

= ٢٤ − [٦ + ٣ + ٦] = ٢٤ − ١٥ = ٩ سم²

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٣)

١ ١ مساحة المعين س ص ع ل = ٨ × ٥ = ٤٠ سم²

٢ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

= ٩ × ٦ = ٥٤ سم²

٣ طول ضلع المعين = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥ سم

∴ ارتفاع المعين = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧ سم

---

٢ ١ ∵ القطرين ينصف كل منهما الآخر في المعين أ ب ج د

∴ طولا قطريه هما ٨ سم ، ٦ سم

∴ مساحة المعين أ ب ج د = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم²

٢ ∵ Δ أ م ب قائم الزاوية في م

∴ (أ ب)² = (أ م)² + (م ب)² = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ أ ب = ٥ سم ∴ محيط المعين أ ب ج د = ٤ × ٥ = ٢٠ سم

---

٣ ١ مساحة المربع = ٧ × ٧ = ٤٩ سم²

٢ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٦ = ١٨ سم²

٣ ∵ طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times \text{مساحة سطحه}}$

∴ طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times ٣٢}$ = $\sqrt{٦٤}$

∴ طول قطر المربع = ٨ سم

---

٤ ١ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١٢ + ٩}{٢}$ = $\frac{٢١}{٢}$ = ١٠,٥ سم

٢ نفرض أن طول القاعدة هو س سم

∴ ١٠ = $\frac{س + ٧}{٢}$ ∴ س + ٧ = ٢٠

∴ س = ١٣ ∴ طول القاعدة = ١٣ سم

٣ ∵ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ ٢٠ = $\frac{٤ + ٦}{٢}$ × ع ∴ الارتفاع ع = $\frac{٤٠}{١٠}$ = ٤ سم

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٣)

أولاً: المعين:

١ ١ الارتفاع ٢ ٢٤ ٣ ٣٥

٤ ٨ ٥ ٥ ٦ ٥ ٧ ٨

ثانياً: المربع:

٢ ١ ١٠ ٢ ٨١ ٣ ٣٢ ٤ ٢٥

٣ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٦ = ٦٤ سم^{٢}

∵ مساحة المربع = مساحة المعين = ٦٤ سم^{٢}

∴ طول ضلع المربع = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

ثالثاً: شبه المنحرف:

٤ ١ ٧ ٢ متساويان ٣ ٥ ٤ ٤

٥ نفرض أن طولي قاعدتيه ٢س ، ٣س ∴ $\frac{٢س + ٣س}{٢}$ = ٣٠

∴ ٥س = ٦٠ ∴ س = ١٢

(أ) طول القاعدتين ٢٤ سم ، ٣٦ سم

(ب) مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ٣٠ × ٢٤ = ٧٢٠ سم^{٢}

٦ ∵ Δ أ و ء قائم الزاوية في و ، ق(∠ أ ء و) = ٤٥°

∵ و أ = و ء

∴ (أ ء)^{٢} = (و أ)^{٢} + (و ء)^{٢}

∴ ٢ (و أ)^{٢} = (أ ء)^{٢} ∴ ٢ (و أ)^{٢} = (٨$\sqrt{٢}$)^{٢}

∴ (و أ)^{٢} = ٦٤ ∴ و أ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

∴ أ و = ء و = ب هـ = هـ ح = ٨ سم

∵ $\overline{أ و}$ ⊥ $\overline{و ء}$ ، $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{ء ح}$ ∴ الشكل أ ب هـ و مستطيل

∵ أ ب = ٦ سم ∴ و هـ = ٦ سم

∴ و ح = ٨ + ٦ + ٨ = ٢٢ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{٢٢ + ٦}{٢}$ × ٨ = ١١٢ سم^{٢}

إجابة تحدَّ نفسك

٧ مساحة قطعة الأرض الأولى (معين) = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طول القطرين

= $\frac{١}{٢}$ × ٣٦ × ٣٠ = ٥٤٠ سم^{٢}

∵ قطعتي الأرض متساويتان في المساحة

∴ طول القاعدة المتوسطة لقطعة الأرض الثانية (شبه المنحرف)

= المساحة ÷ الارتفاع

= ٥٤٠ ÷ ٢٠ = ٢٧ سم

٨ من الشكل: مساحة المنطقة المظللة (شبه منحرف) = $\frac{(٣ + ١)}{٢}$ × ٣

= ٢ × ٣ = ٦ وحدات مربعة

٩ ∵ أ ب ح ء مربع

∴ القطران متعامدان ومتساويان وينصف كل منهما الآخر.

في Δ ء هـ م القائم الزاوية في م

∵ ق(∠ م ء هـ) = ٣٠°

∵ هـ م = $\frac{١}{٢}$ ء هـ ∴ ء هـ = ٨ سم

∴ ء م = $\sqrt{(٨)^{٢} - (٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٤٨}$ = ٤$\sqrt{٣}$ سم

∴ ب ء = ٤$\sqrt{٣}$ + ٤$\sqrt{٣}$ = ٨$\sqrt{٣}$

∴ مساحة المربع أ ب ح ء = $\frac{١}{٢}$ (٨$\sqrt{٣}$)^{٢} = ٩٦ سم^{٢}

١٠ في Δ أ هـ ء ∵ ق(∠ أ هـ ء) = ٩٠°

∴ (أ ء)^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥ ∴ أ ء = ٥ سم

∴ مساحة المربع (أ ب ح ء) = ٥ × ٥ = ٢٥ سم^{٢}

∵ مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ = ٦ سم^{٢}

∴ مساحة الشكل (أ ب ح ء هـ) = ٢٥ − ٦ = ١٩ سم^{٢}

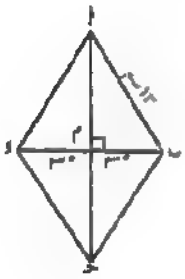
إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٣)

١ ١ مساحة المعين = ٨ × ١٢ = ٩٦ سم^{٢}

٢ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٠ = ٤٠ سم^{٢}

٣ مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ (٨)^{٢} = ٣٢ سم^{٢}

٤ طول ضلع المعين = $\frac{٥٢}{٤}$ = ١٣ سم



∵ القطرين ينصف كل منهما الآخر ومتعامدان

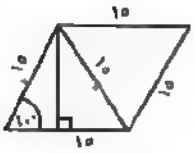
في Δ أ م ب

∴ (أ م)^{٢} = $\sqrt{١٦٩ - ٢٥}$ = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

∴ طول القطرين ١٠ سم ، ٢٤ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٢٤ = ١٢٠ سم^{٢}

٥ طول ضلع المعين = $\frac{٦٠}{٤}$ = ١٥ سم



∴ ارتفاع المعين = $\frac{١٥}{٢}$ $\sqrt{٣}$

∴ مساحة المعين = $\frac{١٥}{٢}$ $\sqrt{٣}$ × ١٥ = $\frac{٢٢٥}{٢}$ $\sqrt{٣}$ سم^{٢}

٢ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{٧ + ١٣}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$ سم

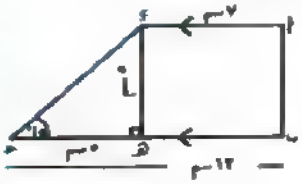
---

٣ (أ) مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = $\frac{(٨ + ١٢)}{٢} \times ٥ = ٥٠$ سم^٢

(ب) مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ٨ × ٥ = ٤٠ سم^٢

(جـ) نرسم $\overline{د هـ} \perp \overline{ب جـ}$



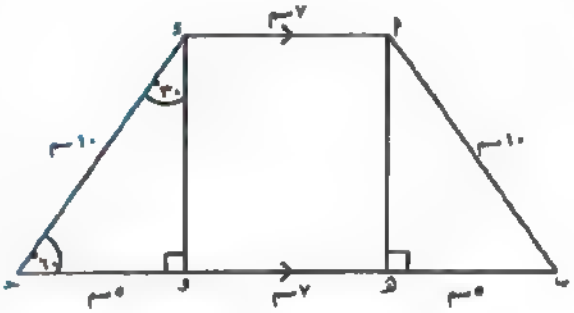
∵ ق (∠ جـ) = ٤٥°

∴ د هـ = هـ جـ = ٥ سم

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{(٧ + ١٢)}{٢} \times ٥$

= $\frac{٩٥}{٢}$ = ٤٧,٥ سم^٢

(د)



نرسم $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، $\overline{د و} \perp \overline{ب جـ}$

∴ الشكل أ هـ و د مستطيل ∴ د أ = هـ و = ٧ سم

Δ د و جـ القائم الزاوية في و

∵ ق (∠ جـ) = ٦٠° ∴ ق (∠ و د جـ) = ٣٠°

∴ جـ و = $\frac{١}{٢}$ د جـ = ٥ سم

(د و)^٢ = (د جـ)^٢ − (و جـ)^٢ = ١٠٠ − ٢٥ = ٧٥

∴ د و = $٥\sqrt{٣}$ سم

∴ مساحة أ ب جـ د = $\frac{(٧ + ١٧)}{٢} \times ٥\sqrt{٣} = ١٢ \times ٥\sqrt{٣} = ٦٠\sqrt{٣}$ سم^٢

---

٤ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{٢٤ + ١٢}{٢} = ١٨$ سم

∴ الارتفاع = $\frac{٤٥٠}{١٨} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$ سم

---

٥ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١٠٨}{٨} = \frac{٢٧}{٢}$

∴ $\frac{ل + ١٥}{٢} = \frac{٢٧}{٢}$ حيث ل طول القاعدة الأخرى.

∴ ل = ٢٧ − ١٥ = ١٢

∴ طول القاعدة الأخرى = ١٢ سم

---

٦ نفرض أن طولي قاعدتيه المتوازيتين هما ٣ س سم ، ٢ س سم

∴ ١٨٠ = $\frac{(٣ س + ٢ س)}{٢} \times ١٢$

∴ ٥ س = ١٨٠ ÷ ٦ = ٣٠ ∴ س = ٦

∴ طول القاعدتين المتوازيتين ١٨ سم ، ١٢ سم

---

٧ مساحة القطعة الأولى (الملون) = $\frac{١}{٢} \times ١٨ \times ٢٤ = ٢١٦$ سم^٢

∵ القطعتين متساويتان في المساحة

∴ مساحة القطعة الأخرى (شبه المنحرف) = ٢١٦ سم^٢

∴ طول قاعدتها المتوسطة = $\frac{٢١٦}{١٢} = ١٨$ سم

---

٨ ∵ ارتفاع شبه المنحرف = $\frac{\text{المساحة}}{\text{طول القاعدة المتوسطة}} = \frac{١٢٠}{٢٠} = ٦$ سم

∴ أ و = د هـ = ٦ سم

∵ شبه المنحرف متساوي الساقين

∴ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{أ د + ب جـ}{٢} = ٢٠$

∴ أ د + ب جـ = ٤٠ سم

∵ طول المحيط = ٦٠ سم

∴ أ ب + د جـ + أ د + ب جـ = ٦٠

∴ أ ب + د جـ = ٦٠ − ٤٠ = ٢٠ سم

∴ أ ب = د جـ = $\frac{٢٠}{٢} = ١٠$ سم؛ لأنه شبه منحرف متساوي الساقين.

∵ $\overline{أ و} \perp \overline{ب جـ}$ ، Δ أ و ب

∴ (ب و)^٢ = (أ ب)^٢ − (أ و)^٢ = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب و = ٨ سم وبالمثل هـ جـ = ٨ سم

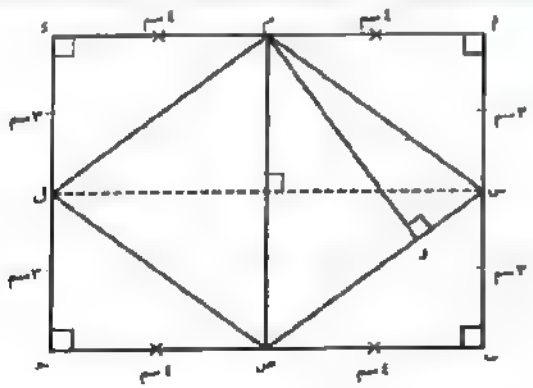
∴ الشكل أ و هـ د مستطيل

∴ أ د = و هـ ∴ أ د + و هـ + ب و + هـ جـ = ٤٠ سم

∴ ٢ أ د = ٤٠ − ١٦ = ٢٤

∴ أ د = ١٢ سم ∴ ب جـ = ٢٨ سم

٩



∵ أ ب جـ د مستطيل

∴ ق Δ أ ب جـ القائم الزاوية في أ

∴ (س م)^{٢} = (أ س)^{٢} + (أ م)^{٢} = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ س م = ٥ سم وبالمثل س ص = ص ل = ل م = ٥ سم

∵ القطران متعامدان.

(أ) ∴ الشكل س ص ل م معين ،

∴ مساحته = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم^{٢}

∵ مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع

∴ ٢٤ = ٥ × م و حيث م و ارتفاع المعين

(ب) ∴ الارتفاع م و = $\frac{٢٤}{٥}$ = ٤,٨ سم

١٠ نفرض أن النسبة بين طول كل من قاعدتيه المتوازيتين في شبه المنحرف وارتفاعه هي ٣ س ، ٢ س ، ٤ س.

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{(٣ س + ٢ س)}{٢}$ × ٤ س = ١٠ س^{٢}

∴ ١٠ س^{٢} = ٤٠٠٠

∴ س^{٢} = ٤٠٠

∴ س = ٢٠ م ∴ طول القاعدتين المتوازيتين ٦٠ م ، ٤٠ م

∴ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{٦٠ + ٤٠}{٢}$ = ٥٠ م

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٣)

١ ١ ٧ ٢ ٦ ٣ ٤٠ ٤ ١٢

٢ ١ ٩ ٢ أكبر من

٣ مثلثين متساويين في المساحة ٤ ٦

٣ ١ نفرض أن طولي قاعدتيه المتوازيتين هما ٣ س ، ٥ س

∵ مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ ١٦٠ = $\frac{(٣ س + ٥ س)}{٢}$ × ١٠

∴ ٨ س = $\frac{١٦٠}{٥}$ = ٣٢ ∴ س = ٤

∴ طول كل من قاعدتيه المتوازيتين ١٢ سم ، ٢٠ سم.

٢ ∵ مساحة المربع = ٤٩ سم^{٢} ∴ طول ضلع المربع = ٧ سم

∴ محيط المربع = ٢٨ سم ∴ ٧ س − ١٤ = ٢٨

∴ ٧ س = ٤٢ ∴ س = ٦

إجابة اختبار الأضواء على الوحدة الرابعة

١ ١ ٢٧ ٢ ١٢ ٣ ٣٦

٤ ٣ ٥ ٥ ٦ ٨

٢ ١ مثلثين متساويين في المساحة. ٢ ٥٠ سم^{٢} ٣ ٦

٤ أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة. ٥ ١٠

٣ ∵ Δ أ ب ء ، Δ أ ب د مشتركان في القاعدة $\overline{أء}$ ،

$\overline{أء}$ // $\overline{ب د}$

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ أ ب د) ⟸ (١)

وبطرح م (Δ أ م ء) من الطرفين في (١)

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م د) (وهو المطلوب (أ)) ⟸ (٢)

∵ ب س = د ص ، Δ م ب س ، Δ م ص د مشتركان في الرأس م

∴ م (Δ م ب س) = م (Δ م ص د) ⟸ (٣)

بجمع (٢) ، (٣)

∴ م (الشكل أ م س ب) = م (الشكل ء م ص د) (وهو المطلوب (ب))

٤ ∵ Δ أ ب ء ، ▱ أ ب د ء

مشتركان في القاعدة $\overline{أء}$ ، $\overline{أء}$ // $\overline{ب د}$

∴ م (Δ أ ب ء) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب د ء) ⟸ (١)

∵ Δ م هـ د ، ▱ ب هـ د ء مشتركان في القاعدة $\overline{هـ د}$ ، $\overline{ب ء}$ // $\overline{هـ د}$

∴ م (Δ م هـ د) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ ب هـ د ء) ⟸ (٢)

∵ ▱ أ ب د ء ، ▱ ب هـ د ء

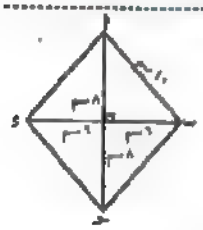
مشتركان في القاعدة $\overline{د ء}$ ، $\overline{أهـ}$ // $\overline{د ء}$

∴ م (▱ أ ب د ء) = م (▱ ب هـ د ء) ⟸ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ م هـ د)

٥ ١ من الشكل المقابل:



∵ القطرين ينصف كل منهما الآخر ومتعامدان

∴ طول $\overline{أب}$ = ١٠ سم (من نظرية فيثاغورث)

محيط المعين = ١٠ × ٤ = ٤٠ سم

٢ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

∴ ٢١٠ = $\frac{١}{٢}$ (٢٠ + طول القاعدة الأخرى) × ٧

∴ ٢٠ + طول القاعدة الأخرى = $\frac{٢ × ٢١٠}{٧}$ = ٦٠ سم

طول القاعدة الأخرى = ٦٠ − ٢٠ = ٤٠ سم

إجابة اختبار الكتاب المدرسي على الوحدة الرابعة

١ ١ ٢٤ ٢ متساويان في الطول ٣ ٤٢ سم^{٢}

٤ متساوية في المساحة ٥ مثلثان متساويان في المساحة. ٦ ١٠

٢ ∵ Δ هـ ب د ، ▱ أ ب د ء مشتركان في $\overline{ب د}$ ، هـ ∈ $\overline{أء}$

، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

∴ م (Δ هـ بجـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أبجـد) ⟸ (١)

∵ ▱ أبجـد ، ▱ أبهـ لهـ مشتركان في $\overline{أب}$ ،

$\overleftrightarrow{جـ لهـ}$ // $\overline{أب}$

∴ م (▱ أبجـد) = م (▱ أبهـ لهـ) ⟸ (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن:

م (Δ هـ بجـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أبهـ لهـ)

---

٣ ∵ د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

(أ) ∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∵ $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة للمثلثين دبجـ ، هـ بجـ

(ب) ∴ م (Δ دبجـ) = م (Δ هـ بجـ)

إجابات الوحدة الخامسة

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (١)

١ ∵ المضلع أبجـدهـ ≡ المضلع سصعل

∴ قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ ع) = ٩٠°

ق (∠ ب) = ق (∠ ص) = ٧٥°

ق (∠ د) = ق (∠ ل) = ١٠٠°

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س) = ٣٦٠° − (١٠٠° + ٧٥° + ٩٠°) = ٩٥°

∴ الأضلاع المتناظرة متناسبة

∴ $\frac{أب}{سص} = \frac{بجـ}{صع} = \frac{جـد}{عل} = \frac{أد}{سل}$

∴ $\frac{أب}{سص} = \frac{٦}{٤} = \frac{جـد}{عل} = \frac{٤,٢}{سل}$

∴ سل = $\frac{٤,٢ \times ٤}{٦}$ = ٢,٨ سم

∵ $\frac{\text{محيط المضلع أبجـدهـ}}{\text{محيط المضلع سصعل}} = \frac{بجـ}{صع}$

∴ $\frac{٢٥,٨}{\text{محيط المضلع سصعل}} = \frac{٣}{٢}$

∴ محيط المضلع سصعل = $\frac{٢٥,٨ \times ٢}{٣}$ = ١٧,٢ سم

---

٢ ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

في Δ أبجـ

∴ ق (∠ أبجـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٣٥°) = ٧٥°

∵ ق (∠ دبجـ) = ٤٠°

∴ ق (∠ أبد) = ٧٥° − ٤٠° = ٣٥°

∴ ق (∠ أدب) = ١٨٠° − (٧٠° + ٣٥°) = ٧٥°

في ΔΔ أبد ، أجـب

∵ ق (∠ أبد) = ق (∠ أجـب) = ٣٥°

، ∠ أ مشتركة ، ق (∠ أدب) = ق (∠ أبجـ) = ٧٥°

∴ Δ أبد ~ Δ أجـب

∴ $\frac{أب}{أجـ} = \frac{بد}{جـب} = \frac{أد}{أب}$

$\frac{٦}{٩} = \frac{بد}{جـب} = \frac{أد}{٦}$

∴ أد = $\frac{٦ \times ٦}{٩}$ = ٤ سم

∴ جـد = ٩ − ٤ = ٥ سم (وهو المطلوب)

---

٣ في Δ جـدهـ ، Δ جـبأ

(∠ جـ) مشتركة ، ق (∠ جـدهـ) = ق (∠ ب) معطى

∴ Δ جـدهـ ~ Δ جـبأ

∴ $\frac{جـد}{جـب} = \frac{دهـ}{بأ} = \frac{جـهـ}{جـأ}$ ∴ $\frac{٥}{جـب} = \frac{دهـ}{٦} = \frac{٤}{١٢}$

∴ جـب = $\frac{٥ \times ١٢}{٤}$ = ١٥ سم ∴ بهـ = ١٥ − ٤ = ١١ سم

، دهـ = $\frac{٦ \times ٤}{١٢}$ = ٢ سم

---

٤ ∵ أجـ = $\frac{1}{2}$ أب

∴ أب = ٢ × ٦ = ١٢ سم ∴ أهـ = ١٢ − ٥ = ٧ سم

Δ أهـ و ، Δ أبجـ

∵ $\overline{هـ و}$ // $\overline{بجـ}$

∴ ق (∠ أهـ و) = ق (∠ ب) (بالتناظر)

ق (∠ أو هـ) = ق (∠ جـ) (بالتناظر)

، (∠ أ) مشتركة

∴ Δ أهـ و ~ Δ أبجـ

وينتج أن: $\frac{أهـ}{أب} = \frac{هـ و}{بجـ} = \frac{أو}{أجـ}$

∴ $\frac{٧}{١٢} = \frac{هـ و}{٩} = \frac{أو}{٦}$

∴ هـ و = $\frac{٧ \times ٩}{١٢}$ = ٥,٢٥ سم

أو = $\frac{٧ \times ٦}{١٢} = \frac{٤٢}{١٢}$ = ٣,٥ سم

∴ جـو = ٦ − ٣,٥ = ٢,٥ سم

---

٥ ∵ ق (∠ ب) = ق (∠ هـ) = ٩٠° (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{بجـ}$ // $\overline{دهـ}$

في Δ أبجـ ، Δ أهـ د

ق (∠ ب) = ق (∠ هـ)

، ق (∠ جـ) = ق (∠ د) (بالتبادل)

، ق (∠ بأجـ) = ق (∠ هـ أد) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أبجـ ~ Δ أهـ د وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أهـ}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{أحـ}}{\text{أ ء}}$

∵ $(\text{أ ء})^2 = (\text{أهـ})^2 + (\text{هـ ء})^2 = 9 + 16 = 25$

∴ أ ء = ٥ سم

∴ $\frac{\text{أب}}{3} = \frac{12}{4} = \frac{\text{أحـ}}{5}$ ∴ أب = ٩ سم

أحـ = ١٥ سم ، بهـ = ٩ + ٣ = ١٢ سم وهو المطلوب (٢)

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (١)

أولاً: تشابه المضلعين:

١ ١ ١ ٢ متساوية ٣ ٣ : ٥ ٤ المربع ٥ س

٢ ١ متناسبة – متساوية في القياس. ٢ متشابهان

٣ متشابهة ٤ ٣ : ٧

٥ ١٠ سم² ٦ ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥

٣ ١ ∵ أبحـ ء متوازي أضلاع

∴ $\overline{\text{أب}} \parallel \overline{\text{ءحـ}}$ ، أب = ءحـ = ٥ سم

، ق(∠أ) + ق(∠ء) = ١٨٠° ∴ ق(∠ء) = ١٢٠°

∵ ▱ أبحـ ء ~ ▱ س ص ع ل

∴ ق(∠ص) = ق(∠س) = ١٢٠°

، ق(∠ل) = ق(∠ء) = ١٢٠°

٢ ∵ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة ∴ $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{ص ع}}$

∴ $\frac{5}{\text{س ص}} = \frac{2,5}{2}$ ∴ س ص = ٤ سم

٤ ∵ المضلع أبحـ ء ~ المضلع س ص ع ل

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{س ل}}$

$\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{ص ع}} = \frac{3}{6} = \frac{\text{أ ء}}{10}$

∴ أ ء = $\frac{3 \times 10}{6}$ = ٥ سم

∵ ق(∠حـ) = ق(∠ع) = ١٠٠°

∵ ق(∠ء) = ٣٦٠° − (٧٠° + ١٣٠° + ١٠٠°) = ٦٠°

∴ ق(∠ل) = ق(∠ء) = ٦٠° من التشابه

٥ ∵ المضلع س ص ع حـ ~ المضلع ن هـ ل م

∴ $\frac{\text{س ص}}{\text{ن هـ}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{هـ ل}} = \frac{\text{ع حـ}}{\text{ل م}} = \frac{\text{س حـ}}{\text{ن م}}$

∴ $\frac{\text{س ص}}{3} = \frac{2,1}{1,4} = \frac{\text{ع حـ}}{1,8} = \frac{6}{\text{ن م}}$

∴ $\frac{\text{س ص}}{3} = \frac{3}{2}$ ∴ س ص = $\frac{9}{2}$ = ٤,٥ سم

، $\frac{3}{2} = \frac{\text{ع حـ}}{1,8}$ ∴ ع حـ = $\frac{1,8 \times 3}{2}$ = ٢,٧ سم

، $\frac{6}{\text{ن م}} = \frac{3}{2}$ ∴ ن م = $\frac{6 \times 2}{3}$ = ٤ سم

ق(∠س) = ق(∠ن) = ٧٠°

ق(∠ص) = ق(∠هـ) = ٧٥°

ق(∠ع) = ق(∠ل) = ١٢٥°

ق(∠حـ) = ق(∠م) = ٣٦٠° − (٧٠° + ٧٥° + ١٢٥°) = ٩٠°

ونسبة التكبير = $\frac{3}{2}$

٦ نفرض أن المضلع الأول أبحـ ء هـ

والمضلع الثاني أ/ب/حـ/ ء/ هـ/

∵ المضلع أبحـ ء هـ ~ المضلع أ/ب/حـ/ ء/ هـ/

∴ $\frac{\text{محيط المضلع أبحـ ء هـ}}{\text{محيط المضلع أ/ب/حـ/ ء/ هـ/}}$ = نسبة التشابه

∴ $\frac{4,5 + 7,5 + 9 + 12 + 15}{32} = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}$

$\frac{\text{أب}}{\text{أ/ب/}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{بحـ/}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{حـ/ ء/}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{ء/ هـ/}} = \frac{\text{أهـ}}{\text{أ/هـ/}} = \frac{3}{2}$

∴ $\frac{4,5}{\text{أ/ب/}} = \frac{7,5}{\text{بحـ/}} = \frac{9}{\text{حـ/ ء/}} = \frac{12}{\text{ء/ هـ/}} = \frac{15}{\text{أ/هـ/}} = \frac{3}{2}$

∴ $\frac{4,5}{\text{أ/ب/}} = \frac{3}{2}$ ∴ أ/ب/ = ٣ سم

$\frac{7,5}{\text{بحـ/}} = \frac{3}{2}$ ∴ بحـ/ = ٥ سم

$\frac{9}{\text{حـ/ ء/}} = \frac{3}{2}$ ∴ حـ/ ء/ = ٦ سم

$\frac{12}{\text{ء/ هـ/}} = \frac{3}{2}$ ∴ ء/ هـ/ = ٨ سم

$\frac{15}{\text{هـ/ أ/}} = \frac{3}{2}$ ∴ هـ/ أ/ = ١٠ سم

ثانياً: تشابه المثلثين:

٧ ١ متشابهين. ٢ متناسبة. ٣ ١٥

٤ متطابقين. ٥ متشابهان.

٨ ١ س ٢ ٥٠° ٣ $\frac{3}{4}$

٤ ١ ٥ متناسبة.

٩ ١ ∵ $\overline{\text{هـ ء}} \parallel \overline{\text{بحـ}}$

∴ △ أ ء هـ ~ △ أ بحـ (قياسات الزوايا المتناظرة متساوية)

∴ $\frac{\text{أهـ}}{\text{أحـ}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{بحـ}}$ ∴ $\frac{5}{20} = \frac{4}{\text{ص}}$

∴ ص = ١٦ سم

٢ △ أ ء هـ ~ أ بحـ (لأن قياسات الزوايا المتناظرة متساوية)

∴ $\frac{\text{أ ء}}{\text{أب}} = \frac{\text{أهـ}}{\text{أحـ}}$

$\frac{6}{8} = \frac{9}{\text{س} + 9}$ ∴ $\frac{3}{4} = \frac{9}{\text{س} + 9}$

∴ ٣س + ٢٧ = ٣٦

∴ ٣س = ٩ س = ٣ سم

١٠ في Δ س ص ع

ق(∠ع) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٢٠°) = ٤٠°

في Δ أ ب حـ

ق(∠ب) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٤٠°) = ٢٠°

Δ أ ب حـ ، Δ س ص ع فيهما:

∴ ق(∠أ) = ق(∠س) = ١٢٠°

، ق(∠ب) = ق(∠ص) = ٢٠°

، ق(∠حـ) = ق(∠ع) = ٤٠°

∴ قياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس.

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{س ع}}$

$\frac{\text{أب}}{١٢} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{\text{أ حـ}}{٦}$

∴ أب = $\frac{١٠ \times ١٢}{١٥}$ = ٨ سم

أ حـ = $\frac{٦ \times ١٠}{١٥}$ = ٤ سم

---

١١ في Δ أ ب حـ ، Δ ء ب هـ

ق(∠أ) = ق(∠ء) (بالتبادل) لأن $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{هـ ء}}$

، ق(∠حـ) = ق(∠هـ) (بالتبادل)

، ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ء ب هـ) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب هـ وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ء ب}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ب هـ}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{ء هـ}}$ ∴ $\frac{٣}{٦} = \frac{\text{ب حـ}}{٨}$

∴ ب حـ = $\frac{٨ \times ٣}{٦}$ = ٤ سم وهو المطلوب (٢)

---

١٢ في Δ أ هـ ء ، أ ب حـ

∵ ق(∠أ هـ ء) = ق(∠ب) ، ∠أ مشتركة

∴ ق(∠أ ء هـ) = ق(∠حـ)

∴ Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب حـ وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{أهـ}}{\text{أب}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{أ حـ}}$ $\frac{٤,٥}{٩} = \frac{٣}{\text{أ حـ}}$

∴ أ حـ = $\frac{٣ \times ٩}{٤,٥}$ = ٦ سم

∴ هـ حـ = أ حـ − أ هـ

هـ حـ = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم وهو المطلوب (٢)

---

١٣ في Δ أ ب حـ ، ء ب هـ

∵ ق(∠ب ء هـ) = ق(∠ب حـ أ) = ٩٠° ، ∠ب مشتركة

∴ ق(∠هـ ء ب) = ق(∠أ)

∴ Δ حـ هـ ء ~ Δ حـ أ ب وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{حـ هـ}}{\text{حـ ب}} = \frac{\text{هـ ء}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{حـ أ}}$ $\frac{٣}{٦} = \frac{٥}{\text{حـ أ}}$

∴ حـ أ = $\frac{٥ \times ٦}{٣}$ = ١٠ سم وهو المطلوب (٢)

---

١٤ ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ أ ء هـ

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أ ء}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ هـ}}$ ∴ $\frac{١٤}{٧} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{أ حـ}}{٦}$

∴ أ حـ = ١٢ سم ∴ ء حـ = ١٢ − ٧ = ٥ سم وهو المطلوب (١)

∵ $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ء هـ}} = \frac{٢}{١}$ أي أن ∴ $\frac{\text{ء هـ}}{\text{ب حـ}} = \frac{١}{٢}$ وهو المطلوب (٢)

---

١٥ نفرض أن Δ Δ أ ب حـ ، أ′ ب′ حـ′ متشابهان

حيث Δ أ′ ب′ حـ′ معلوم أضلاعه

∴ $\frac{\text{محيط Δ أ ب حـ}}{\text{محيط Δ أ′ ب′ حـ′}} = \frac{٧٤}{١٨,٥} = \frac{٤}{١}$

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أ′ب′}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ب′ حـ′}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ′ حـ′}} = \frac{٤}{١}$ ∴ $\frac{\text{أب}}{٤,٥} = \frac{\text{ب حـ}}{٦} = \frac{\text{أ حـ}}{٨} = \frac{٤}{١}$

∴ أكبر أطوال أضلاع Δ أ ب حـ هو أ حـ = ٤ × ٨ = ٣٢ سم

---

١٦ في Δ Δ أ ب حـ ، ء هـ حـ ∵ ق(∠أ) = ق(∠ء)

، ق(∠ب حـ أ) = ق(∠هـ حـ ء) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠ب) = ق(∠هـ)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ حـ وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{ء حـ}}$ ∴ $\frac{\text{أب}}{٧} = \frac{١}{٢} = \frac{٤}{\text{ء حـ}}$

∴ أب = $\frac{٧}{٢}$ = ٣,٥ سم

، ء حـ = ٨ سم وهو المطلوب (٢)

إجابة تحدَّ نفسك

١٧ في Δ أ ء و ، Δ هـ حـ و

∵ ق(∠ء) = ق(∠و حـ هـ) = ٩٠°

، ق(∠ء أ و) = ق(∠هـ) بالتبادل

ق(∠أ و ء) = ق(∠هـ حـ و) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ و ء ~ Δ هـ حـ و وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{أ ء}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{ء و}}{\text{حـ و}} = \frac{\text{أ و}}{\text{هـ و}}$

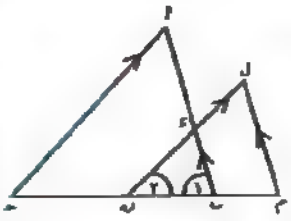
$\frac{١٢}{\text{هـ حـ}} = \frac{١٢ - ٣}{٣}$ ∴ هـ حـ = $\frac{١٢ \times ٣}{٩}$ = ٤ سم

∴ ب هـ = ١٢ + ٤ = ١٦ سم

في المثلث و حـ هـ ∵ ق(∠ و حـ هـ) = ٩٠°

∴ و هـ = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ٥ سم وهو المطلوب (٢)

١٨ ∵ $\overline{د م}$ // $\overline{أ ب}$



∴ ق(∠١) = ق(∠م) بالتناظر

∵ $\overline{د ن}$ // $\overline{أ حـ}$

∴ ق(∠٢) = ق(∠حـ) بالتناظر

في Δ Δ ل م ن ، ء ب ن

ق(∠١) = ق(∠م) بالتناظر ، (∠٢) زاوية مشتركة

∴ Δ ل م ن ~ Δ ء ب ن ⟸ (١)

في Δ ء ب ن ، Δ أ ب حـ

، ق(∠٢) = ق(∠حـ) بالتناظر (∠١) زاوية مشتركة

∴ Δ ء ب ن ~ Δ أ ب حـ ⟸ (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

Δ ل م ن ~ Δ ء ب ن ~ Δ أ ب حـ وهو المطلوب (١)

∴ $\frac{ء ب}{أ ب} = \frac{ب ن}{ب حـ} = \frac{ء ن}{أ حـ} = \frac{١٢}{٢٤} = \frac{١}{٢}$

$\frac{ب ن}{ب حـ} = \frac{١}{٢}$ ⟸ ب حـ = ٢ ب ن = ١٦ سم

∴ ب ن = ن حـ ⟸ ن منتصف $\overline{ب حـ}$ وهو المطلوب (٢)

∵ ء ن = ٣ ل ء ١٢ = ٣ ل ء

ل ء = ٤ سم

∴ $\frac{ن م}{ن ل} = \frac{ن ء}{ن ل} = \frac{ب ء}{ب ل}$ ∴ $\frac{٨}{ن م} = \frac{١٢}{١٦}$

ن م = $\frac{٨ \times ١٦}{١٢} = \frac{٣٢}{٣}$

م حـ = ن م + ن حـ = $\frac{٣٢}{٣}$ + ٨

= $\frac{٥٦}{٣}$ ≃ ١٨,٧ سم وهو المطلوب (٣)

١٩ ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ أ ء د ∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ ء د)

∴ (س + ٢٥)° = (٢ س + ٧)° ∴ ٢ س − س = ٢٥ − ٧

س = ١٨ ∴ ق(∠أ ب حـ) = ١٨° + ٢٥° = ٤٣°

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (١)

١ (أ) المستطيل أ ب حـ د لا يشابه المستطيل هـ و س ص ؛ لأن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة. $\frac{أ ب}{هـ و} \neq \frac{ب حـ}{و س}$

(ب) المضلع أ ب حـ د ~ المضلع هـ و س ص ؛ لأن قياسات الزوايا المتناظرة متساوية، وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

(جـ) المضلع أ ب حـ د ~ المضلع س ص ع ل ؛ لأن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة وقياسات الزوايا المتناظرة متساوية.

(د) الشكل أ ب حـ د ~ الشكل س ص ع ل ؛ لأن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة وقياسات الزوايا المتناظرة متساوية.

٢ $\frac{د هـ}{أ ب} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$ $\frac{هـ و}{ب حـ} = \frac{٧,٥}{٥} = \frac{٣}{٢}$

$\frac{د و}{أ حـ} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$ ∴ $\frac{د هـ}{أ ب} = \frac{هـ و}{ب حـ} = \frac{د و}{أ حـ} = \frac{٣}{٢}$

(أ) ∴ Δ د هـ و ~ Δ أ ب حـ

(ب) ∴ $\frac{\text{محيط } Δ\ د هـ و}{\text{محيط } Δ\ أ ب حـ} = \frac{٦+٧,٥+٩}{٤+٥+٦} = \frac{٢٢,٥}{١٥} = \frac{٣}{٢}$ = نسبة التكبير

٣ (أ) $\frac{س}{٦} = \frac{١٢}{٨}$ ∴ س = ٩ سم

(ب) $\frac{س}{٥} = \frac{٤}{٨}$ ∴ س = ٢,٥ سم

(جـ) $\frac{س}{٢٢} = \frac{١٤}{٢٨}$ ∴ س = ١١ سم

(د) $\frac{٩}{س} = \frac{٦}{٨}$ ∴ س = ١٢ سم

(هـ) $\frac{٥}{١٥} = \frac{٤}{س + ٤}$ ∴ س = ٨ سم

(و) ∵ المثلثان متشابهان

∴ $\frac{س}{٨} = \frac{٤}{٦}$ ∴ س = $\frac{٨ \times ٤}{٦}$ ≃ ٥,٣ سم

(ز) $\frac{س}{٣} = \frac{١٥}{٥}$ ∴ س = ٩ سم

٤ (أ) ∵ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب حـ ∴ $\frac{٨}{س} = \frac{٩}{٢١}$

∴ س = $\frac{٢١ \times ٨}{٩} = \frac{٥٦}{٣} = ١٨\frac{٢}{٣}$ سم

(ب) Δ أ د هـ ~ Δ أ ب حـ لأن: $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ $\frac{٥}{٧} = \frac{٨}{(س + ٨)}$ ∴ ٥ (س + ٨) = ٥٦

∴ ٥ س + ٤٠ = ٥٦

∴ ٥ س = ١٦ ∴ س = $\frac{١٦}{٥}$ = ٣,٢ سم

(جـ) ∵ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ ق(∠أ د هـ) = ق(∠س)

ق(∠أ هـ د) = ق(∠حـ) بالتناظر

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب حـ $\frac{أ د}{أ ب} = \frac{د هـ}{ب حـ} = \frac{أ هـ}{أ حـ}$

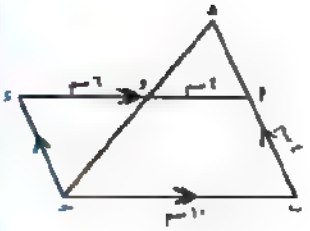
$\frac{٣}{٤ + س} = \frac{س}{١٢} = \frac{٢}{س + ١}$ $\frac{٣}{٤ + س} = \frac{٢}{س + ١}$

٣ س + ٣ = ٨ + ٢ س س = ٥ سم

$\frac{٢}{س + ١} = \frac{س}{١٢}$ ∴ $\frac{٢}{٦} = \frac{س}{١٢}$

س = ٤ سم

٥ ∵ $\overline{\text{أو}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$



∴ Δ هـ أ و ~ Δ هـ ب حـ

∴ $\frac{\text{هـ أ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أ و}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{هـ حـ}}$

$\frac{\text{هـ ب} - ٤}{\text{هـ ب}} = \frac{٤}{١٠} = \frac{\text{هـ و}}{١٠}$

∴ هـ و = ٤ سم هـ ب ≃ ٦,٧ سم

∴ هـ أ ≃ ٢,٧ سم و حـ = ١٠ − ٤ = ٦ سم

---

٦ (أ) Δ Δ أ م س ، حـ م ص

∵ ق(∠ س أ م) = ق(∠ م حـ ص) بالتبادل

، ق(∠ أ م س) = ق(∠ ص م حـ) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ م س ~ Δ حـ م ص

(ب) ق(∠ أ س م) = ٩٠° لأن $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

∴ (أ م)² = (أ س)² + (س م)² = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ أ م = ٥ سم

∴ $\frac{\text{محيط (Δ أ م س)}}{\text{محيط (Δ حـ م ص)}} = \frac{\text{أ س}}{\text{حـ ص}} = \frac{٤}{٨}$

∴ $\frac{٤+٣+٥}{\text{محيط (Δ حـ م ص)}} = \frac{١}{٢}$

∴ محيط (Δ حـ م ص) = ٢ × ١٢ = ٢٤ سم

(جـ) المضلع أ ب حـ م ، المضلع حـ د س م فيهما

$\frac{\text{أ ب}}{\text{حـ د}} = ١$ لأن أ ب = حـ د

$\frac{\text{ب حـ}}{\text{د س}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{حـ د}} \neq \frac{\text{ب حـ}}{\text{د س}}$ الأضلاع المتناظرة غير متناسبة

∴ المضلع أ ب حـ م لا يشابه المضلع حـ د س م .

---

٧ في Δ Δ ب أ حـ ، د أ ب

ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ د ب) = ٩٠° ، ∠ أ مشتركة في المثلثين

∴ Δ ب أ حـ ~ Δ د أ ب ⇐ (١)

في Δ أ ب حـ: ∵ ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ (أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)² = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ حـ = ٥ سم من (١)

∴ $\frac{\text{ب أ}}{\text{أ د}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ب د}}$ $\frac{٣}{\text{أ د}} = \frac{٥}{٣} = \frac{٤}{\text{ب د}}$

∴ أ د = $\frac{٣ \times ٣}{٥}$ = ١,٨ سم

∴ د حـ = أ حـ − أ د = ٥ − ١,٨ = ٣,٢ سم

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات على الدرس (١)

١ ١ ٨٠ ٢ المربعات ٣ ٣٠ ٤ ٤٥

---

٢ ١ ٦٠° ٢ ٥ ٣ الوتر ٤ ١

---

٣ ١ في Δ أ ب حـ ، Δ هـ د حـ

∵ ق(∠ ب) = ق(∠ هـ) معطى

، ق(∠ أ حـ ب) = ق(∠ د حـ هـ) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ د)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ د هـ حـ

وينتج أن $\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ حـ}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{د حـ}}$

$\frac{٤}{٨} = \frac{٥}{\text{د حـ}}$ ∴ د حـ = ١٠ سم

٢ في Δ أ ب حـ ، Δ أ هـ د

∵ ق(∠ ب) = ق(∠ أ هـ د) = ٩٠° ، ∠ أ مشتركة

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ د وهو المطلوب (أ)

∵ (أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)²

∴ (أ حـ)² = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠ ∴ أ حـ = ١٠ سم

من التشابه ينتج أن: $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ د}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{أ د}}$

$\frac{٨}{\text{أ هـ}} = \frac{٦}{\text{هـ د}} = \frac{١٠}{٤}$

∴ هـ د = ٢,٤ سم وهو المطلوب (ب)

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٢)

١ أ ∵ أ ب حـ د مستطيل ، Δ أ ب هـ قائم الزاوية في أ

∴ (ب هـ)² = (أ ب)² + (أ هـ)²

= ١٤٤ + ٢٥٦ = ٤٠٠ ∴ ب هـ = ٢٠ سم

، Δ هـ د حـ قائم الزاوية في د

∴ (هـ حـ)² = (هـ د)² + (د حـ)²

= (٩)² + (١٢)² = ٢٢٥ ∴ هـ حـ = ١٥ سم

٢ في Δ هـ ب حـ

∵ (ب حـ)² = (٢٥)² = ٦٢٥ ⇐ (١)

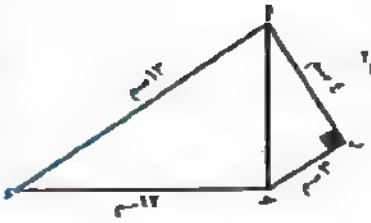
، (ب هـ)² + (هـ حـ)² = ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥ ⇐ (٢)

من ١ و ٢

∴ (ب حـ)² = (ب هـ)² + (هـ حـ)²

∴ ق(∠ ب هـ حـ) = ٩٠° (وهو المطلوب)

٢ العمل: نرسم $\overline{\text{أ جـ}}$



∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

∴ $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$= ١٦ + ٩ = ٢٥$

∴ أ جـ = ٥ سم

في Δ أ جـ د

∵ $(\text{أ د})^2 = (١٣)^2 = ١٦٩$

، $(\text{أ جـ})^2 + (\text{جـ د})^2 = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

∴ $(\text{أ د})^2 = (\text{أ جـ})^2 + (\text{جـ د})^2$

∴ ق(∠ أ جـ د) = ٩٠°

∴ مساحة الشكل أ ب جـ د = مـ(Δ أ ب جـ) + مـ(Δ أ جـ د)

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٣ + \frac{١}{٢} \times ٥ \times ١٢ = ٦ + ٣٠ = ٣٦$ سم^2

---

٣ ∵ ق(∠ أ د جـ) = ٩٠°

في Δ أ د جـ

∴ $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ د})^2 + (\text{د جـ})^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥$

∴ أ جـ = ٥ سم

في Δ أ ب جـ

∵ $(\text{ب جـ})^2 = ١٦٩$

، $(\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2 = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩$

∴ $(\text{ب جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2$

∴ ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠°

∴ مساحة الشكل أ ب جـ د = مساحة Δ أ ب جـ − مساحة Δ أ د جـ

$= \frac{١}{٢} \times ٥ \times ١٢ - \frac{١}{٢} \times ٣ \times ٤ = ٣٠ - ٦ = ٢٤$ سم^2

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٢)

عكس نظرية فيثاغورث:

١ ١ قائم الزاوية. ٢ أ ٣ قائمة.

٤ س ٥ ب ٦ قائم الزاوية.

---

٢ ١ جـ ٢ قائمة. ٣ ٥٠

٤ س ٥ جـ

---

٣ في Δ أ ب جـ ∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥$ ⇐ (١)

في Δ أ جـ د

$(\text{أ د})^2 = (١٣)^2 = ١٦٩$ ، $(\text{جـ د})^2 + (\text{أ جـ})^2 = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩$

∵ $(\text{أ د})^2 = (\text{جـ د})^2 + (\text{أ جـ})^2$

∴ ق(∠ أ جـ د) = ٩٠°

٤ ∵ ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠°

في Δ أ ب جـ

∴ $(\text{ب جـ})^2 = (\text{أ جـ})^2 - (\text{أ ب})^2 = ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤$

∴ ب جـ = ١٢ سم وهو المطلوب (١)

في Δ ب جـ د

$(\text{ب جـ})^2 + (\text{جـ د})^2 = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥$ ⇐ (١)

، $(\text{ب د})^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥$ ⇐ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ $(\text{ب جـ})^2 + (\text{جـ د})^2 = (\text{ب د})^2$

∴ ق(∠ ب جـ د) = ٩٠° وهو المطلوب (٢)

---

٥ في Δ أ ب د : ∵ ق(∠ أ) = ٩٠°

∴ $(\text{ب د})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ د})^2 = (١٢)^2 + (١٦)^2 = ٤٠٠$

∴ ب د = ٢٠ سم

في Δ ب جـ د:

$(\text{ب جـ})^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥$ ⇐ (١)

$(\text{ب د})^2 + (\text{د جـ})^2 = (٢٠)^2 + (١٥)^2 = ٦٢٥$ ⇐ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ $(\text{ب جـ})^2 = (\text{ب د})^2 + (\text{د جـ})^2$

∴ ق(∠ ب د جـ) = ٩٠°

---

٦ في Δ أ ب د :

∵ ق(∠ أ) = ٩٠° ، ق(∠ أ د ب) = ٣٠°

∴ ب د = ٢ أ ب = ٥ سم

في Δ د ب جـ:

∵ $(\text{ب د})^2 + (\text{د جـ})^2 = (٥)^2 + (٢)^2 = ٢٩$

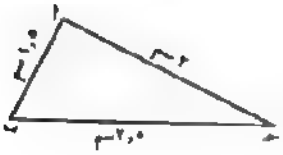
، $(\text{ب جـ})^2 = ٢٩$

∴ $(\text{ب جـ})^2 = (\text{ب د})^2 + (\text{د جـ})^2$

∴ ق(∠ ب د جـ) = ٩٠°

---

٧ في Δ أ ب جـ:



$(\text{ب جـ})^2 = (٢,٥)^2 = ٦,٢٥$

$(\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2 = (١,٥)^2 + (٢)^2$

$= ٦,٢٥$

∴ $(\text{ب جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2$

∴ ق(∠ أ) = ٩٠°

∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية.

∵ $(\text{أ د})^2 = (\text{جـ د})^2 + (\text{أ جـ})^2$

∴ ق(∠ أ جـ د) = ٩٠°

٨ في Δ س ص ع:

∵ ق(∠ ص) = ٩٠°

∴ (س ع)² = (س ص)² + (ص ع)² = (٣)² + (٤)² = ٢٥

∴ س ع = ٥ سم

∵ د منتصف $\overline{س ع}$ ∴ س د = د ع = ٢,٥ سم

في Δ د س ح:

(ح د)² = (٦,٥)² = ٤٢,٢٥ ⟸ (١)

(س ح)² + (د س)² = (٦)² + (٢,٥)² = ٤٢,٢٥ ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ (ح د)² = (س ح)² + (د س)² ∴ ق(∠ د س ح) = ٩٠°

---

٩ Δ أ ب ج القائم الزاوية في د

∴ (أ ب)² = (أ د)² + (د ب)²

= ١ + ٤ = ٥ ⟸ (١)

∴ أ ب = $\sqrt{٥}$ سم

Δ ح د ب القائم الزاوية في د

(ب ح)² = (ب د)² + (د ح)²

= ٤ + ١٦ = ٢٠ ⟸ (٢)

∴ ب ح = $\sqrt{٢٠}$ = ٢ $\sqrt{٥}$ سم

∴ (أ ح)² = (٥)² = ٢٥ ⟸ (٣)

من (١)، (٢)، (٣)

∴ (أ ح)² = (أ ب)² + (ب ح)²

∴ ق(∠ أ ب ح) = ٩٠°

---

١٠ في Δ ل س ن:

(ل س)² = (٧,٥)² = ٥٦,٢٥ ⟸ (١)

(س ن)² + (ن ل)² = (٦)² + (٤,٥)² = ٥٦,٢٥ ⟸ (٢)

من (١)، (٢) ∴ (ل س)² = (س ن)² + (ن ل)²

∴ ق(∠ س ن ل) = ٩٠° ∴ $\overline{س ن}$ ⊥ $\overline{ن ل}$ المطلوب (١)

∴ مساحة متوازي الأضلاع = ١٠ × ٦ = ٦٠ سم² المطلوب (٢)

---

١١ العمل: نرسم $\overline{س ح}$ // $\overline{ل ع}$

∵ $\overline{س ل}$ // $\overline{ح ع}$

∴ الشكل ح ع ل س متوازي أضلاع

∴ ل ع = س ح = ٦ سم

، ع ح = ل س = ٨ سم

∴ ص ح = ١٠,٥ − ٨ = ٢,٥ سم

في Δ ص ح س

(ص س)² = (٦,٥)² = ٤٢,٢٥ ⟸ (١)

(ص ح)² + (ح س)² = (٢,٥)² + (٦)²

= ٦,٢٥ + ٣٦ = ٤٢,٢٥ ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ (ص س)² = (ص ح)² + (ح س)²

∴ ق(∠ ص ح س) = ٩٠°

∴ ق(∠ ع) = ق(∠ ص ح س) = ٩٠° (بالتناظر) وهو المطلوب.

---

١٢ ∵ س ص ع ل ▱

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

في Δ س ص م

(س م)² = (٥)² = ٢٥

(س ص)² + (ص م)² = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ (س م)² = (س ص)² + (ص م)²

∴ ق(∠ س ص ل) = ٩٠°

∴ مساحة ▱ س ص ع ل = ٤ × ٦ = ٢٤ سم²

إجابة تحدَّ نفسك

١٣ ∵ س ص ع ل متوازي الأضلاع

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ س ع = ٢ س م ∴ (س ع)² = (٢ س م)² = ٤ (س م)² ⟸ (١)

∵ ص ل = ٢ ص م ∴ (ص ل)² = ٤ (ص م)² ⟸ (٢)

∵ (س ع)² = ٤ (س ص)² + (ص ل)² معطى ⟸ (٣)

من (١)، (٢)، (٣)

∴ ٤ (س م)² = ٤ (س ص)² + ٤ (ص م)² (بالقسمة على ٤)

∴ (س م)² = (س ص)² + (ص م)² في Δ س ص م

∴ ق(∠ س ص م) = ٩٠° أي: ق(∠ س ص ل) = ٩٠° (وهو المطلوب)

---

١٤ نرسم $\overleftarrow{ك هـ}$ // $\overline{أ ب}$

∵ ك منتصف $\overline{أ ج}$

∴ هـ منتصف $\overline{ب ج}$

∴ ك هـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب = ٦ سم

في Δ ك هـ ب

∵ (ك ب)² = (١٨,٥)² = ٣٤٢,٢٥ ⟸ (١)

، (ك هـ)² + (هـ ب)² = (٦)² + (١٧,٥)²

= ٣٤٢,٢٥ ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ (ك ب)² = (ك هـ)² + (هـ ب)²

∴ ق(∠ ك هـ ب) = ٩٠° ∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{ك هـ}$

∴ ق(∠ د ب ا) + ق(∠ ا ب هـ) = ١٨٠°

داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

∴ ق(∠ ا ب حـ) = ٩٠° وهو المطلوب (١)

∵ $\overline{ب ء}$ متوسط فى Δ ا ب حـ

∴ ب ء = $\frac{١}{٢}$ ا حـ

∴ ا حـ = ٢ ب ء = ٢ × ١٨,٥ = ٣٧ سم وهو المطلوب (٢)

---

١٥ ∵ ل م = ل ن ، $\overline{ل س}$ ⊥ $\overline{م ن}$

∴ م س = ن س = ٩ سم

(Δ ل س ص) قائم الزاوية فى س

(س ص)^2 = (ل ص)^2 − (ل س)^2 = ٤٠٠ − ١٤٤ = ٢٥٦

∴ س ص = ١٦ سم

∴ م ص = ٩ + ١٦ = ٢٥ سم ⇐ (١)

∴ (م ص)^2 = ٦٢٥

فى Δ ل م س قائم الزاوية فى س

∴ (ل م)^2 = (١٢)^2 + (٩)^2 = ٢٢٥ ⇐ (٢)

∴ ل م = ١٥ سم

∴ (م ص)^2 = (م ل)^2 + (ل ص)^2 = ٦٢٥

∴ ق(∠ م ل ص) = ٩٠° وهو المطلوب

---

١٦ ∵ ا ب حـ د مستطيل ∴ ق(∠ ا) = ٩٠°

فى Δ ا ب هـ القائم فى ا

(ب هـ)^2 = (ا ب)^2 + (ا هـ)^2

= (١٢)^2 + (٩)^2 = ٢٢٥ ⇐ (١)

فى Δ حـ د هـ القائم فى د

(حـ هـ)^2 = (حـ د)^2 + (د هـ)^2

= (١٢)^2 + (١٦)^2 = ٤٠٠ ⇐ (٢)

فى Δ ب حـ هـ:

∵ (ب حـ)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥ ⇐ (٣)

من (١)، (٢)

، (ب هـ)^2 + (هـ حـ)^2 = ٦٢٥

من (١)، (٢)، (٣)

∴ (ب حـ)^2 = (ب هـ)^2 + (هـ حـ)^2

∴ ق(∠ ب هـ حـ) = ٩٠° ∴ $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{هـ حـ}$

---

١٧ فى Δ ا ب حـ: القائم الزاوية فى ب

ا حـ = $\sqrt{(٦)^2 + (٨)^2}$ = ١٠ سم

فى Δ د ا حـ:

∵ ا حـ = ا د

∴ (ا حـ)^2 + (ا د)^2 = (١٠)^2 + (١٠)^2 = ٢٠٠

∴ (حـ د)^2 = (١٠ $\sqrt{٢}$)^2 = ٢٠٠

∴ (ا حـ)^2 + (ا د)^2 = (حـ د)^2

∴ Δ د ا حـ قائم الزاوية

∴ ق(∠ د ا حـ) = ٩٠°

∵ مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ب حـ × ا ب

∴ مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^2

∵ مساحة Δ ا حـ د = $\frac{١}{٢}$ × ا حـ × ا د

∴ مساحة Δ ا حـ د = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٠ = ٥٠ سم^2

∴ مساحة الشكل ا ب حـ د = ٢٤ + ٥٠ = ٧٤ سم^2

---

١٨ ١ ∵ Δ ا ب حـ متساوى الساقين، و منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ $\overline{ا و}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

فى Δ ا و حـ القائم الزاوية فى و

و حـ = $\sqrt{(١٣)^2 - (١٢)^2}$ = ٥ سم ∴ ب حـ = ٢ × ٥ = ١٠ سم

فى Δ ب حـ د

∵ حـ د = ب د − ٢ ∴ ب د = ٦ + ٢ = ٨ سم

∵ (ب د)^2 + (حـ د)^2 = (٨)^2 + (٦)^2 = ١٠٠ ، (ب حـ)^2 = ١٠٠

∴ (ب د)^2 + (حـ د)^2 = (ب حـ)^2 ∴ Δ ب حـ د قائم الزاوية فى د

∴ ق(∠ د) = ٩٠°

٢ ∵ مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٢ = ٦٠ سم^2

، مساحة Δ ب حـ د = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^2

∴ مساحة الشكل ا ب حـ د = ٦٠ + ٢٤ = ٨٤ سم^2

إجابة تدريبات الكتاب المدرسى على الدرس (٢)

١ ١ (د و)^2 = ٤٩

(د هـ)^2 + (هـ و)^2 = ٢٥ + ٣٦ = ٦١

∴ (د و)^2 ≠ (د هـ)^2 + (هـ و)^2

∴ المثلث ليس قائم الزاوية

٢ (م ن)^2 = ١٦٩

(م ل)^2 + (ن ل)^2 = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩

∴ المثلث قائم الزاوية فى ل

٣ (س ص)^2 = ($\sqrt{٣٤}$)^2 = ٣٤

(ص ع)^2 + (ع س)^2 = ٢٥ + ٩ = ٣٤

∴ المثلث قائم الزاوية فى ع

٤ (ا حـ)^2 = (٧)^2 = ٤٩

، (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 = ٩ + ٢٥ = ٣٤

∴ (ا حـ)^2 ≠ (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 ∴ المثلث ليس قائم الزاوية

٢ في Δ أ ب جـ

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)² = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ أ جـ = ١٥ سم

في Δ أ جـ د

∵ (أ د)² + (أ جـ)² = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩ ، (جـ د)² = (١٧)² = ٢٨٩

∴ (أ د)² + (أ جـ)² = (جـ د)²

∴ ق(∠د أ جـ) = ٩٠°

مساحة الشكل أ ب جـ د = مساحة Δ أ ب جـ + مساحة Δ د أ جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٩ + $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٨ = ٥٤ + ٦٠ = ١١٤ سم²

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٢)

١ ١ ج ٢ نصف ٣ ٩٠° ٤ ٥٠

٢ ١ ٣:١ ٢ أ ٣ ٦٠ ٤ ٨٠

٣ ∵ Δ هـ س د القائم الزاوية في س

∴ (هـ د)² = (هـ س)² + (س د)² = ١٦ + ٤ = ٢٠ ⟸ (١)

في Δ هـ س و القائم الزاوية في س

∴ (هـ و)² = (هـ س)² + (س و)² = ١٦ + ٦٤ = ٨٠ ⟸ (٢)

∵ (د و)² = (١٠)² = ١٠٠ ⟸ (٣)

من (١)، (٢)، (٣)

∴ (د و)² = (هـ د)² + (هـ و)²

∴ ق(∠د هـ و) = ٩٠° وهو المطلوب

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٣)

١ ١ $\overline{ب م}$ ٢ $\overline{م د}$ ٣ النقطة م ٤ $\overline{أ م}$

٢ ١ صفر ٢ ٢ سم ٣ صفر ٤ ٣ سم

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٣)

المساقطات

٣ ١ ⊥ ٢ $\overline{ب جـ}$ ٣ // ٤ ≅ ٥ {ب}

٦ نقطة ٧ $\overline{د ب}$ ٨ $\overline{أ د}$ ٩ $\overline{د جـ}$ ١٠ النقطة د

٢ ١ النقطة نفسها ٢ نقطة التقاطع ٣ ⊥

٤ نقطة موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

٥ تساوى ٦ شعاع يمثل مجموعة جزئية من المستقيم

٧ صفر ٨ أصغر من أو تساوى

٣ ١ النقطة أ ٢ $\overline{جـ د}$ ٣ النقطة و ٤ $\overline{جـ أ}$

٤ مسقط $\overline{ص ع}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$ هو $\overline{د ص}$

∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

٤٨ = ٨ × الارتفاع (د ع) ∴ د ع = ٦ سم

∵ س ص ع ل متوازى أضلاع

ص ع = ل س = ٦,٥ سم

في Δ د ص ع:

∵ ق(∠ع د ص) = ٩٠°

∴ (د ص)² = (ص ع)² − (د ع)² = (٦,٥)² − (٦)² = ٦,٢٥

∴ د ص = ٢,٥ سم وهو طول مسقط $\overline{ص ع}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$

٥ ١ مسقط $\overline{هـ د}$ على $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ هو $\overline{س هـ}$

مسقط $\overline{جـ د}$ على $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ هو $\overline{جـ س}$

في Δ جـ د هـ: ∵ ق(∠جـ د هـ) = ٩٠° ، ق(∠جـ) = ٣٠°

∴ د هـ = $\frac{١}{٢}$ جـ هـ ∴ جـ هـ = ٦ سم

وفي Δ د س هـ: ق(∠د س هـ) = ٩٠° ، ق(∠هـ) = ٦٠°

∴ ق(∠س د هـ) = ٣٠° ∴ س هـ = $\frac{١}{٢}$ د هـ

∴ س هـ = ١,٥ سم

٢ ∴ جـ س = جـ هـ − س هـ = ٤,٥ سم

٦ في Δ س ب د:

∵ ق(∠س ب د) = ٩٠°

∴ (ب د)² = (س د)² − (س ب)² = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ ب د = ٤ سم

في Δ Δ ب د س ، جـ د ع

∵ ق(∠س ب د) = ق(∠ع جـ د) = ٩٠°

، ق(∠س د ب) = ق(∠ع د جـ) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠س) = ق(∠ع) ∴ Δ ب د س ~ Δ جـ د ع

∴ $\frac{ب د}{جـ د}$ = $\frac{د س}{د ع}$ = $\frac{ب س}{جـ ع}$ ∴ $\frac{٤}{جـ د}$ = $\frac{٥}{د ع}$ = $\frac{٣}{٦}$

∴ جـ د = $\frac{٦ \times ٤}{٣}$ = ٨ سم

مسقط $\overline{س ع}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو $\overline{ب جـ}$

ب جـ = ب د + د جـ = ٤ + ٨ = ١٢ سم

إجابة تحدَّ نفسك

٧ ١ (أ) في Δ أ د هـ ∵ ق(∠أ) = ٩٠°

∴ (هـ د)² = (أ د)² + (أ هـ)² = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ د هـ = ١٥ سم

(ب) في Δ جـ هـ ب ∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ (هـ ب)² = (هـ حـ)² − (ب حـ)² = ٤٠٠ − ٢٥٦ = ١٤٤

∴ هـ ب = ١٢ سم

طول مسقط $\overline{هـ حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ ب}$ هو $\overline{هـ ب}$ وطول $\overline{هـ ب}$ = ١٢ سم

٢ في Δ د هـ حـ

∵ (د حـ)² = ٦٢٥

، (د هـ)² + (هـ حـ)² = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∴ (د حـ)² = (د هـ)² + (هـ حـ)²

∴ (∠ د هـ حـ) قائمة

---

٨ العمل: نرسم $\overline{حـ س}$ ⊥ $\overleftarrow{هـ د}$

∵ د ∈ $\overleftarrow{هـ س}$

∴ ق (∠ حـ د س) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

في Δ د حـ س:

∵ $\overline{حـ س}$ ⊥ $\overline{د س}$ ، ق (∠ حـ د س) = ٦٠°

∴ ق (∠ د حـ س) = ٣٠°

∴ د س = $\frac{١}{٢}$ حـ د = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ = ٧,٥ سم

∴ طول مسقط $\overline{حـ د}$ على $\overleftarrow{هـ د}$ = ٧,٥ سم

---

٩ ١ في Δ م هـ و

∵ ق (∠ م هـ و) = ٩٠°

∴ (م هـ)² = (٣)² − (١)² = ٨ ∴ م هـ = $\sqrt{٨}$ سم

حيث م هـ طول مسقط $\overline{و م}$ على $\overleftrightarrow{هـ م}$

٢ بالمثل في Δ د م هـ

(د م)² = (م هـ)² − (د هـ)² = ٨ − ١ = ٧ ∴ د م = $\sqrt{٧}$ سم

في Δ حـ م د

∵ (حـ م)² = (د م)² − (د حـ)² = ٦ ∴ حـ م = $\sqrt{٦}$ سم

في Δ ب م حـ

∵ (ب م)² = (حـ م)² − (ب حـ)² = ٥ ∴ ب م = $\sqrt{٥}$ سم

في Δ أ م ب

∵ (أ م)² = (ب م)² − (أ ب)² = ٤ ∴ أ م = ٢ سم

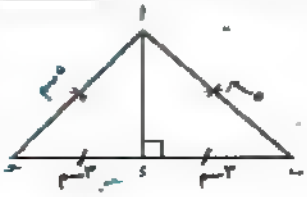
حيث م أ طول مسقط $\overline{ب م}$ على $\overleftrightarrow{أ م}$

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٣)

١ (أ) $\overline{حـ د}$ (ب) النقطة حـ (جـ) $\overline{أ ب}$

---

٢ العمل: نرسم $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ يقطعه في د



في Δ أ ب حـ:

∵ أ ب = أ حـ = ٥ سم

∵ $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ د منتصف $\overline{ب حـ}$ ∴ د ب = د حـ = ٣ سم

(١) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{ب د}$

، ب د = ٣ سم

في Δ أ د ب:

∴ (أ د)² = (أ ب)² − (د ب)² = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ أ د = ٤ سم

(ب) مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٤ = ١٢ سم²

---

٣ العمل: نرسم $\overline{ب و}$ ⊥ $\overline{د هـ}$ يقطع $\overline{د هـ}$ في و

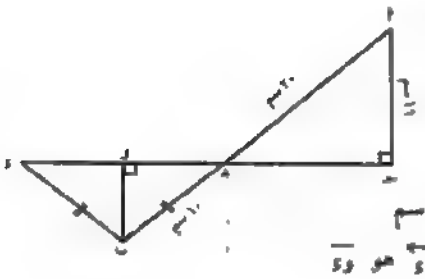
في Δ أ حـ هـ

∵ ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ (حـ هـ)² = (٢٠)² − (١٦)² = ١٤٤

حـ هـ = ١٢ سم

، ∵ حـ هـ = هـ د



في Δ ب هـ د

∵ ب هـ = هـ د

∴ و هـ = و د = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦ سم

أولاً: مسقط $\overline{ب د}$ على $\overleftrightarrow{حـ د}$ هو $\overline{و د}$

طول $\overline{و د}$ = ٦ سم

ثانياً: مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{حـ د}$ هو $\overline{حـ و}$

حـ و = حـ هـ + هـ و = ١٢ + ٦ = ١٨ سم

٤

الشكل / المسقط			
مسقط $\overleftrightarrow{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$	$\overline{ب حـ}$	$\overline{د حـ}$	$\overline{س حـ}$
مسقط $\overleftrightarrow{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$	النقطة ب	$\overline{ب د}$	$\overline{س ب}$
مسقط $\overleftrightarrow{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ ب}$	$\overline{أ ب}$	النقطة أ	$\overline{أ س}$
مسقط $\overleftrightarrow{ب حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ ب}$	النقطة ب	$\overline{ب أ}$	$\overline{ب س}$

٥ ١ Δ أ ب حـ:

∵ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∴ (أ حـ)² = (١٣)² − (٥)² = ١٤٤

أ حـ = ١٢ سم

طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو أ حـ = ١٢ سم

٢ ∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ ق(∠ د أ حـ) = ق(∠ ب حـ أ) = ٩٠° (بالتبادل)

في Δ أ حـ د: مسقط $\overline{حـ د}$ على $\overleftrightarrow{أ د}$ هو $\overline{أ د}$

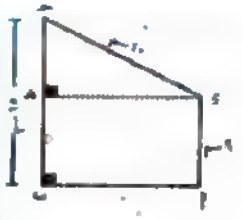
∵ ق(∠ حـ أ د) = ٩٠°

∴ (أ د)² = (حـ د)² − (أ حـ)² = (١٥)² − (١٢)² = ٨١

∴ أ د = ٩ سم

---

٣ نرسم $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$



∵ أ ب حـ د مستطيل

∴ أ د = ب هـ = ٩ سم

∴ هـ حـ = ١٥ − ٩ = ٦ سم

∵ Δ حـ هـ د قائم الزاوية في هـ

∴ (د هـ)² = (د حـ)² − (حـ هـ)²

(د هـ)² = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ د هـ = ٨ سم ، د هـ = أ ب = ٨ سم

(١) مسقط $\overline{د حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{حـ هـ}$ وطوله = ٦ سم

(٢) طول مسقط $\overline{د حـ}$ على $\overline{أ ب}$ هو $\overline{أ ب}$ وطوله = ٨ سم.

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٣)

١ ١ س ٢ (٠ ، ٣) ٣ (−٥ ، ٠) ٤ $\overline{د حـ}$

---

٢ ١ طول القاعدة × الارتفاع ٢ الزوايا

٣ $\overline{ب حـ}$ ٤ ١ ، ٠

---

٣ ١ (أ) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{د ب}$

∵ ق(∠ أ د ب) = ٩٠°

∴ (د ب)² = (أ ب)² − (أ د)²

∴ (د ب)² = ٤٠٠ − ١٤٤ = ٢٥٦ ∴ د ب = ١٦ سم

(ب) مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{د حـ}$ ∵ ق(∠ أ د حـ) = ٩٠°

∴ (د حـ)² = (أ حـ)² − (أ د)²

∴ (د حـ)² = ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

∴ د حـ = ٩ سم

(جـ) ب حـ = ١٦ + ٩ = ٢٥

∴ (ب حـ)² = ٦٢٥ ، (أ ب)² + (أ حـ)² = ٤٠٠ + ٢٢٥ = ٦٢٥

∴ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°

٢ (أ) مسقط $\overline{أ د}$ على $\overleftrightarrow{ب د}$ هو $\overline{ب د}$

∵ ق(∠ أ ب د) = ٩٠°

∴ (ب د)² = (أ د)² − (أ ب)²

∴ (ب د)² = ٢٨٩ − ٦٤ = ٢٢٥

∴ ب د = ١٥ سم

(ب) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overline{ب د}$ هو النقطة ب

∴ طول المسقط = صفر

(جـ) ∵ (ب د)² = ٢٢٥ ، (ب حـ)² + (حـ د)² = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ (ب د)² = (ب حـ)² + (حـ د)² ∴ ق(∠ حـ) = ٩٠°

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٤)

١ ١ أ ب = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥ سم

٢ ∵ مسقط $\overline{ب حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو $\overline{حـ د}$ ∴ (ب د)² = أ د × د حـ

∴ ١٦ = ٣ × د حـ ، د حـ = $\frac{١}{٣}$ ٥ سم

٣ ∵ مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{ب حـ}$

∴ ب حـ × أ ب = ب د × أ حـ

∴ ب حـ = $\frac{٤ \times ٨\frac{١}{٣}}{٥}$ = $٦\frac{٢}{٣}$ سم

---

٢ ∵ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ (أ د)² = ب د × د حـ

١٦ = ب د (١٠ − ب د) ١٦ = ١٠ (ب د) − (ب د)²

∴ (ب د)² − ١٠ (ب د) + ١٦ = ٠

∴ (ب د − ٨) (ب د − ٢) = ٠

∴ ب د = ٨ سم أو ب د = ٢ مرفوض (لأن ب د > د حـ)

∴ د حـ = ٢ سم

∴ (١) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overline{ب حـ}$ هو $\overline{ب د}$ ، وطوله = ٨ سم

(٢) مسقط $\overline{أ حـ}$ على $\overline{ب حـ}$ هو $\overline{حـ د}$ ، وطوله = ٢ سم

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٤)

نظرية إقليدس:

١ ١ د أ × د ب ٢ $\frac{أ حـ \times حـ ب}{أ ب}$

٣ أ د × أ ب ٤ ب د × أ ب

٥ ب حـ ، حـ د ٦ (أ حـ)² + (حـ ب)²

٧ (أ ب)² − (أ حـ)² ٨ أ حـ ، حـ ب د

٩ ٣ ، ٢,٤ ١٠ ٦

١١ ٩,٦ ١٢ ٢,١٦

---

٢ ∵ ق(∠ هـ د و) = ٩٠° ، $\overline{د ب}$ ⊥ $\overline{هـ و}$

∴ (هـ د)² = هـ ب × هـ و

∴ هـ ب = $\frac{(هـ د)^2}{هـ و}$ = $\frac{٢٢٥}{٢٥}$ = ٩ سم

∵ (د و)² = (هـ و)² − (هـ د)² = ٦٢٥ − ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ د و = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم

∴ ء و = $\frac{\text{ء هـ} \times \text{ء و}}{\text{هـ و}} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥}$ = ١٢ سم

---

٣ ∵ ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

∴ (أ ب)² = أ ء × أ جـ = ١,٨ × ٥ = ٩

∴ أ ب = ٣ سم

، ∴ (ب جـ)² = جـ ء × جـ أ = ٣,٢ × ٥ = ١٦

∴ ب جـ = ٤ سم

∴ ب ء = $\frac{\text{أ ب} \times \text{ب جـ}}{\text{أ جـ}} = \frac{٣ \times ٤}{٥}$ = ٢,٤ سم

---

٤ ١ مسقط $\overline{\text{جـ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو $\overline{\text{أ هـ}}$

في Δ أ جـ هـ:

∵ ق(∠ جـ أ هـ) = ٩٠°

∴ (أ هـ)² = (جـ هـ)² − (أ جـ)² = ١٠٠ − ٦٤ = ٣٦

∴ أ هـ = ٦ سم

٢ ∵ $\overline{\text{ء أ}} \perp \overline{\text{جـ هـ}}$

∴ ء أ = $\frac{\text{أ جـ} \times \text{أ هـ}}{\text{جـ هـ}} = \frac{٨ \times ٦}{١٠}$ = ٤,٨ سم

∵ (أ جـ)² = جـ ء × جـ هـ ، ٦٤ = جـ ء × ١٠

∴ جـ ء = ٦,٤ سم

∵ (أ ب)² = (ب جـ)² − (أ جـ)² = (١٧)² − (٨)² = ٢٢٥

∴ أ ب = ١٥ سم ، ∴ ب هـ = ١٥ − ٦ = ٩ سم

٣ مساحة Δ أ جـ ء = $\frac{١}{٢}$ × ء جـ × ء أ = $\frac{١}{٢}$ × ٦,٤ × ٤,٨ = ١٥,٣٦ سم²

---

٥ في Δ أ ب جـ:

∵ ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠°

∴ (أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)² = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ أ جـ = ١٠ سم ،

∵ $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ∴ ب ء = $\frac{\text{ب جـ} \times \text{ب أ}}{\text{أ جـ}}$

ب ء = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

(أ ب)² = أ ء × أ جـ = أ ء × ١٠

∴ أ ء = ٦,٤ سم ∴ ء جـ = ١٠ − ٦,٤ = ٣,٦ سم

في Δ أ ب ء:

ق(∠ ب ء أ) = ٩٠° ، $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

∴ ء و = $\frac{\text{أ ء} \times \text{ب ء}}{\text{أ ب}} = \frac{٦,٤ \times ٤,٨}{٨}$ = ٣,٨٤ سم

وبالمثل في Δ ب جـ ء:

ء هـ = $\frac{\text{ب ء} \times \text{ء جـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{٤,٨ \times ٣,٦}{٦}$ = ٢,٨٨ سم

---

٦ ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

∴ (أ ء)² = ء ب × ء جـ

∴ (٢$\sqrt{٥}$)² = ء ب (٩ − ء ب)

∴ ٢٠ = ٩ ء ب − (ء ب)²

∴ (ء ب)² − ٩ (ء ب) + ٢٠ = ٠

(ء ب − ٥)(ء ب − ٤) = ٠

∴ ء ب = ٥ سم أو ء ب = ٤ (مرفوض) ∴ ء جـ = ٤ سم

١ (أ ب)² = ء ب × ب جـ = ٥ × ٩ = ٤٥

∴ أ ب = ٣$\sqrt{٥}$ سم ، ومسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو $\overline{\text{ب ء}}$ ، ب ء = ٥ سم

٢ (أ جـ)² = جـ ء × جـ ب

∴ (أ جـ)² = ٤ × ٩ = ٣٦

∴ أ جـ = ٦ سم

طول مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو $\overline{\text{ء جـ}}$ ، ء جـ = ٤ سم

---

٧ ∵ أ ء = $\frac{٩}{٢٥}$ أ جـ

∴ أ ء : أ جـ = ٩ : ٢٥

بفرض أ ء = ٩ س ، أ جـ = ٢٥ س

∴ ء جـ = ٢٥ س − ٩ س = ١٦ س

في Δ أ ب جـ:

ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

∴ (أ ب)² = أ ء × أ جـ = ٩ س × ٢٥ س = ٢٢٥ س²

أ ب = ١٥ س ،

(ب جـ)² = جـ ء × جـ أ = ١٦ س × ٢٥ س = ٤٠٠ س²

∴ ب جـ = ٢٠ س

∴ أ ب : ب جـ = ١٥ س : ٢٠ س = ٣ : ٤

---

٨ ١ في Δ جـ هـ ء ، Δ جـ ب أ

(∠ جـ) مشتركة

، ق(∠ جـ هـ ء) = ق(∠ جـ ب أ) = ٩٠°

∴ Δ جـ هـ ء ~ Δ جـ ب أ

∴ $\frac{\text{جـ هـ}}{\text{جـ ب}} = \frac{\text{هـ ء}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{جـ ء}}{\text{جـ أ}}$

∵ (جـ هـ)² = (جـ ء)² − (هـ ء)² في Δ هـ ء جـ

∴ (جـ هـ)² = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ جـ هـ = ٤ سم ∴ $\frac{\text{هـ ء}}{\text{ب أ}} = \frac{٣}{٦} = \frac{٥}{\text{أ جـ}}$

∴ ب أ = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم وهو المطلوب (١)

٢ العمل: نرسم $\overline{\text{ب و}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ هو $\overline{\text{أ و}}$

∴ (أ ب)² = أ و × أ جـ

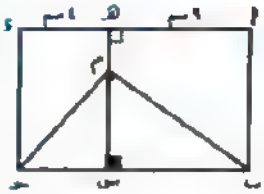
∴ أ و = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦ وهو المطلوب (٢)

٩ مربع المسافة بين محمود وأحمد = (٣٢) × (٥٠) = ١٦٠٠

المسافة = $\sqrt{١٦٠٠}$ = ٤٠ متراً.

إجابة تحدَّ نفسك

١٠ حل: ارسم $\overline{هـ س} \perp \overline{ب جـ}$



∵ ق(∠ب م جـ) = ٩٠°

، $\overline{م س} \perp \overline{ب جـ}$

∴ $(م س)^٢$ = س جـ × س ب

$(س م)^٢$ = ٤ × ٩ = ٣٦

س م = ٦ سم

∴ مساحة Δ ب م جـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ × م س = $\frac{١}{٢}$ × ١٣ × ٦ = ٣٩ $سم^٢$

---

١١ ∵ أ ب جـ د مستطيل ∴ جـ د = أ ب = ٣٠ سم

في Δ أ جـ د: ق(∠أ د جـ) = ٩٠°

∴ $(أ جـ)^٢ = (أ د)^٢ + (د جـ)^٢ = (٤٠)^٢ + (٣٠)^٢$ = ٢٥٠٠

أ جـ = ٥٠ سم $\overline{د و} \perp \overline{أ جـ}$

∴ $(أ د)^٢$ = أ و × أ جـ

∴ أ و = $\frac{(٤٠)^٢}{٥٠}$ = ٣٢ سم

∴ د و = $\frac{أ د \times د جـ}{أ جـ} = \frac{٣٠ \times ٤٠}{٥٠}$ = ٢٤ سم

و جـ = أ جـ − أ و

و جـ = ٥٠ − ٣٢ = ١٨ سم

∵ Δ جـ و هـ ~ Δ جـ أ د

∴ $\frac{جـ و}{جـ ب} = \frac{و هـ}{ب أ} = \frac{جـ هـ}{جـ أ}$ ∴ $\frac{١٨}{٤٠} = \frac{جـ هـ}{٥٠}$

∴ جـ هـ = $\frac{١٨ \times ٥٠}{٤٠}$ = ٢٢,٥ سم

إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٤)

١ (أ) ب جـ = ٣ سم (ب) أ د = ٣,٢ سم

(جـ) ب و = ٢,٤ سم (د) ٢,١٦ $سم^٢$

---

٢ (أ) في Δ ب جـ د:

∵ ق(∠جـ) = ٩٠°

∴ $(ب د)^٢ = (ب جـ)^٢ + (جـ د)^٢ = (٢٤)^٢ + (٧)^٢$ = ٦٢٥

∴ ب د = ٢٥ سم

في Δ أ ب د ∵ ق(∠ب أ د) = ٩٠°

∴ $(أ د)^٢ = (ب د)^٢ - (أ ب)^٢$

∴ أ د = $\sqrt{(٢٥)^٢ - (١٥)^٢}$ = ٢٠ سم

(ب) ∵ $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب د}$ ∴ $(أ ب)^٢$ = ب هـ × ب د

$(١٥)^٢$ = ب هـ × ٢٥ ب هـ = ٩ سم

حيث $\overline{ب هـ}$ هي مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب د}$

(جـ) أ هـ = $\frac{أ ب \times أ د}{ب د} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥}$ = ١٢ سم

حيث $\overline{أ هـ}$ هي مسقط $\overline{أ د}$ على $\overleftrightarrow{أ هـ}$

---

٣ (أ) في Δ أ ب د:

∵ ق(∠أ ب د) = ٩٠°

∴ $(ب د)^٢ = (أ د)^٢ - (أ ب)^٢$

$(ب د)^٢$ = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤ ب د = ٨ سم

مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د = طول القاعدة × الارتفاع

= أ ب × ب د = ٦ × ٨ = ٤٨ $سم^٢$

(ب) ∵ ق(∠ب د جـ) = ق(∠د ب أ) = ٩٠° بالتبادل

في Δ ب د جـ: ∵ $\overline{د هـ} \perp \overline{ب جـ}$

∴ $(ب د)^٢$ = ب هـ × ب جـ $(٨)^٢$ = ب هـ × ١٠

حيث مسقط $\overline{د ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو $\overline{ب هـ}$

∴ ب هـ = ٦,٤ سم

∴ طول مسقط $\overline{د ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ٦,٤ سم

(جـ) ∵ مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د = ب جـ × د هـ

∴ ٤٨ = ١٠ × د هـ ∴ د هـ = ٤,٨ سم

---

٤ ∵ Δ د جـ هـ ~ Δ هـ ب أ

لأن قياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

∴ $\frac{د جـ}{هـ ب} = \frac{جـ هـ}{ب أ} = \frac{د هـ}{هـ أ}$

∴ $\frac{٩}{هـ ب} = \frac{جـ هـ}{١٦}$ ، ∵ هـ ب = جـ هـ

∴ $(هـ ب)^٢$ = ١٤٤ ∴ هـ ب = ١٢ سم

∴ ب جـ = ٢٤ سم

(أ) مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = $\frac{٩ + ١٦}{٢}$ × ٢٤

= ٢٥ × ١٢ = ٣٠٠ $سم^٢$

∵ ق(∠ب) = ٩٠° في Δ أ ب هـ

∴ $(أ هـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب هـ)^٢$

∴ أ هـ = $\sqrt{(١٦)^٢ + (١٢)^٢}$ = ٢٠ سم

في Δ أ هـ د القائم الزاوية في هـ

$(أ هـ)^٢$ = أ و × أ د ∴ أ و = $\frac{(٢٠)^٢}{٢٥}$ = ١٦ سم

(ب) ∴ طول مسقط $\overline{أ هـ}$ على $\overleftrightarrow{أ د}$ هو $\overline{أ و}$ = ١٦ سم

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٤)

١ ١ ٢٥ $سم^٢$ ٢ النقطة ب ٣ = ٤ ٣٦٠°

٢ ١ متناسبة ٢ متساويين في المساحة

٣ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

٤ أحـ ، أد

دب ، دحـ

---

٣ في Δ أحـد ∵ ق(∠ أحـد) = ٩٠°

∴ (أحـ)² = (أد)² − (دحـ)² = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ أحـ = ٥ سم

في Δ أبحـ

∵ (أب)² + (بحـ)² = ١٦ + ٩ = ٢٥ = (أحـ)²

∴ ق(∠ أبحـ) = ٩٠° ∵ $\overline{\text{بحـ}} \perp \overline{\text{أحـ}}$

∴ بحـ = $\frac{\text{أب} \times \text{بحـ}}{\text{أحـ}} = \frac{٤ \times ٣}{٥}$ = ٢,٤ سم

إجابة أسئلة س سؤال الدرس (٥)

١ ١ ∵ $\overline{\text{أحـ}}$ أكبر أضلاع المثلث طولاً

∴ (أحـ)² = (١٥)² = ٢٢٥

∴ (أب)² + (بحـ)² = ١٤٤ + ١٩٦ = ٣٤٠

∴ (أحـ)² < (أب)² + (بحـ)²

∴ Δ أبحـ حاد الزوايا

٢ ∵ $\overline{\text{أب}}$ أكبر أضلاع المثلث طولاً

∴ (أب)² = (٨)² = ٦٤

∴ (بحـ)² + (أحـ)² = ٤٩ + ٩ = ٥٨

∴ (أب)² > (بحـ)² + (أحـ)²

∴ Δ أبحـ منفرج الزاوية في حـ

---

٢ ١ ∵ بحـ = ٧ سم وهو أكبر أضلاع Δ أبحـ

∴ (∠ أ) أكبر زوايا المثلث في القياس

∴ (بحـ)² = ٤٩

(أب)² + (أحـ)² = ١٦ + ٢٥ = ٤١

∴ (بحـ)² > (أب)² + (أحـ)²

∴ Δ أبحـ منفرج الزاوية في أ

٢ ∵ $\overline{\text{أحـ}}$ أكبر أضلاع Δ أبحـ في الطول

∴ (∠ ب) هي أكبر زوايا المثلث في القياس

∴ (أحـ)² = ١٠٠

(أب)² + (بحـ)² = ٧٥ + ٢٥ = ١٠٠

∴ (أحـ)² = (أب)² + (بحـ)² ∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ Δ أبحـ قائم الزاوية في ب

إجابة تدريبات الأضواء على الدرس (٥)

التعرف على نوع المثلث بالنسبة للزوايا:

١ ١ منفرجة ٢ قائمة ٣ حادة ٤ <

٥ منفرج الزاوية ٦ ٥ ٧ ٦ ٨ منفرجة

٩ منفرجة ١٠ حادة ١١]١٢، ١٤[

---

٢ ١ منفرجة ٢ قائمة ٣ ٤ ٤ حادة

٥ حادة ٦ حادة ٧ منفرجة

---

٣ ١ (١١)² > (٨)² + (٩)² ∴ Δ أبحـ حاد الزوايا

٢ (١٠)² = (٦)² + (٨)² ∴ Δ أبحـ قائم الزاوية في ب

٣ (٧)² > (٤)² + (٥)² ∴ Δ أبحـ منفرج الزاوية في ب

---

٤ ١ (١٥)² > (٨)² + (١٢)² ، ∴ ∠ أ منفرجة

٢ (١٥)² < (٨)² + (١٧)² ، ∴ ∠ أ حادة

٣ (٢٥)² = (١٥)² + (٢٠)² ، ∴ ∠ أ قائمة

---

٥ في Δ أبد:

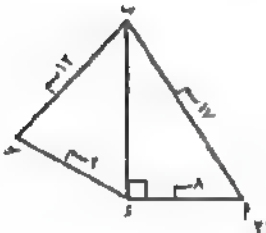
∵ ق(∠ أدب) = ٩٠° ∴ (بد)² = (أب)² − (أد)²

(بد)² = (١٧)² − (٨)² = ٢٢٥

بد = ١٥ سم

∵ مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بد}}$ هو $\overline{\text{دب}}$

∴ دب = ١٥ سم



في Δ بحـد:

(بحـ)² = ٢٢٥

(بحـ)² + (حـد)² = (١٢)² + (٩)² = ٢٢٥

∴ (بد)² = (بحـ)² + (حـد)²

∴ Δ بحـد قائم الزاوية في حـ

∴ مساحة الشكل أبحـد = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٨ + $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٢ = ١١٤ سم²

إجابة تحدَّ نفسك

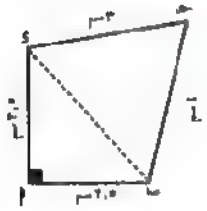
١ العمل: نرسم $\overline{\text{بد}}$

البرهان: في Δ أبد

∵ ق(∠ أ) = ٩٠°

∴ (بد)² = (أب)² + (أد)²

= (٢,٥)² + (٣,٥)² = ١٨,٥



في Δ بحـد:

(بد)² = ١٨,٥

(بحـ)² + (حـد)² = (٤)² + (٣)² = ٢٥

∴ (ب د)² < (ب حـ)² + (حـ د)²

∴ ∠ حـ حادة.

٧ ∵ مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو $\overline{\text{ب د}}$

في Δ ب حـ د، ق(∠ ب د حـ) = ٩٠°، ب د = ١,٥ سم، ب حـ = ٣ سم

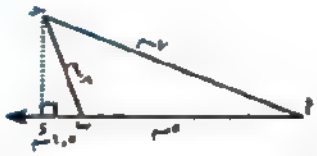
∵ ب د = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ ق(∠ ب حـ د) = ٣٠°

∵ (∠ أ ب حـ) خارجة عن Δ د ب حـ

∴ ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠° + ٣٠° = ١٢٠°

∴ أكبر زاوية في المثلث أ ب حـ قياسها ١٢٠°



٨ ∵ (أ ب)² < (أ حـ)² + (ب حـ)²

∴ (∠ أ حـ ب) منفرجة

في Δ أ حـ د:

ق(∠ أ د حـ) = ٩٠°

∴ (حـ د)² = (أ حـ)² − (أ د)² = (١٣)² − (١٢)² = ٢٥

∴ حـ د = ٥ سم

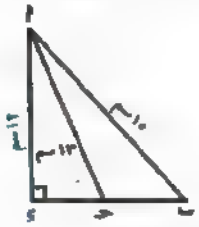
في Δ أ ب د:

ق(∠ أ د ب) = ٩٠°

∴ (ب د)² = (أ ب)² − (أ د)² = (١٥)² − (١٢)² = ٨١

∴ ب د = ٩ سم

∴ ب حـ = ب د − حـ د = ٩ − ٥ = ٤ سم



إجابة تدريبات الكتاب المدرسي على الدرس (٥)

(أ) (ب حـ)² = (١٠)² = ١٠٠ ، (أ ب)² + (أ حـ)² = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ∠ أ قائمة

(ب) (ب حـ)² = ١٦٩ ، (أ ب)² + (أ حـ)² = ١٤٤ + ٤٩ = ١٩٣

∴ (ب حـ)² > (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ∠ أ حادة

(جـ) (ب حـ)² = ٤٩ ، (أ ب)² + (أ حـ)² = ٢٥ + ٩ = ٣٤

∴ (ب حـ)² < (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ∠ أ منفرجة

(د) (ب حـ)² = (١٣)² = ١٦٩

(أ ب)² + (أ حـ)² = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ∠ أ قائمة

(هـ) (ب حـ)² = (٢)² = ٤

(أ ب)² + (أ حـ)² = ٣ + ١ = ٤

∴ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ∠ أ قائمة

(و) (ب حـ)² = (٥)² = ٢٥

(أ ب)² + (أ حـ)² = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)² ∴ ∠ أ قائمة.

إجابة اختبر نفسك من أسئلة المحافظات حتى الدرس (٥)

١ ١ ١٠ ٢ ٣٠ ٣ ب ٤ [١ ، ٠]

٢ ١ حادة ٢ − ٣ ٤ ، ٨ ٤ قائمة

٣ ١ ∵ أ حـ < أ ب < ب حـ

∴ ق(∠ ب) < ق(∠ حـ) < ق(∠ أ)

٢ ∵ طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{المساحة}}$

∴ طول الضلع = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

∵ محيط المربع = طول الضلع × ٤

٣س − ٤ = ٥ × ٤

٣س − ٤ = ٢٠ ⟸ ٣س = ٢٤ ∴ س = ٨

٣ ∵ أ ب حـ د مستطيل

∴ أ د = ب حـ = ٢٤ سم ∵ ومنصف $\overline{\text{أ د}}$

∴ أ و = د و = ١٢ سم

في Δ أ ب و

∵ ق(∠ أ) = ٩٠° ∴ ب و = $\sqrt{(١٦)^2 + (١٢)^2}$ = ٢٠ سم

في Δ و ب هـ

∵ ق(∠ و) = ٩٠° ، و ب = ١٢ سم ، و هـ = ٩ سم

∴ ب هـ = $\sqrt{(٩)^2 + (١٢)^2}$ = ١٥ سم

∵ أ ب = د حـ = ١٦ سم

∴ حـ هـ = ١٦ − ٩ = ٧ سم

في Δ ب حـ هـ القائم الزاوية في حـ

ب هـ = $\sqrt{(٢٤)^2 + (٧)^2}$ = ٢٥ سم

في Δ ب و هـ ∵ (ب هـ)² = (٢٥)² = ٦٢٥

، (ب و)² + (و هـ)² = (٢٠)² + (١٥)² = ٦٢٥

∴ (ب هـ)² = (ب و)² + (و هـ)² ∴ Δ ب و هـ قائم الزاوية

إجابة اختبار الأضواء على الوحدة الخامسة

١ ١ ١ ٢ قائمة ٣ نقطة

٤ متساوية ٥ منفرجة ٦ ≥

٢ ١ متشابهان ٢ متناسبة ٣ ١٠٠

٤ ٦ ٥ النقطة ب

٣ ١ ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ هو أكبر الأضلاع طولًا ، ∴ (أ حـ)² = (٧)² = ٤٩

∵ (أ ب)² + (ب حـ)² = ٢٥ + ٣٦ = ٦١

∴ (أ حـ)² < (أ ب)² + (ب حـ)² ∴ ق(∠ ب) < ٩٠°

∴ Δ أ ب حـ حاد الزوايا

٢ (أ) في Δ أ ب جـ ∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)² = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ جـ = ٥ سم

(ب) في Δ أ جـ د

∵ (أ جـ)² + (جـ د)² = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ ⟸ (١)

، (أ د)² = (١٣)² = ١٦٩ ⟸ (٢)

من (١)، (٢) ∴ (أ د)² = (أ جـ)² + (جـ د)²

∴ ق(∠أ جـ د) = ٩٠°

---

٤ (أ) (أ ب)² = ب د × ب جـ = ٢ × ٨ ∴ أ ب = ٤ سم

(ب) مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أد}$ هو $\overline{أد}$

(جـ) (أ د)² = د ب × د جـ = ١٢ ∴ أ د = $\sqrt{١٢}$ = ٢ $\sqrt{٣}$ سم

(د) مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$ هو النقطة أ

طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$ = صفر

---

٥ في Δ جـ هـ د، Δ جـ ب أ

∵ ق(∠د هـ جـ) = ق(∠ب) = ٩٠°

(∠جـ) مشتركة ∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠هـ د جـ)

∴ Δ جـ هـ د ~ Δ جـ ب أ ∴ $\frac{جـ هـ}{جـ ب} = \frac{هـ د}{ب أ} = \frac{جـ د}{جـ أ}$

في Δ جـ هـ د: ∵ ق(∠د هـ جـ) = ٩٠°

∴ د هـ = $\sqrt{(٥)^٢ - (٤)^٢}$ = ٣ سم

∴ $\frac{٤}{جـ ب} = \frac{٣}{٦} = \frac{٥}{جـ أ}$ ∴ أ جـ = $\frac{٥ \times ٦}{٣}$ = ١٠ سم

∴ أ هـ = ١٠ − ٤ = ٦ سم ∴ جـ ب = $\frac{٦ \times ٤}{٣}$ = ٨ سم

∴ ب د = ٨ − ٥ = ٣ سم

إجابة اختبار الكتاب المدرسي على الوحدة الخامسة

١ أولاً: في Δ أ د هـ، Δ أ جـ ب

(∠أ) مشتركة، ق(∠أ هـ د) = ق(∠ب)

∴ ق(∠أ د هـ) = ق(∠جـ) ∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب

ثانياً: ∵ Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب

∴ $\frac{أ د}{أ جـ} = \frac{د هـ}{جـ ب} = \frac{أ هـ}{أ ب}$ ∴ $\frac{٣}{أ جـ} = \frac{د هـ}{جـ ب} = \frac{٤,٥}{٩}$

∴ أ جـ = $\frac{٣ \times ٩}{٤,٥}$ = ٦ سم

∴ هـ جـ = أ جـ − أ هـ = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم

---

٢ (أ) ∵ الشكل أ ب جـ د ~ الشكل س ص ع ل

∴ ق(∠د) = ق(∠ل) = ٨٠°

∴ ق(∠ب جـ د) = ٣٦٠° − (٧٠° + ١٢٥° + ٨٠°) = ٨٥°

(ب) من تشابه الشكلين ينتج أن الأضلاع المتناظرة متناسبة

∴ $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{جـ د}{ع ل} = \frac{أ د}{س ل}$

∴ $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{٨}{٢,٤} = \frac{جـ د}{ع ل} = \frac{٦}{س ل}$

∴ س ل = $\frac{٦ \times ٢,٤}{٨}$ = ١,٨ سم

ونسبة التكبير = $\frac{٨}{٢,٤} = \frac{١٠}{٣}$

(جـ) ∵ $\frac{محيط الشكل أ ب جـ د}{محيط الشكل س ص ع ل} = \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{١٠}{٣}$

∴ $\frac{٢٦}{محيط الشكل س ص ع ل} = \frac{١٠}{٣}$

∴ محيط الشكل س ص ع ل = $\frac{٣ \times ٢٦}{١٠}$ = ٧,٨ سم

---

٣ (أ) في Δ Δ أ ب جـ، أ هـ د

ق(∠ب) = ق(∠هـ) = ٩٠°،

ق(∠ب أ جـ) = ق(∠هـ أ د) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠جـ) = ق(∠د) ∴ Δ Δ أ ب جـ، أ هـ د متشابهان

(ب) ∵ Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د

∴ الأضلاع المتناظرة متناسبة

∴ $\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{ب جـ}{هـ د} = \frac{أ جـ}{أ د}$ ∴ $\frac{أ ب}{٣} = \frac{١٢}{٤} = \frac{أ جـ}{أ د}$

∴ أ ب = $\frac{٣ \times ١٢}{٤}$ = ٩ سم

∴ ب هـ = أ ب + أ هـ = ٩ + ٣ = ١٢ سم،

في Δ أ ب جـ ∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)² = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ أ جـ = ١٥ سم

---

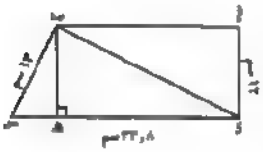
٤ ١ (أ) في Δ ب هـ جـ، ق(∠ب هـ جـ) = ٩٠°

∴ (هـ جـ)² = (ب جـ)² − (ب هـ)² = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ هـ جـ = ٥ سم ∴ د هـ = ٣٣,٨ − ٥ = ٢٨,٨ سم

∵ الشكل أ ب هـ د مستطيل ∴ د هـ = أ ب = ٢٨,٨ سم

(ب) في Δ د ب هـ (صل $\overline{دب}$)



(د ب)² = (د هـ)² + (هـ ب)²

= (٢٨,٨)² + (١٢)² = ٩٧٣,٤٤

∴ د ب = ٣١,٢ سم

(جـ) طول مسقط $\overline{دجـ}$ على $\overleftrightarrow{أب}$ = ٣٣,٨ سم

(د) مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ (٢٨,٨ + ٣٣,٨) × ١٢ = ٣٧٥,٦ سم²

٢ في Δ د ب جـ

∵ (د ب)² + (ب جـ)² = (٣١,٢)² + (١٣)² = ١١٤٢,٤٤

، (د جـ)² = (٣٣,٨)² = ١١٤٢,٤٤

∴ (د جـ)² = (د ب)² + (ب جـ)² ∴ Δ د ب جـ قائم الزاوية

∴ ق(∠د ب جـ) = ٩٠°

٥ ∵ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$

∴ $(أ ب)^2 = ب د \times ب جـ$

$(أ ب)^2 = ١٦ \times ٢٥ = ٤٠٠$ ∴ أ ب = ٢٠ سم

$(أ جـ)^2 = جـ د \times جـ ب = ٩ \times ٢٥ = ٢٢٥$ ∴ أ جـ = ١٥ سم

$(أ د)^2 = د ب \times د جـ = ١٦ \times ٩ = ١٤٤$ أ د = ١٢ سم

مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢} \times ٢٥ \times ١٢ = ١٥٠$ سم^2

إجابات الاختبارات الشهرية

إجابة نماذج اختبارات شهر فبراير

أولًا: الجبر والإحصاء

إجابة النموذج (١)

١ ١ ٣س + ٢ص ٢ ١٤ ٣ ٥٢

٢ ١ س^2 + س − ٢٠ = (س + ٥)(س − ٤)

٢ أ^6 − ٦٤ ب^6 = (أ^3 − ٨ ب^3)(أ^3 + ٨ ب^3)

= (أ − ٢ب)(أ^2 + ٢أ ب + ٤ب^2)(أ + ٢ب)(أ^2 − ٢أ ب + ٤ب^2)

إجابة النموذج (٢)

١ ١ ٢ −٣ ٣ −٣

٢ ∵ س^2 − ص^2 = ٢٧ ∴ (س − ص)(س + ص) = ٢٧

، ∵ س − ص = ٩ ∴ س + ص = ٣

∵ س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 − س ص + ص^2)

∴ س^3 + ص^3 = ٣ × ١٥ = ٤٥

إجابة النموذج (٣)

١ ٨٤ ٢ ٣س − ٢ ٣ (٥س − ٣)^2

٢ (٦٥)^2 − (١٥)^2 = (٦٥ − ١٥)(٦٥ + ١٥) = ٥٠ × ٨٠ = ٤٠٠٠

إجابة النموذج (٤)

١ ١٢ ٢ ٥ ٣ −٦٤

٢ ١ ∵ ك س = ٢ × $\sqrt{٤س^2}$ × $\sqrt{١}$ = ٢ × ٢س × ١ = ٤س ∴ ك = ٤

٢ ك = $\frac{(١٢س)^2}{٤ \times ٤س^2} = \frac{١٤٤س^2}{١٦س^2}$ = ٩

ثانيًا: الهندسة

إجابة النموذج (١)

١ ٧٢ ٢ س م ل ٣ ثلث

٢ ∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ أ جـ د)

(مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$)

∴ بطرح م (Δ أ هـ د) من كل منهما ينتج أن:

م (Δ أ ب هـ) = م (Δ د جـ هـ) ⇐ (١)

∵ م (Δ ب هـ جـ) = م (Δ هـ جـ د) ⇐ (٢)

(مرسومان على قواعد متساوية $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$ ومشتركان في نفس الرأس هـ)

∴ بجمع (١)، (٢) ينتج أن:

م (الشكل أ ب هـ ب) = م (الشكل د جـ هـ ب) (هـ . ط)

إجابة النموذج (٢)

١ ١ ١٢ سم ٢ ٢٤ ٣ توازي

٢ ∵ $\overline{ب د}$ متوسط في Δ ب هـ و

∴ م (Δ ب د هـ) = م (Δ ب د و) ⇐ (١)

، ∵ م (Δ أ ب د) = م (Δ جـ ب د) معطى ⇐ (٢)

∴ بطرح (١) من (٢) ينتج أن:

م (Δ أ هـ د) = م (Δ جـ و د) ، ∵ هـ د = و د

∴ $\overline{أ جـ}$ // $\overline{هـ و}$ (هـ . ط)

إجابة النموذج (٣)

١ ٤٠ ٢ $\frac{١}{٤}$ ٣ $٢\frac{١}{٤}$

٢ ∵ في متوازي الأضلاع هـ ب جـ و يكون $\overline{ب هـ}$ قطرًا فيه

∴ م (Δ هـ ب جـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ هـ ب جـ و)

∴ م (▱ هـ ب جـ و) = ٣٠ × ٢ = ٦٠ سم^2

، ∵ م (▱ أ ب جـ د) = م (▱ هـ ب جـ و)

(لأنهما مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{ب جـ}$ ومحصوران بين مستقيمين متوازيين)

∴ م (▱ أ ب جـ د) = ٦٠ سم^2 (هـ . ط)

إجابة نماذج اختبارات شهر مارس

أولًا: الجبر والإحصاء

إجابة النموذج (١)

١ ع = {$\frac{١}{٢}$} ٢ ١٢ ٣ −١٥

٢ ١ (س + ص)$^{-2}$ = [($\sqrt{٢}$) + (−$\sqrt{٢}$)]$^{-2}$

= ($\sqrt{٢}$)$^{-2}$ = $\frac{١}{(\sqrt{٢})^2} = \frac{١}{٢}$

٢ (٤^2 − س^2)^2 = [(٣)^2 − ($\sqrt{٢}$)^2]^2 = (٩ − ٨)^2 = (١)^2 = ١

إجابة النموذج (٢)

١ ٠,٨ ٢ −١ ٣ ٤س^{2}ص^2

٢ ١ $(\frac{٣}{٥})^{س+٣}$ = $\frac{١٢٥}{٢٧}$

$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢}$

$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣}$

س + ٢ = −٣ ، س = −٥

٢ $٣^{س-٢}$ = ١ ، س − ٢ = صفر ، س = ٢

إجابة النموذج (٣)

١ ١ {−٢ ، −٤} ٢ {٣ ، −٣} ٣ $٦^{٢}$

٢ ١ (س ص − ٥ س) − (٦ ص − ٣٠) = س (ص − ٥) − ٦ (ص − ٥)

= (ص − ٥) (س − ٦)

٢ $٨١ س^{٤} + ٤ ع^{٢} = ٨١ س^{٤} + ٣٦ س^{٢} ع^{٢} + ٤ ع^{٢} − ٣٦ س^{٢} ع^{٢}$

= $(٩ س^{٢} + ٢ ع^{٢})^{٢} − (٦ س ع)^{٢}$

= $(٩ س^{٢} + ٦ س ع + ٢ ع^{٢})(٩ س^{٢} − ٦ س ع + ٢ ع^{٢})$

إجابة النموذج (٤)

١ ١ $\frac{٩}{٥}$ ٢ ٨٤ ٣ ١

٢ ١ نفرض أن العرض هو س ، الطول هو س + ٥

مساحة المستطيل = الطول × العرض

س (س + ٥) = ١٤

$س^{٢}$ + ٥ س − ١٤ = ٠

(س + ٧) (س − ٢) = ٠

س = −٧ (مرفوض) أو س = ٢

∴ الطول = س + ٥ = ٢ + ٥ = ٧ سم ، العرض = س = ٢ سم

٢ $س^{٢}$ − ٧ س − ٣٠ = ٠

(س − ١٠) (س + ٣) = ٠

س = ١٠ أو س = −٣

م.ح = {١٠ ، −٣}

ثانيًا: الهندسة

إجابة النموذج (١)

١ ١ ٥ سم ٢ ١٠ ٣ ٧٢ $سم^{٢}$

٢ في Δ أ ب جـ

∵ ق (∠ب) = ٩٠°

∴ $(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥ ⇐ (١)

١ ∴ أ جـ = ٢٥ سم

في Δ أ ء جـ

∵ $(أ ء)^{٢} + (ء جـ)^{٢}$ = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥ ⇐ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ $(أ ء)^{٢} + (ء جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢}$

٢ ∴ ق (∠أ ء جـ) = ٩٠°

إجابة النموذج (٢)

١ ١ ٨ سم ٢ : $\frac{٥}{٣}$ ٣ ٢٥ $سم^{٢}$

٢ في Δ Δ أ هـ ء ، أ ب جـ

∵ ق (∠ب) = ق (∠هـ) = ٩٠°

، ق (ء أ هـ) = ق (جـ أ ب) بالتقابل بالرأس

∴ ق (∠ء) = ق (جـ)

∴ Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب جـ (هـ . ط) (١)

∵ Δ أ هـ ء قائم الزاوية في هـ

∴ $(أ ء)^{٢} = (أ هـ)^{٢} + (هـ ء)^{٢}$ = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ ء = ٥ سم

∵ Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب جـ ∴ $\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ ء}{ب جـ} = \frac{أ ء}{أ جـ}$

∴ $\frac{٣}{أ ب} = \frac{٤}{١٢} = \frac{٥}{أ جـ}$ ∴ أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ١٥ سم

∴ ء جـ = ٥ + ١٥ = ٢٠ سم (هـ . ط) (٢)

إجابة النموذج (٣)

١ ١ ١٠ سم ٢ ٣ : ٥ ٣ ٥ سم

٢ ∵ Δ أ ب ء قائم الزاوية في ب

∴ $(ب ء)^{٢} = (أ ء)^{٢} − (أ ب)^{٢}$ = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ ب ء = ٥ سم (هـ . ط) (١)

في Δ ب جـ ء

∵ $(ب جـ)^{٢} + (جـ ء)^{٢}$ = ١٦ + ٩ = ٢٥

، $(ب ء)^{٢} = ٥^{٢}$ = ٢٥

∵ $(ب ء)^{٢} = (ب جـ)^{٢} + (جـ ء)^{٢}$

∴ ق (∠جـ) = ٩٠° (هـ . ط) (٢)

إجابات ملحق المراجعة النهائية والامتحانات

إجابة أسئلة هامة على الوحدة الأولى من امتحانات المحافظات السابقة

١

١ ٦	٢ ١١	٣ −٢	٤ ٣
٥ ١٠	٦ −١٠	٧ ٢	٨ −٢
٩ −١٩	١٠ ٢	١١ ٤٩	١٢ ±٤س
١٣ ٢٥	١٤ −١	١٥ ١	١٦ ±١٢
١٧ ±٨	١٨ ٤	١٩ −٢	٢٠ −٩
٢١ ٣٥	٢٢ ٨	٢٣ −٣	٢٤ ٢٧
٢٥ −٢س	٢٦ ٤	٢٧ ٥٠	٢٨ ١٥
٢٩ ٤س^{٢}	٣٠ ١٦ص^{٢}	٣١ ∅	٣٢ {٤، ٠}
٣٣ {٣، ٠، −٣}	٣٤ {−٣، ٣}	٣٥ {١، ٠، −١}	٣٦ صفر
٣٧ {٢، ٠}	٣٨ {١، ٠، −١}	٣٩ −٣س	٤٠ س
٤١ س − ٤	٤٢ ٢٠	٤٣ ٣س^{٢}	

٢

١ الثالثة	٢ (س + ٣)	٣ (٥س − ٣)	
٤ (س − ٣)	٥ ٢	٦ (س + ١)	
٧ (س − ٣)	٨ ٢، ٧	٩ ٢	
١٠ (س + ٤)	١١ ٦	١٢ ±٦	
١٣ ±٥	١٤ ١٥	١٥ ±١٠	
١٦ ٤	١٧ ٤	١٨ ٢١	
١٩ ٨	٢٠ ١٥	٢١ (٣س − ٥)	
٢٢ −٤	٢٣ −٣	٢٤ ١٠	
٢٥ −٥	٢٦ −٤٩	٢٧ ١٢٥	
٢٨ (س^{٢} − ٣س + ٩)	٢٩ ٥	٣٠ ٢س^{٢}، س	
٣١ ٨س^{٣} − ٢٧ص^{٣}	٣٢ ٨	٣٣ (س^{٢} + ٢س + ٤)	
٣٤ صفر	٣٥ س، س، ص	٣٦ ١٥	
٣٧ ٣	٣٨ ١٦س^{٢}	٣٩ {±$\sqrt{٥}$}	
٤٠ {١، ٠}	٤١ ٩	٤٢ ∅	
٤٣ {٣، −١}	٤٤ −٢، −٣	٤٥ صفر، صفر	

٣

١ (س − ٥)(س − ٢)	٢ (س + ٨ص)(س − ٣ص)	
٣ (س − ٥)(س + ٢)	٤ (٢س − ٣)(س − ٥)	
٥ (٢س − ٣)(س − ٢)	٦ (٣س − ١)(٢س − ١)	
٧ [(جـ + د) + ٣][(جـ + د) + ٢] = (جـ + د + ٣)(جـ + د + ٢)		
٨ (س − ٦)^{٢}	٩ (س + ١)^{٢}	
١٠ (٢س − ٣ص)^{٢}	١١ (س + ٥)(س − ٥)	
١٢ (أ + ٥ب)(أ − ٥ب)	١٣ س(س + ٥)(س − ٥)	

١٤ ٢(س + ٣)(س − ٣)

١٥ [(س + ص) + ٧][(س + ص) − ٧] = (س + ص + ٧)(س + ص − ٧)

١٦ [(س − ٤) + ٦][(س − ٤) − ٦] = (س + ٢)(س − ١٠)

١٧ (س + ٢)(س^{٢} − ٢س + ٤)

١٨ (٢س − ٥)(٤س^{٢} + ١٠س + ٢٥)

١٩ (س + ٣)(س^{٢} − ٣س + ٩)

٢٠ (س + ٢ص)(س^{٢} − ٢سص + ٤ص^{٢})

٢١ (٢س + ٣)(٤س^{٢} − ٦س + ٩)

٢٢ ٥(س + ٥)(س^{٢} − ٥س + ٢٥)

٢٣ ٢(س + ٣)(س^{٢} − ٣س + ٩)

٢٤ (أ + ٠,٢)(أ^{٢} − ٠,٢أ + ٠,٠٤)

٢٥ (أ + ب)(س + ص)

٢٦ (ب − ٧)(أ + ٢)

٢٧ (ص − ٣)(ص^{٢} + ٦)

٢٨ (س^{٢} + ٧)(س + ٣)

٢٩ (ص − ٥)(٢س + ٣)

٣٠ [(أ + ب) + جـ][(أ + ب) − جـ] = (أ + ب + جـ)(أ + ب − جـ)

٣١ (س^{٢} + ٢ص^{٢} + ٢سص)(س^{٢} + ٢ص^{٢} − ٢سص)

٣٢ (٩س^{٢} + ٢ص^{٢} − ٦سص)(٩س^{٢} + ٢ص^{٢} + ٦سص)

٤

١ (س − ٦)(س + ١) = صفر

س − ٦ = صفر أو س + ١ = صفر

س = ٦ أو س = −١

مجموعة الحل = {٦، −١}

٢ (س + ٤)(س + ٢) = صفر

س + ٤ = صفر أو س + ٢ = صفر

س = −٤ أو س = −٢

مجموعة الحل = {−٤، −٢}

٣ (س − ٤)(س + ٣) = صفر

س − ٤ = صفر أو س + ٣ = صفر

س = ٤ أو س = −٣

مجموعة الحل = {٤، −٣}

٤ (س + ٧)(س − ٤) = صفر

س + ٧ = صفر أو س − ٤ = صفر

س = −٧ أو س = ٤

مجموعة الحل = {−٧، ٤}

٥ ٢(س − ٣)(س + ٢) = صفر

س − ٣ = صفر أو س + ٢ = صفر

س = ٣ أو س = −٢

مجموعة الحل = {٣ ، −٢}

٦ $س^٢ - ٥ = ٤س$

$س^٢ - ٤س - ٥ = صفر$

(س − ٥) (س + ١) = صفر

س − ٥ = صفر أو س + ١ = صفر

س = ٥ أو س = −١

مجموعة الحل = {٥ ، −١}

---

٥ ١ $(١ + ٩٩)^٢ = (١٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠$

٢ (١ + ٩٩) (١ − ٩٩) = ١٠٠ × ٩٨ = ٩٨٠٠

٣ (٢٥ + ٧٥) (٢٥ − ٧٥) = ١٠٠ × ٥٠ = ٥٠٠٠

---

٦ نفرض أن العددين هما: س ، (س + ٢)

∴ حاصل ضربهما = ٩٩

∴ س (س + ٢) = ٩٩

$س^٢ + ٢س - ٩٩ = ٠$

(س + ١١) (س − ٩) = صفر

س = −١١ أو س = ٩

س + ٢ = −٩ أو س + ٢ = ١١

∴ العددان هما: −١١ ، −٩ أو ٩ ، ١١

---

٧ نفرض أن العدد س

∴ المعكوس الجمعي للعدد هو: −س ∴ مربعه $س^٢$

∴ $س^٢ - س = ٤٢$

$س^٢ - س - ٤٢ = ٠$

(س − ٧) (س + ٦) = ٠

س − ٧ = ٠ أو س + ٦ = ٠

س = ٧ أو س = −٦

العدد هو: ٧ أو −٦

---

٨ نفرض أن العدد س

∴ $س^٢ + س = ١٢$

$س^٢ + س - ١٢ = ٠$

(س − ٣) (س + ٤) = ٠

∴ س = ٣ أو س = −٤ (مرفوض)

∴ العدد هو: ٣

---

٩ العدد هو: ٤ أو −٣

---

١٠ نفرض أن عرض المستطيل س

∴ طول المستطيل س + ٥

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ س (س + ٥) = ٨٤

$س^٢ + ٥س - ٨٤ = ٠$

(س − ٧) (س + ١٢) = ٠

∴ س = ٧ أو س = −١٢ (مرفوض)

العرض = ٧ م ، الطول = ٧ + ٥ = ١٢ م

∴ محيط المستطيل = ٢ (٧ + ١٢) = ٣٨ م

إجابة أسئلة هامة على الوحدة الثانية من امتحانات المحافظات السابقة

١

١ $٣^{١٤}$	٢ $٣^{٥}$	٣ $٢^{١٩}$	٤ $٢^{١٠}$
٥ ٦٦	٦ ٢	٧ $\frac{٩}{٥}$	٨ ٢٥
٩ −١	١٠ ٥	١١ $٦^{٥}$	١٢ $٦^{٢}$
١٣ ٦×٧^{١٤}	١٤ $\frac{٢}{٣}$	١٥ $\frac{\sqrt{٣٨}}{٣}$	١٦ −٢
١٧ ٣	١٨ ٠,٨	١٩ ٥	٢٠ ١
٢١ ٣	٢٢ ٣	٢٣ −٥	٢٤ $٦^{٤}$
٢٥ {٤ ، ٦ ، −٦}	٢٦ $\frac{٥}{٧}$	٢٧ ٩	

٢

١ ١٣	٢ ٢٠	٣ ٤٢	٤ $\frac{١}{٤}$
٥ $\frac{١}{٩}$	٦ $\frac{٤}{٩}$	٧ $\frac{١}{٥}$	٨ $\frac{١}{٩}$
٩ ١٠٠	١٠ ١	١١ ٣	١٢ ٣
١٣ −١	١٤ ٢	١٥ ١٢٥	١٦ ٣
١٧ −١	١٨ −٢٧	١٩ ٨	٢٠ −١
٢١ ١	٢٢ ٣	٢٣ ٢	٢٤ ٧
٢٥ ٢	٢٦ ٩	٢٧ $\frac{٩}{٤}$	٢٨ ٣
٢٩ $\frac{١}{٤}$	٣٠ ١	٣١ صفر	٣٢ لا يوجد
٣٣ ٤			

---

٣ ١ $(\sqrt{٣})^{٥ - (-١) + (-٢)} = (\sqrt{٣})^{٤} = ٩$

٢ $(\sqrt{٣})^{٣ - ١} \times (\sqrt{٢})^{٤ - ٥} = (\sqrt{٣})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{-١} = \frac{\sqrt{٢٧}}{٢}$

٣ $\frac{٣^{٢} \times ٢^{٣}}{٣^{٣} \times ٢^{٢}} = ٣^{٢-٣} \times ٢^{٣-٢} = ١$

٤ $\frac{٢^{١٠} \times ٥^{١٠}}{٥^{١} \times ٢^{٩}} = ٢^{١٠-٩} \times ٥^{١٠-١} = ٢ \times ٥ = ١٠$

٥ $\frac{٥^{٢} \times ٣^{٢}}{٥^{١} \times ٣^{١}} = ٥^{٢-١} \times ٣^{٢-١} = ٥^{١} \times ٣^{١} = ١ \times ٣ = ٩$

٦ $\frac{٢^{س-٢} \times ٦^{س}}{٢^{س} \times ٦^{س-٢}} = ٢^{س-٢-س} \times ٦^{س-س+٢} = ٢^{٣} = ٨$

٧ $\frac{٣^{س+٢} \times ٢^{س+٢}}{٦^{س}} \div \frac{٣^{س} \times ٢^{س}}{٦^{س}} = \frac{٣^{س+٢} \times ٢^{س+٢}}{٣^{س} \times ٢^{س}} = ٣^{س+٢-س} \times ٢^{س+٢-س} = ٢^{٢} = ٤$

٨ $\frac{٥^{س+٢}}{٥^{س}} = ٥^{س+٢-س} = ٥^{٢} = ٢٥$

---

٤ $\frac{٢^{س+١} \times ٣^{س+٢}}{٢^{س} \times ٣^{س-١}} = ٢^{س+١-س} \times ٣^{س+٢-س+١} = ٢^{١} \times ٣^{٤}$

عندما س = ١

∴ قيمة الناتج = $٢ \times ٣^{٤-١} = ٢ \times ٣^{٣} = ٥٤$

٥ ١ $٢^{س+١} = ٢^{٣}$ فإن س + ١ = ٣ ∴ س = ٢

٢ $٣^{س-٢} = ٣^{٣}$ فإن س − ٢ = ٣ ∴ س = ٥

٣ $(\sqrt{٥})^{س+١} = (\sqrt{٥})^{٦}$ فإن س + ١ = ٦ ∴ س = ٥

٤ $٢^{س+٢} = ١٦$

$٢^{س+١} = ٢^{٤}$ فإن س + ١ = ٤ ∴ س = ٣

٥ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س-١} = \frac{٢٧}{٨}$

$\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س-١} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}$ فإن س − ١ = ٣ ∴ س = ٤

٦ $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س-١} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣}$

$\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س-١} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٣}$ فإن س − ١ = −٣ ∴ س = −٢

---

٦ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س+١} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣}$ فإن ٢س + ١ = ٣ ∴ ٢س = ٢

∴ س = ١ فيكون قيمة س + ١ = ٢

---

٧ $٣^{س+١} = ٢٧$

$٣^{س+١} = ٣^{٣}$ فإن س + ١ = ٣ ∴ س = ٢

، ∵ $٢^{ص} = ٨$ ، $٢^{ص} = ٢^{٣}$ فإن ص = ٣

∴ قيمة س + ص = ٢ + ٣ = ٥

---

٨ $\left(\frac{١}{٣}\right)^{س} = ٨١$

∴ $\left(\frac{١}{٣}\right)^{س} = ٣^{٤} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{-٤}$ ∴ س = −٤

فتكون قيمة $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س+١} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٤+١} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٣} = \frac{٢٧}{٨}$

---

٩ $\left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{٤} = \left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{س-٢}$ ∴ $\left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{س-٢} = \left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{-٤}$

فإن س − ٢ = −٤ ∴ س = −٢

---

١٠ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{٢^{س+١} \times ٣^{س}} = \frac{١}{٢}$

$٢^{س-س-١} \times ٣^{س-س} = \frac{١}{٢}$ $٢^{س} \times ٣^{صفر} = ٢^{-١}$

∴ $٢^{-س} = ٢^{-١}$ فإن −س = −١

∴ س = ١

---

١١ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س} \times ٢^{س}}{٣^{س-١} \times ٢^{س+١}} = ٣^{س-١}$ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س} \times ٢^{س}}{٢^{س+١} \times ٣^{س-١}} = ٣^{س-١}$

$٢^{س-س-١} \times ٣^{س-س+١} = ٣^{س-١}$ $٣ = ٣^{س-١}$

∴ س − ١ = ١ ⇐ س = ٢

---

١٢ $\frac{(\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٥})^{٢}} = \frac{٢٥ - ٩}{٣ - ٥} = \frac{١٦}{٢} = ٨$

---

١٣ $س^{٢}ص^{٢} = (سص)^{٢} = \left(\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} = \frac{١}{٩}$

إجابة أسئلة هامة على الوحدة الثالثة من امتحانات المحافظات السابقة

١

١ ⊂	٢ ٠,٧	٣ ٢٤	٤ $\frac{١}{٢}$
٥ ٠,٥	٦ $\frac{١}{٣}$	٧ ٠,٦٥	٨ ١
٩ ٠,٣	١٠ ١	١١ $\frac{١}{٣}$	١٢ $\frac{٥}{٦}$
١٣ $\frac{٤}{١٠}$	١٤ $\frac{١}{٦}$		

٢

١ صفر	٢ ١	٣ ٣	٤ ٠,١٥
٥ ١,٠	٦ [١,٠]	٧ $\frac{١}{٦}$	٨ ٠,٥
٩ ١٠٠	١٠ $\frac{٥}{٩}$	١١ $\frac{١}{٤}$	١٢ $\frac{١}{٣}$
١٣ $\frac{١}{٦}$	١٤ ١٦	١٥ $\frac{١}{٦}$	١٦ $\frac{٢}{٥}$
١٧ $\frac{١}{٣}$	١٨ $\frac{٢}{٥}$		

٣

١ (أ) ل (حمراء) = $\frac{٥}{١٢}$ (ب) ل (ليست سوداء) = $\frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$

٢ (أ) ل (عدد زوجي) = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$ (ب) ل (عدد أولي) = $\frac{٥}{١٢}$

٣ (أ) ل (عدد زوجي) = $\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$ (ب) ل (عدد يقبل القسمة على ٣) = $\frac{٣}{١٠}$

(جـ) ل (عدد أولي) = $\frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

٤ (أ) ل (حمراء) = $\frac{٤}{١٧}$ (ب) ل (ليست سوداء) = $\frac{١٠}{١٧}$

(جـ) ل (صفراء) = صفر (د) ل (بيضاء) = $\frac{٦}{١٧}$

٥ (أ) ل (عدد زوجي) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(ب) ل (عدد يقبل القسمة على ٣) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

(جـ) ل (عدد أكبر من ٦) = صفر

٦ احتمال أن يكون التلميذ بنتًا = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

عدد بنات المدرسة = ٠,٤ × ٣٢٠ = ١٢٨ بنتًا

٧ ف = {٣٢ ، ٥٢ ، ٢٣ ، ٥٣ ، ٢٥ ، ٣٥}

أحدث أن يكون العدد زوجيًا

أ = {٣٢ ، ٥٢}

ل (أ) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٨ (أ) ل (عدد مضاعف للعدد ٦) = $\frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

(ب) ل (عدد مربع كامل) = $\frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

٩ احتمال سحب كرة خضراء = $\frac{١}{٦}$

$\frac{١}{٦} = \frac{٢}{\text{العدد الكلي للكرات}}$

العدد الكلي للكرات = ٢ × ٦ = ١٢ كرة

(أ) عدد الكرات الحمراء = ١٢ − (٢ + ٤) = ٦ كرات

(ب) احتمال سحب كرة زرقاء عشوائيًا من الكيس = $\frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$

(جـ) احتمال سحب كرة سوداء عشوائيًا من الكيس = صفر

إجابة مهارات تراكمية أساسية فى الجبر والإحصاء

١ ١ $\frac{٢}{٥}$ ٢ ٤ ٣ $\frac{١٠}{١١}$ ٤ $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٨}{١٢}$

٥ ٤,٨ سم ٦ صفر ٧ ١٦٢ ٨ ٤١

٩ ٦ ١٠ أبيض

٢ ١ صفر ٢ ٢ ٣ ٣ ٤ ١

٥ $ص^{٢}$ ٦ −١ ٧ ٥ ٨ س = $\frac{ص^{٢}-٢}{٣}$

٩ صفر ١٠ ٧ ١١ [١ ، ٣] ١٢ −١

١٣ ١ ١٤ ٣ ١٥ $-٦أ^{٤}ب^{٥}$ ١٦ ٥

١٧ ٨١ ١٨ ١٢

إجابة نماذج اختبارات الجبر والإحصاء من الكتاب المدرسى

النموذج

١ ١ −٣ ٢ ٨ ٣ {٣} ٤ $\frac{١}{٢٧}$

٥ {$\sqrt{٣}$ ، −$\sqrt{٣}$}

٢ ١ $\frac{١}{١٢٥}$ ٢ ط ٣ ٢٧ ٤ ±١٢

٥ $\frac{١}{٣}$ ٦ −٣

٣ ١ (س + ٣)(س + ٥)

٢ (٢س + ١)(س + ٣)

٣ (س − ١)($س^{٢}$ + س + ١)

٤ أ(س − ٧) + ٣(س − ٧) = (أ + ٣)(س − ٧)

٤ (أ) $\frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = ٢^{صفر} \times ٣^{صفر} = ١$

(ب) (س − ٢)(س − ٦) = ٠

س = ٢ ، س = ٦

م.ح = {٢ ، ٦}

٥ (أ) احتمال سحب كرة بيضاء = ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

بفرض العدد الكلى للكرات = س

∴ $\frac{١}{٣} = \frac{٥}{س}$ ∴ س = ١٥

∴ العدد الكلى للكرات = ١٥ كرة

(ب) $٣^{س} = ٢٧$

$٣^{س} = ٣^{٣}$ ∴ س = ٣

∴ $٤^{س+ص} = ١$

س + ص = صفر

٣ + ص = صفر ∴ ص = −٣

النموذج

١ ١ (٣أ − ٢ب)(٣أ + ٢ب)

٢ $س^{٣}$ − ٨ = (س − ٢)($س^{٢}$ + ٢س + ٤)

٣ ١٢٥$س^{٣}$ − ٨$ص^{٣}$ ٤ ١٥ ٥ $\frac{١}{٣}$

٢ ١ $\frac{١}{٢}$ ٢ ٤ ٣ {٠ ، ١}

٤ $\frac{١}{٨}$ ٥ −١ ٦ ٦٦

٣ ١ (٢س − ٣)(٢س + ٣) ٢ (س + ٢)($س^{٢}$ − ٢س + ٤)

٣ س(س − ٥) ٤ (س − ٣)(س − ٤)

٤ ١ (س − ٣)(س + ٢) = ٠

س = ٣ س = −٢

م.ح = {−٢ ، ٣}

٢ $\frac{(\sqrt{٢})^{٥} \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٩}} = (\sqrt{٢})^{٥-٩} \times ٣^{-٢-١} = (\sqrt{٢})^{-٤} \times ٣^{-٣}$

$= \frac{١}{٤ \times ٢٧} = \frac{١}{١٠٨}$

٥ ١ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{٢^{٢س} \times ٣^{س}} = \frac{١}{٢}$

∴ $٢^{س-س} = ٢^{-١}$

∴ س = ١

٢ ∵ احتمال سحب كرة باللون الأخضر = $\frac{١}{٦}$

، عدد الكرات باللون الأخضر = ٢ (معطى)

∴ $\frac{٢}{العدد الكلى للكرات} = \frac{١}{٦}$

∴ العدد الكلى للكرات = ١٢ كرة

∴ عدد الكرات الحمراء = ١٢ − (٢ + ٤) = ٦ كرات

النموذج

١ ١ ∅ ٢ ٦ ٣ (س − ٣) ٤ −٢ ٥ ١

٢ ١ ٥ ٢ $\frac{٢}{٥}$ ٣ ٦ ٤ $٤^{١}$ ٥ صفر

٣ ١ (س − ص)(س + ص) ٢ (س − ٢)($س^{٢}$ + ٢س + ٤)

٣ (س − ٢)(س − ٣) ٤ (أ + ب)(س + ص)

٤ ١ ✓ ٢ ✗ ٣ ✓ ٤ ✓ ٥ ✓

٥ $\frac{(٢^{٢})^{ن} \times (٣ \times ٢)^{ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{٢ن} \times ٢^{ن} \times ٣^{ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$

$٢^{٢ن+ن-٤ن} \times ٣^{ن-٢ن} = ٢^{صفر} \times ٣^{صفر} = ١$

إجابة امتحانات المحافظات والإدارات على الجبر والإحصاء بنظام سنة ٢٠٢٣ - ٢٤

١ محافظة القاهرة

إدارة السلام التعليمية

١ ١ ٢ ٢ ٣ ٣ ٦^٨

٤ ٩ ٥ ٠,٨ ٦ س − ٥

٢ ١ م.ج = {٠ ، −٢} ٢ ٢ ٣ (س − ١)

٤ ١ ٥ ٣ ٦ ١٢ سم

٣ ١ (٥س + ٣٠) + (أس + ٦أ)

= ٥ (س + ٦) + أ (س + ٦)

= (س + ٦) (٥ + أ)

٢ س^٣ − ٢٧ = (س − ٣) (س^٢ + ٣س + ٩)

٣ س^٤ + ٤ ص^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ − ٤ س^٢ ص^٢

= (س^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ + ٤ ص^٤) − ٤ س^٢ ص^٢

= (س^٢ + ٢ ص^٢)^٢ − ٤ س^٢ ص^٢

= (س^٢ + ٢ ص^٢ − ٢ س ص) (س^٢ + ٢ ص^٢ + ٢ س ص)

٤ (أ) $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{(١٨)^{س}} = ٦٤$

∴ $\frac{٢^{٣س} \times ٢^{٢س}}{٢^{س} \times ٣^{٢س}} = ٢^{٦}$

∴ $٢^{٥س} = ٢^{٦}$

∴ ٥س = ٦ ⇐ $\boxed{س = ٣}$

(ب) نفرض أن العدد الأول هو س

∴ العدد الثاني س + ٣

∴ س (س + ٣) = ٤٠

∴ س^٢ + ٣س − ٤٠ = ٠

∴ (س + ٨) (س − ٥) = ٠

∴ س = −٨ (مرفوض) ، س = ٥

∴ العدد الأول ٥ ، العدد الثاني ٥ + ٣ = ٨

∴ العددان هما ٥ ، ٨

٥ (أ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \left(\frac{١٢٥}{٨}\right)^{-١} = \frac{٨}{١٢٥}$

∴ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣}$

∴ ٢س − ١ = ٣

∴ ٢س = ٣ + ١

∴ ٢س = ٤ $\boxed{∴ س = ٢}$

(ب) ١ أ = {٣ ، ٥ ، ٧}

∴ ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$

٢ ب = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨}

∴ ل (ب) = $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

٣ ح = ∅

∴ ل (ح) = $\frac{٠}{٨}$ = صفر

٢ محافظة القاهرة

إدارة عين الشمس التعليمية

١ ١ ∅ ٢ ١٢ ٣ ± ١٠ ٤ $\frac{١}{٤}$ ٥ ٢

٢ ١ $-\frac{١}{٥}$ ٢ ٨ ٣ ١ ٤ ١٨

٣ (أ) $\frac{٢^{س} \times ٣^{س+١٠}}{٦^{س}} = \frac{٢^{س} \times ٣^{س+١٠}}{٢^{س} \times ٣^{س}} = ٣^{س+١٠-س} = ٣$

(ب) ١ ل (سحب كرة بيضاء) = $\frac{١٨}{٥٠} = \frac{٩}{٢٥}$

٢ ل (سحب كرة ليست حمراء) = $\frac{١٨+٢٠}{٥٠} = \frac{٣٨}{٥٠} = \frac{١٩}{٢٥}$

٣ ل (سحب كرة صفراء) = $\frac{٠}{٥٠}$ = صفر

٤ ١ س^٢ − ٧س + ١٢ = (س − ٣) (س − ٤)

٢ س^٣ − ٨ = (س − ٢) (س^٢ + ٢س + ٤)

٣ (س ص + ٥ ص) + (٧س + ٣٥)

= ص (س + ٥) + ٧ (س + ٥) = (س + ٥) (ص + ٧)

٤ س^٢ − ٤٩ ص^٢ = (س − ٧ص) (س + ٧ص)

٥ (أ) ٣^(س+١٠) = ٢٧ ∴ ٣^(س+١٠) = ٣^٣

∴ س + ١ = ٣ ∴ س = ٢

(ب) س^٢ + س − ٦ = ٠

∴ (س + ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س = −٣ أو س = ٢

∴ م.ج = {−٣ ، ٢}

٣ محافظة الجيزة

إدارة شمال الجيزة التعليمية

١ ١ ١٥ ٢ ١٠ ٣ ± ٢٠

٤ ٥ ٥ ٣^(س+١)

٢ ١ ح = {٥} ٢ ∅ ٣ ١ ٤ ٢٣

٣ ١ ٢س^٢ + س − ٦ = (٢س − ٣) (س + ٢)

٢ ٤س^٢ − ٢٥ = (٢س − ٥) (٢س + ٥)

٣ س^٣ + ٢٧ = (س + ٣) (س^٢ − ٣س + ٩)

٤ (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)

= س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (س + ص)

---

٥ (١) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢س-٥} = \frac{٨}{٢٧}$

∴ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢س-٥} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣}$

∴ ٢س − ٥ = ٣

∴ ٢س = ٨ ∴ س = ٤

(ب) س^{٢} + ٤س − ٢١ = ٠

∴ (س + ٧) (س − ٣) = ٠

∴ س = −٧ ، س = ٣

∴ م.ح = {−٧ ، ٣}

---

٦ (١) $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{س}}{٦^{س-١}} = \frac{٢^{س+٢} \times ٣^{س}}{٢^{س-١} \times ٣^{س-١}}$

= $٢^{س+٢-س+١} \times ٣^{س-س+١}$

= $٢^{٣} \times ٣^{١}$ = ٤ × ١ = ٤

(ب) ١ ل (العدد فردي) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٢ ل (العدد أولي) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٣ ل (عدد أكبر من ٤) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

٣ مسابقة الحرارة

إدارة الحوامدية التعليمية

١ ١ ±٨ ٢ ١٥ ٣ ∅

٤ −٢ ٥ س + ٢

---

٢ ١ ١ ٢ ١٦ ٣ ٨ ٤ ٢٥

---

٣ (١) ١ س^{٢} − ٤ = (س − ٢) (س + ٢)

٢ س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} − ٣س + ٩)

(ب) س^{٢} − ٥س + ٦ = ٠ ∴ (س − ٢) (س − ٣) = ٠

∴ س = ٢ ، س = ٣ ∴ م.ح = {٢ ، ٣}

---

٤ (١) ١ ٣س^{٢} − ٢س − ٥ = (٣س − ٥) (س + ١)

٢ أ س − ٧أ + ٣س − ٢١

= (أ س − ٧أ) + (٣س − ٢١)

= أ (س − ٧) + ٣ (س − ٧)

= (س − ٧) (أ + ٣)

(ب) $\frac{٩^{س} \times (٢٥)^{س}}{(١٥)^{س-٢}} = \frac{٣^{٢س} \times ٥^{٢س}}{٣^{س-٢} \times ٥^{س-٢}}$

= $٣^{٢س-س+٢} \times ٥^{٢س-س+٢}$ = ١ × ١ = ١

---

٥ (١) $٥^{س-٣} = ٣^{٥}$ ∴ س − ٣ = ٣

∴ س = ٦

(ب) ١ ل (سحب عدد زوجي) = $\frac{٤}{٩}$

٢ ل (سحب عدد أولي) = $\frac{٤}{٩}$

٣ ل (سحب عدد يقبل القسمة على ٣) = $\frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

٥ [illegible]

إدارة غرب التعليمية

١ ١ ١ ٢ $\frac{٤}{٩}$ ٣ ٤^{٩}

٤ ١ ٥ ٢س

---

٢ ١ ٧ ٢ (٣س − ٢ص) ٣ ٦ ٤ $\frac{١}{٢}$

---

٣ ١ س^{٢} − ٧س + ١٢ = (س − ٣) (س − ٤)

٢ ٨س^{٣} + ١ = (٢س + ١) (٤س^{٢} − ٢س + ١)

٣ ٣٦ − ٢٥س^{٢} = (٦ − ٥س) (٦ + ٥س)

٤ (أ س − ٧أ) + (٣س − ٢١)

= أ (س − ٧) + ٣ (س − ٧)

= (س − ٧) (أ + ٣)

---

٤ (١) $\frac{٤^{س+١} \times ٦^{س+٢}}{٣^{س+١} \times ٢^{س+٢}} = \frac{٢^{س+٢} \times ٣^{س+٢}}{٢^{س+١} \times ٣^{س+١}}$

= $٢^{س+٢-س-١} \times ٣^{س+٢-س-١}$ = ١ × ١ = ١

(ب) س^{٢} − س − ٦ = ٠ ∴ (س − ٣) (س + ٢) = ٠

∴ س = ٣ ، س = −٢ ∴ م.ح = {٣ ، −٢}

---

٥ (١) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$

∴ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢س-١} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣}$

∴ ٢س − ١ = ٣

∴ ٢س = ٤

∴ س = ٢

∴ قيمة س^{٣} = ٥^{٢} = ٢٥

(ب) ل (سحب كرة صفراء) = $\frac{٠}{٥٠}$ = ٠

ل (سحب كرة ليست حمراء) = $\frac{٣٨}{٥٠} = \frac{١٩}{٢٥}$

٦ [illegible]

إدارة شبين القناطر التعليمية

١ ١ −٢٥ ٢ −١ ٣ $\frac{١}{٣}$

٤ ٢^{١٣} ٥ {١ ، −٢}

٢ ١ ٧ ٢ ٣ ٣ ٢٠ ٤ −١

٣ (أ) $\frac{٣^{٢س+٣} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}} = \frac{٣^{٢س+٣} \times ٢^{٢س}}{٣^{٢س} \times ٢^{٢س}}$

$= ٣^{٢س+٣-٢س} \times ٢^{٢س-٢س}$

$= ٣^{٣} \times ١ = ٣^{٣} = ٢٧$

(ب) نفرض أن العدد هو س

∴ مربعه $س^{٢}$

∴ $س^{٢} + س = ٤٢$

∴ $س^{٢} + س - ٤٢ = ٠$

$(س + ٧)(س - ٦) = ٠$

∴ س = −٧ (مرفوض) أو س = ٦

∴ العدد هو ٦

٤ (أ) ١ $س^{٢} - ٤س - ١٢ = (س - ٦)(س + ٢)$

٢ $٢٧س^{٣} - ١ = (٣س - ١)(٩س^{٢} + ٣س + ١)$

(ب) $س^{٢} - ١٢س + ٢٠ = ٠$

∴ $(س - ٢)(س - ١٠) = ٠$

∴ س = ٢ أو س = ١٠

∴ م.ح = {٢، ١٠}

٥ (أ) $س^{٢} + ص^{٢} = (٢)^{٢} + (\sqrt{٣})^{٢}$

∴ $س^{٢} + ص^{٢} = ٤ + ٣ = ٧$

(ب) ∵ احتمال أن يكون التلميذ ولدًا هو ٠,٦

∴ عدد الأولاد = ٤٥٠ × ٠,٦ = ٢٧٠ ولدًا

∴ عدد البنات = ٤٥٠ − ٢٧٠ = ١٨٠ بنتًا

حل آخر

احتمال أن يكون التلميذ بنتًا = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

عدد البنات = $\frac{٤}{١٠}$ × ٤٥٠ = ١٨٠ بنتًا

٧ مطابقة الدهشة

إدارة طلخا التعليمية

١ ١ ٣ ٢ ١٥ ٣ ١

٤ ٢٠ ٥ س + ١

٢ ١ ٤ ٢ ±٥ ٣ ٤ ٤ ٤

٣ ١ $٢س^{٢} - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}(٤س^{٢} - ١)$

$= \frac{١}{٢}(٢س - ١)(٢س + ١)$

٢ $٨س^{٣} + ١٢٥ = (٢س + ٥)(٤س^{٢} - ١٠س + ٢٥)$

٣ $٣س^{٢} + ٧س + ٢ = (٣س + ١)(س + ٢)$

٤ $س^{٢} - ١٠س ص + ٢٥ ص^{٢} - ٣٦$

$= (س - ٥ص)^{٢} - ٣٦$

$= (س - ٥ص + ٦)(س - ٥ص - ٦)$

٤ (أ) نفرض أن العدد هو س

∴ مربعه = $س^{٢}$ ، وضعفه = ٢س

∴ $س^{٢} + ٢س = ٣٥$

∴ $س^{٢} + ٢س - ٣٥ = ٠$

∴ $(س + ٧)(س - ٥) = ٠$

∴ س = −٧ مرفوض ، س = ٥

∴ العدد هو ٥

(ب) $\frac{٦^{٢س} \times ٢^{٢س}}{٤^{٢س+٢} \times ٣^{٢س}} = ٩^{-س}$

∴ $\frac{٢^{٢س} \times ٣^{٢س} \times ٢^{٢س}}{٢^{٢(٢س+٢)} \times ٣^{٢س}} = (٣^{٢})^{-س}$

∴ $٢^{٢س+٢س-٤س-٤} \times ٣^{٢س-٢س} = ٣^{-٢س}$

∴ $١ \times ٣^{-٤} = ٣^{-٢س}$

∴ −٢س = −٤

∴ س = ٢

٥ (أ) $٥^{٢س+١} \times ٧^{س-١} = ١٢٥$

∴ $٥^{س} \times ٥^{٢} \times \frac{٧^{س}}{٧} = ١٢٥$

∴ $\left(\frac{٥}{٧}\right)^{س} = \frac{١٢٥}{٧ \times ٢٥} = \left(\frac{٥}{٧}\right)$

∴ س = ١

حل آخر

$\frac{٥^{س+٢}}{٢٥} = ٧^{س-١}$ ∴ $٥^{س-١} = ٧^{س-١}$

∴ س − ١ = ٠ ∴ س = ١

(ب) ١ عدد المباريات التي يتوقع أن يفوز بها = ٣٠ × ٠,٧ = ٢١ مباراة

٢ ∵ احتمال هزيمة النادي = ١ − (٠,٧ + ٠,٢) = ٠,١

∴ عدد المباريات التي يتوقع الهزيمة = ٣٠ × ٠,١ = ٣ مباريات

٨ [illegible]

إدارة الروضة التعليمية

١ ١ ٤ ٢ ±١ ٣ ٥ ٤ ٢ ٥ ٣٠٪

٢ ١ ٨ ٢ ∅ ٣ الثالثة ٤ ٤٩

٣ ١ $٩س^{٢} - ٤ = (٣س - ٢)(٣س + ٢)$

٢ $س^{٣} - ٨ = (س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)$

٣ $س^{٢} + س - ٦ = (س - ٢)(س + ٣)$

٤ (ب س + ٣ب) + (٢س + ٦)

= ب (س + ٣) + ٢ (س + ٣)

= (س + ٣)(ب + ٢)

---

٥ (أ) س^{٢} + ٢س − ٣ = ٠

∴ (س + ٣)(س − ١) = ٠

∴ س = −٣ ، س = ١

∴ م.ح = {−٣ ، ١}

(ب) $\frac{٤^{س} \times ٩^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{٢^{س-٢} \times ٣^{س-٢}}{٢^{س-١} \times ٣^{س}}$

= ٢$^{س-س-٢}$ × ٣$^{س-س-٢}$ = ١ × ٣^{س} = ٣^{س}

---

٥ (أ) ٣$^{س-١}$ = ٩ ، ٤$^{س+ص}$ = ١

∴ ٣$^{س-١}$ = ٣^{٢}

∴ س − ١ = ٢

∴ س = ٢ + ١ = ٣

∴ س + ص = ٠

∴ ٣ + ص = ٠

∴ ص = −٣

∴ س = ٣ ، ص = −٣

(ب) ١ ل (عدد زوجي) = $\frac{٥}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

٢ ل (٣ ≤ س ≤ ٤) = $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{١}{٥}$

٩ المناظرة التعليمية

إدارة كفرصقر التعليمية

١ −٢ ١ ٢ ٤ ٣ {١} ٤ −٤

---

٢ ١ ٨ ٢ $\frac{٣}{٨}$ ٣ ١

٤ −٢٧ ٥ −٥

---

٣ (أ) $\frac{٩^{س} \times (٢٥)^{س+١}}{(١٥)^{س-٢}} = \frac{٣^{٢س} \times ٥^{س+٢}}{٣^{س-٢} \times ٥^{س-٢}}$

= ٣$^{٢س-س+٢}$ × ٥$^{س+٢-س+٢}$ = ١ × ٥^{٢} = ٢٥

(ب) نفرض أن عرض المستطيل س

∴ طول المستطيل = س + ٢

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ س × (س + ٢) = ٣٥

∴ س^{٢} + ٢س − ٣٥ = ٠

(س + ٧)(س − ٥) = ٠

∴ س = −٧ (مرفوض) ∴ س = ٥

∴ العرض = ٥ سم ، الطول = ٧ سم

∴ محيط المستطيل = (٧ + ٥) × ٢ = ٢٤ سم

---

٤ (أ) ١ س^{٢} − ٣س − ١٠ = (س − ٥)(س + ٢)

٢ ٤ س^{٤} + ٨١

= ٤ س^{٤} + ٣٦ س^{٢} + ٨١ − ٣٦ س^{٢}

= (٢س^{٢} + ٩)^{٢} − ٣٦ س^{٢}

= (٢س^{٢} + ٩ − ٦س)(٢س^{٢} + ٩ + ٦س)

(ب) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن-١}$ = $\frac{٥}{٨}$ ١

∴ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن-١}$ = $\left(\frac{١٢٥}{٨}\right)$ = $\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣}$

∴ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن-١}$ = $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٣}$

∴ ٢ن − ١ = −٣

∴ ٢ن = −٢ ∴ ن = −١

---

٥ (أ) س^{٢} = س (٣س + ١٠)

∴ س^{٢} − ٣س^{٢} − ١٠س = ٠

س (س^{٢} − ٣س − ١٠) = ٠

س (س − ٥)(س + ٢) = ٠

س = ٠ ، س = ٥ ، س = −٢

∴ م.ح = {٠ ، ٥ ، −٢}

(ب) نفرض أن عدد الكرات الحمراء س

∴ العدد الكلي للكرات = س + ٥

∴ $\frac{س}{س + ٥}$ = $\frac{٢}{٣}$

∴ ٣س = ٢س + ١٠

∴ س = ١٠

∴ عدد الكرات الحمراء = ١٠ كرات

∴ العدد الكلي للكرات = ١٥ كرة

١٠ المناظرة الإقليمية

توجيه الرياضيات

أولاً: ١ ٤ ، ٥ ٢ ∅ ٣ ٨

٤ −١ ٥ مستحيل ٦ ١٠ س

٧ س ٨ (س + ص) ٩ ٣

١٠ س − ٣ ١١ ل + ن ١٢ ٠,٢

١٣ س + ٥ ١٤ ٥ س + ٢ ١٥ ٢

١٦ ٢ ١٧ ٣^{٦} ١٨ [١ ، ٠]

١٩ ٥ ٢٠ ٢^{١١} ٢١ ±٥

ثانياً: ٢٢ (س − ٣)(س − ٤) = ٠

∴ س = ٣ أو س = ٤

∴ م.ح = {٣ ، ٤}

٢٣ ٢$^{س-٢}$ = ٢^{٥} س − ٣ = ٤ ∴ س = ٧

٢٤ (أ) ل (ظهور عدد زوجي) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(ب) ل (ظهور عدد يقبل القسمة على ٣) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(جـ) ل (ظهور عدد أقل من ٧) = $\frac{٦}{٦}$ = ١

١١ محافظة الإسماعيلية

توجيه الرياضيات

١ ١ ٤ ٢ $٢^{٥}$ ٣ ٩ ٤ ٢ ٥ صفر

٢ ١ $\frac{١}{٢}$ ٢ ٩ ٣ ٣٠ ٤ ٢

٣ ١ س^{٢} − ٢٧ ص^{٣} = (س − ٣ص) (س^{٢} + ٣ س ص + ٩ ص^{٢})

٢ ٣س^{٢} − ٧٥ = ٣ (س^{٢} − ٢٥)

= ٣ (س − ٥) (س + ٥)

٣ (س ب + ٣ب) + (٤س + ١٢)

= ب (س + ٣) + ٤ (س + ٣)

= (س + ٣) (ب + ٤)

٤ (أ) ٢$^{س+١}$ = ٢^{٤}

∴ س + ١ = ٤

∴ س = ٣

(ب) س^{٢} − ٧ س + ١٠ = ٠

(س − ٥) (س − ٢) = ٠

س = ٥ أو س = ٢

∴ م.ح = {٢ ، ٥}

٥ (أ) $\frac{٣^{س+١} \times ٥^{س+١}}{١٥^{س}} = \frac{٣^{س+١} \times ٥^{س+١}}{٣^{س} \times ٥^{س}}$

= ٣$^{س+١-س}$ × ٥$^{س+١-س}$ = ٣^{١} × ٥^{١} = ١٥

(ب) ١ ∴ ل (سحب كرة زرقاء) = $\frac{٥}{٢٠}$ = $\frac{١}{٤}$

٢ ∴ ل (سحب كرة خضراء) = $\frac{٠}{٢٠}$ = ٠

٣ ∴ ل (سحب كرة حمراء أو سوداء) = $\frac{١٥}{٢٠}$ = $\frac{٣}{٤}$

١٢ محافظة السويس

توجيه الرياضيات

١ ١ ١٠ ٢ $\frac{١}{١٦}$ ٣ صفر ٤ ± ١٤ ٥ ∅

٢ ١ ١ ٢ −٦ ٣ (س + ٣) ٤ ٢٧

٣ ١ س^{٢} + ١٠ س + ٢١ = (س + ٣) (س + ٧)

٢ س^{٢} − ٤٩ = (س − ٧) (س + ٧)

٣ س^{٣} + ١ = (س + ١) (س^{٢} − س + ١)

٤ (٥س + ٥ص) + (س ع + ص ع)

= ٥ (س + ص) + ع (س + ص)

= (س + ص) (٥ + ع)

٤ (أ) $\frac{٩^{س+١} \times ٢^{س}}{(١٨)^{س}} = \frac{٣^{٢س+٢} \times ٢^{س}}{٣^{س+٢} \times ٢^{س}}$

= ٣$^{٢س+٢-س-٢}$ × ٣$^{س-س}$ = ٣^{٢} × ١ = ٩

(ب) ٤س^{٢} = ٩

∴ س^{٢} = $\frac{٩}{٤}$

∴ س = ± $\frac{٣}{٢}$

∴ م.ح = {$\frac{٣}{٢}$ ، −$\frac{٣}{٢}$}

٥ (أ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$

∴ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س-١} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣}$

∴ س − ١ = ٣ ∴ س = ٤

(ب) ١ ل (سحب عدد زوجي) = $\frac{٥}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

٢ ل (عدد يقبل القسمة على ٥) = $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{١}{٥}$

٣ ل (سحب عدد أولي) = $\frac{٤}{١٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

المحافظات ١٣ ، ١٤ ، ١٥ راجع إجابتك في (100% إجابات)

إجابة أسئلة هامة على الوحدة الرابعة من امتحانات المحافظات السابقة

١ ١ ٥٤ ٢ ٤ ٣ ٦ ٤ ٢ : ١ ٥ ١٦

٦ $\frac{١}{٤}$ ٧ ٣٠ ٨ ٦ ٩ ٨١ ١٠ ٤

١١ ٤٠ ١٢ ٤٢

٢ ١ ٢٠ ٢ ٥٠ ٣ ٥٠

٤ متساويان في المساحة ٥ تساوي ٦ ٤

٧ متساويين في المساحة ٨ متساوية في المساحة ٩ ٧٥

١٠ ٨ سم^{٢} ١١ ٦ ١٢ ٢٤

١٣ ٥ ١٤ متساويتان في القياس

١٥ متساويان في الطول

٣ ١ ∵ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

= ٦ × ٧ = ٤٢ سم^{٢}

الارتفاع الأصغر = $\frac{\text{المساحة}}{\text{طول القاعدة الكبرى}}$ = $\frac{٤٢}{١٤}$ = ٣ سم

٢ ∵ ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°

∴ مساحة Δ ب أ جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٥ = ١٠ سم^{٢}

∵ Δ ب أ جـ ، ▱ أ ب جـ د :

مشتركان في القاعدة $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ مساحة Δ ب هـ حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ د

∴ مساحة ▱ أ ب حـ د = ٢ × ١٠ = ٢٠ سم^2

٣ المستطيل أ ب حـ د ، ▱ أ ب هـ و :

مشتركان في القاعدة $\overline{أب}$ ، $\overline{أب}$ // $\overline{حـ د}$

∴ مساحة المستطيل أ ب حـ د = مساحة ▱ أ ب هـ و

= ٨ × ٣ = ٢٤ سم^2

∵ Δ أ ب د ، ▱ أ ب هـ و :

مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{ب هـ}$

∴ مساحة Δ أ ب د = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب هـ و

= $\frac{1}{2}$ × ٢٤ = ١٢ سم^2

٤ ∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

(أ) ∴ م(Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ = ١٢ سم^2

(ب) ∵ م(Δ أ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × د هـ × أ حـ

∴ ١٢ = $\frac{1}{2}$ × د هـ × ١٠

∴ طول $\overline{د هـ}$ = $\frac{12}{5}$ = ٢,٤ سم

٥ ∵ Δ أ ب حـ ، Δ د ب حـ :

مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م(Δ أ ب حـ) = م(Δ د ب حـ)

بطرح م(Δ هـ ب حـ) من الطرفين.

∴ م(Δ أ ب هـ) = م(Δ د حـ هـ)

٦ ∵ Δ أ ب د ، Δ د حـ أ :

مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ د حـ أ)

بطرح م(Δ أ م د) من الطرفين.

∴ م(Δ أ ب م) = م(Δ د حـ م) ⇐ (١)

∵ $\overline{م س}$ متوسط في Δ م ب حـ

∴ م(Δ م ب س) = م(Δ م حـ س) ⇐ (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د حـ س م

٧ ∵ Δ هـ ب حـ ، ▱ أ ب حـ د :

مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م(Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب حـ د)

= $\frac{1}{2}$ × ٤٠ = ٢٠ سم^2

في Δ هـ ب حـ :

∵ $\overline{ب و}$ متوسط

∴ م(Δ ب هـ و) = $\frac{1}{2}$ م(Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ × ٢٠ = ١٠ سم^2

٨ ∵ Δ س ب ص ، Δ ص ب حـ س

مشتركان في القاعدة $\overline{س ص}$ ، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م(Δ س ب ص) = م(Δ ص حـ س)

بإضافة م(Δ أ ب س) للطرفين.

∴ م(Δ أ ب حـ) = م(Δ أ ص ب)

٩ في Δ أ ب حـ ، ∵ $\overline{أد}$ متوسط

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ أ حـ د) ⇐ (١)

∵ $\overline{هـ د}$ متوسط في Δ هـ ب حـ ،

∴ م(Δ هـ ب د) = م(Δ هـ حـ د) ⇐ (٢)

بطرح (٢) من (١) :

∴ م(Δ أ ب هـ) = م(Δ أ حـ هـ) (وهو المطلوب)

١٠ في Δ ص ب حـ ، ∵ $\overline{ص هـ}$ متوسط

∴ م(Δ ص ب هـ) = م(Δ ص حـ هـ) = ٣ سم^2

(أ) ∴ م(Δ ص ب حـ) = ٣ + ٣ = ٦ سم^2

∵ Δ ص ب حـ ، ▱ أ ب حـ د :

مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م(Δ ص ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب حـ د)

(ب) ∴ م(▱ أ ب حـ د) = ٦ × ٢ = ١٢ سم^2

١١ في Δ أ ب حـ : ∵ $\overline{أد}$ متوسط

∴ م(Δ أ ب د) = $\frac{1}{2}$ م(Δ أ ب حـ) ⇐ (١)

في Δ أ ب د : ∵ $\overline{د هـ}$ متوسط

∴ م(Δ أ هـ د) = $\frac{1}{2}$ م(Δ أ ب د) ⇐ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م(Δ أ هـ د) = $\frac{1}{4}$ م(Δ أ ب حـ) (وهو المطلوب)

١٢ Δ أ ب د ، Δ د حـ أ :

مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ د حـ أ)

بطرح م(Δ أ م د) من الطرفين.

∴ م(Δ م أ ب) = م(Δ م د حـ) ⇐ (١)

في Δ م ب س ، Δ م حـ س :

∵ م رأس مشتركة ، ب س = حـ س

∴ م(Δ م ب س) = م(Δ م حـ س) ⇐ (٢)

بجمع (١) من (٢) :

∴ مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د حـ س م (وهو المطلوب)

١٣ في Δ أ هـ حـ ، ∵ $\overline{هـ د}$ متوسط

∴ م (Δ أ هـ د) = م (Δ د هـ حـ) = ٢٠ سم²

∴ م (Δ أ هـ حـ) = ٢٠ + ٢٠ = ٤٠ سم²

في Δ أ ب حـ : ∵ $\overline{أ هـ}$ متوسط

∴ م (Δ أ هـ حـ) = م (Δ أ هـ ب) = ٤٠ سم²

∴ م (Δ أ ب حـ) = ٤٠ + ٤٠ = ٨٠ سم²

١٤ Δ أ ب د ، Δ د حـ أ :

مشتركان في القاعدة $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ د حـ أ)

بطرح م (Δ أ م د) من الطرفين.

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ د م حـ) ⇐ (١)

في Δ أ م ب : ∵ $\overline{م هـ}$ متوسط

∴ م (Δ أ هـ م) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ م ب) ⇐ (٢)

في Δ د م حـ : ∵ $\overline{د ن}$ متوسط

∴ م (Δ د ن حـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ د م حـ) ⇐ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ م (Δ أ هـ م) = م (Δ د ن حـ) (وهو المطلوب)

١٥ Δ أ ب د ، Δ د حـ أ :

مشتركان في القاعدة $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ د حـ أ)

بطرح م (Δ أ م د) من الطرفين.

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ د حـ م) ⇐ (١)

في Δ م هـ حـ : ∵ $\overline{م د}$ متوسط

∴ م (Δ د م هـ) = م (Δ م د حـ) ⇐ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ د م هـ) (وهو المطلوب)

١٦ Δ و ب حـ ، ▱ أ ب حـ د :

مشتركان في القاعدة $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (Δ و ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب حـ د) ⇐ (١)

في Δ و هـ حـ : ∵ $\overline{و ب}$ متوسط

∴ م (Δ و ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ و هـ حـ) ⇐ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ و هـ حـ) = م (▱ أ ب حـ د) (وهو المطلوب)

١٧ ∵ م (Δ أ د حـ) = م (Δ أ هـ ب)

بطرح م (Δ أ د هـ) من الطرفين.

∴ م (Δ د ب هـ) = م (Δ هـ حـ د)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{د هـ}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

١٨ في Δ حـ د هـ : ∵ $\overline{حـ م}$ متوسط

∴ م (Δ حـ م هـ) = م (Δ حـ م د) ⇐ (١)

∵ م (Δ أ م ب) = م (Δ حـ م هـ) (معطى)

من (١)

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ حـ م د)

وبإضافة م (Δ أ م د) للطرفين.

∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ د حـ أ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{أ د}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$ (وهو المطلوب)

١٩ في Δ ب س ص : ∵ $\overline{ب هـ}$ متوسط

∴ م (Δ ب هـ س) = م (Δ ب هـ ص) ⇐ (١)

∵ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ حـ ب هـ) (معطى) ⇐ (٢)

وبطرح (١) من (٢) :

∴ م (Δ هـ أ س) = م (Δ هـ حـ ص)

، ∵ س هـ = ص هـ

∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{أ حـ}$ (وهو المطلوب)

٢٠ Δ أ ب د ، Δ د حـ أ :

مشتركان في القاعدة $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ د حـ أ)

بطرح م (Δ أ م د) من الطرفين.

∴ م (Δ أ ب م) = م (Δ د م حـ) ⇐ (١)

، ∵ م (Δ أ ب م) = م (Δ د س حـ) (معطى) ⇐ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ م (Δ د م حـ) = م (Δ د س حـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{د حـ}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{م س}$ // $\overline{د حـ}$ (وهو المطلوب)

٢١ في Δ أ ب د : ∵ $\overline{أ حـ}$ متوسط

∴ م (Δ أ ب حـ) = م (Δ أ حـ د) ⇐ (١)

، ∵ م (Δ أ حـ د) = م (Δ أ ب هـ) (معطى) ⇐ (٢)

من (١) من (٢) :

∴ م (Δ أ ب حـ) = م (Δ أ ب هـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{أ ب}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{حق}$ (وهو المطلوب)

٢٢ Δ أ ب د ، Δ د حـ أ

مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$

∴ م (Δ أ ب د) = م (Δ د حـ أ) ⇐ (١)

∵ م (Δ أ ب ق) = م (Δ د حـ ق) (معطى) ⇐ (٢)

بطرح (٢) من (١) :

∴ م (Δ أ ق د) = م (Δ د ق أ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overline{قد}$ // $\overline{أد}$ ، ∵ $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$

∴ $\overline{قد}$ // $\overline{بحـ}$ (وهو المطلوب)

٢٣ ∵ أ ب حـ د مربع محيطه ٢٤سم

∴ طول ضلعه = ٢٤ ÷ ٤ = ٦سم

∵ ق منتصف $\overline{أد}$

∴ ق أ = ق د = ٦ ÷ ٢ = ٣سم

∴ مساحة Δ أ ق حـ = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

= $\frac{1}{2}$ × ٣ × ٦ = ٩سم²

٢٤ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١٣+٧}{٢}$ = ١٠سم

٢٥ مساحة شبه المنحرف = $\frac{(٦+٨)}{٢}$ × ١٠ = ٧٠سم²

٢٦ مساحة قطعة الأرض الأولى (المعين) = $\frac{1}{2}$ × ١٨ × ٢٤ = ٢١٦م²

∵ قطعتا الأرض متساويتان في المساحة

∴ مساحة قطعة الأرض الثانية (شبه المنحرف) = ٢١٦م²

∴ طول القاعدة المتوسطة = ٢١٦ ÷ ١٢ = ١٨ مترًا

٢٧ نفرض أن طول القاعدة الأخرى ل سم

∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{٢}$ × الارتفاع

∴ ٧٠ = $\frac{(ل+٦)}{٢}$ × ١٠ ∴ ل + ٦ = ١٤

∴ ل = ١٤ − ٦ = ٨سم

∴ طول القاعدة الأخرى = ٨سم

٢٨ ∵ الارتفاع = $\frac{\text{مساحة شبه المنحرف}}{\text{طول القاعدة المتوسطة}}$

∴ الارتفاع = $\frac{٦٠}{\frac{1}{2} \times (٥+٧)}$ = ١٠سم

٢٩ ∵ القاعدة المتوسطة = $\frac{\text{مساحة شبه المنحرف}}{\text{الارتفاع}}$

∴ القاعدة المتوسطة = $\frac{١٨٠}{١٢}$ = ١٥سم

∵ النسبة بين طولا قاعدتيه ٢ : ٣

∴ $\frac{٢س+٣س}{٢}$ = ١٥

∴ ٥س = ٣٠ ∴ س = ٦

∴ طول القاعدتين ١٢سم ، ١٨سم

٣٠ نفرض أن طول القاعدتين المتوازيتين هما ٣س ، ٢س

∵ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{٣س+٢س}{٢}$ = ٣٠

∴ ٣س + ٢س = ٦٠

∴ ٥س = ٦٠

∴ س = ١٢

∴ طول القاعدتين هما ٣٦سم ، ٢٤سم

∴ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ٣٠ × ٢٤ = ٧٢٠سم²

إجابة أسئلة هامة على الوحدة الخامسة من امتحانات المحافظات السابقة

١

١ ٣ : ٥ ٢ المربعات ٣ ١٢ ٤ متشابهان ٥ ١

٦ $\frac{٥}{٤}$ ٧ $\frac{1}{4}$ ٨ ≥ ٩ ⊥ ١٠ =

١١ ٤ ١٢ (٩ ، ٠) ١٣ ٣٠ ١٤ منفرجة

١٥ حاد الزوايا ١٦ ٥ ١٧ حادة ١٨ حادة ، ١٩ ٦

٢٠ حادة ٢١ [٠ ، ١]

٢

١ متناسبة

٢ أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة ، قياسات زواياهما المتناظرة متساوية في القياس.

٣ متطابقان ٤ حـ ٥ متناسبة ٦ متساوية في القياس.

٧ ٥٠ ٨ ٢ ٩ حـ ١٠ ب

١١ النقطة أ نفسها ١٢ نقطة تقاطعهما ١٣ صفر ١٤ العمود

١٥ $\overline{بحـ}$ ١٦ النقطة ب ١٧ (٠ ، ٤) ١٨ [٠ ، ١]

١٩ د حـ × حـ ب ٢٠ د ب × د حـ

٢١ (أ) النقطة د (ب) د ب (جـ) $(أب)^2 - (أد)^2$ (د) ٩

٢٢ < ٢٣ ٥٥

٣

١ نفرض أن أطوال أضلاع المثلث الآخر هي أ ب ، ب حـ ، أ حـ

∵ المثلثان متشابهان

∴ $\frac{٣}{أب} = \frac{٧}{بحـ} = \frac{٥}{أحـ} = \frac{٥+٧+٣}{٧٥}$

∴ $\frac{٣}{أب} = \frac{٧}{ب جـ} = \frac{٥}{أجـ} = \frac{١٥}{٧٥}$

∴ أب = $\frac{٣ \times ٧٥}{١٥}$ = ١٥سم

ب جـ = ٣٥سم ، أجـ = ٢٥سم

٢ في △ أ ء هـ ، △ أ ب جـ

∵ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ ب) (بالتناظر) لأن $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب جـ}$

، ∵ ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ جـ) (بالتناظر) لأن $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب جـ}$

، (∠ أ) زاوية مشتركة

∴ △ أ ء هـ ~ △ أ ب جـ (لأن قياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس)

(وهو المطلوب (أ))

ويتبع أن:

∴ $\frac{أء}{أب} = \frac{ءهـ}{ب جـ} = \frac{أهـ}{أجـ}$ ∴ $\frac{٢}{٦} = \frac{ءهـ}{٩} = \frac{أهـ}{١٢}$

∴ ءهـ = $\frac{٢ \times ٩}{٦}$ = ٣سم

∴ أهـ = $\frac{٢ \times ١٢}{٦}$ = ٤سم

∴ هـ جـ = ١٢ − ٤ = ٨سم (وهو المطلوب (ب))

٣ في △ أهـ ء ، △ أ جـ ب:

∵ ق(∠ أهـ ء) = ق(∠ جـ) (معطى)

، ق(∠ أ) زاوية مشتركة

∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ ب)

∴ △ أهـ ء ~ △ أ جـ ب (وهو المطلوب (أ))

∴ $\frac{أهـ}{أجـ} = \frac{أء}{أب}$ ∴ $\frac{٥}{أجـ} = \frac{٤}{٨}$

∴ أجـ = $\frac{٥ \times ٨}{٤}$ = ١٠سم

∴ ء جـ = ١٠ − ٤ = ٦سم (وهو المطلوب (ب))

٤ △ أهـ ب ، △ ء هـ جـ:

∵ $\overline{أب}$ // $\overline{جـء}$

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ ء) (بالتبادل)

، ق(∠ ب) = ق(∠ جـ) (بالتبادل)

، ق(∠ أهـ ب) = ق(∠ ء هـ جـ) (بالتقابل بالرأس)

(أ) ∴ △ أهـ ب ~ △ ء هـ جـ (وهو المطلوب)

∴ $\frac{أهـ}{ءهـ} = \frac{أب}{ء جـ}$

∴ $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{ء جـ}$

(ب) ∴ ء جـ = $\frac{٤ \times ٦}{٣}$ = ٨سم

٥ △ جـ هـ ء ، △ جـ ب أ :

∵ ق(∠ ب) = ق(∠ ء هـ جـ) = ٩٠°

، (∠ جـ) زاوية مشتركة

، ق(∠ أ) = ق(∠ جـ ء هـ)

∴ △ جـ هـ ء ~ △ جـ ب أ (وهو المطلوب (أ))

∴ $\frac{هـ ء}{ب أ} = \frac{جـ ء}{جـ أ}$

∴ $\frac{٣}{٦} = \frac{٥}{جـ أ}$

∴ أجـ = $\frac{٦ \times ٥}{٣}$ = ١٠سم (وهو المطلوب (ب))

٦ ∵ △ أ ب جـ ~ △ ء ب هـ :

∴ $\frac{أب}{ء ب} = \frac{ب جـ}{ب هـ}$ ∴ $\frac{٣}{٦} = \frac{ب جـ}{٨}$

∴ ب جـ = $\frac{٣ \times ٨}{٦}$ = ٤سم

٧ ∵ △ أ ء هـ ~ △ أ ب جـ :

∴ $\frac{ءهـ}{ب جـ} = \frac{أهـ}{أجـ}$ ∴ $\frac{٩}{ب جـ} = \frac{٦}{٨}$

∴ ب جـ = $\frac{٩ \times ٨}{٦}$ = ١٢سم

٨ طول ضلع المربع = ٢٤ ÷ ٤ = ٦سم

في △ أ و ء ، △ هـ جـ و:

ق(∠ ء) = ق(∠ جـ هـ) = ٩٠°

، ق(∠ أ و ء) = ق(∠ هـ و جـ) (بالتقابل بالرأس)

، ق(∠ ء أ و) = ق(∠ جـ هـ و) (بالتبادل)

∴ (قياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس)

∴ △ أ ء و ~ △ هـ جـ و (وهو المطلوب (أ))

∴ $\frac{أء}{هـ جـ} = \frac{ء و}{جـ و}$ ∴ $\frac{٦}{هـ جـ} = \frac{٤}{٢}$

∴ هـ جـ = $\frac{٦ \times ٢}{٤}$ = ٣سم (وهو المطلوب (ب))

٩ في △ س ص ع ، △ أ ب جـ

∵ $\overline{أب}$ // $\overline{س ص}$

∴ ق(∠ س ص ع) = ق(∠ ب) (بالتناظر)

∵ $\overline{أجـ}$ // $\overline{س ع}$

∴ ق(∠ س ع ص) = ق(∠ جـ) (بالتناظر)

∴ ق(∠ س) = ق(∠ أ)

∴ △ س ص ع ~ △ أ ب جـ (وهو المطلوب (أ))

∴ $\frac{س ع}{أجـ} = \frac{ص ع}{ب جـ}$ ∴ $\frac{س ع}{١٢} = \frac{١}{٣}$

∴ س ع = $\frac{١٢ \times ١}{٣}$ = ٤سم (وهو المطلوب (ب))

١٠ Δ أ ب جـ ، Δ س ص ع

∵ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{٩}{٣} = ٣$ ، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٦}{٢} = ٣$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{١٢}{٤} = ٣$

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = ٣$

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع

(لأن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة)

١١ Δ أ ب جـ ، Δ ء جـ أ

∵ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء جـ}} = \frac{١٢}{٦} = ٢$ ، $\frac{\text{ب جـ}}{\text{جـ أ}} = \frac{١٨}{٩} = ٢$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{ء أ}} = \frac{٩}{٤,٥} = ٢$

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء جـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{جـ أ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ء أ}} = ٢$

(أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متناسبة)

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ ء جـ أ (وهو المطلوب (أ))

ينتج أن:

ق(∠ أ جـ ب) = ق(∠ ء أ جـ) (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ (وهو المطلوب (ب))

١٢ في Δ أ ب جـ :

∵ ق(∠ ب) = ٩٠° ∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ (أ جـ)^2 = (٢٤)^2 + (٧)^2 = ٦٢٥ ⇐ (١)

في Δ أ ء جـ :

∵ (أ ء)^2 + (جـ ء)^2 = (١٥)^2 + (٢٠)^2 = ٦٢٥ ⇐ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ (أ جـ)^2 = (أ ء)^2 + (جـ ء)^2

∴ ق(∠ أ ء جـ) = ٩٠° (وهو المطلوب (أ))

∵ $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$

∴ أ هـ = $\frac{(\text{أ ء})^2}{\text{أ جـ}} = \frac{(١٥)^2}{٢٥} = ٩$ سم

∴ ء هـ = $\frac{\text{أ ء} \times \text{ء جـ}}{\text{أ جـ}} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢$ سم (وهو المطلوب (ب))

١٣ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

∴ (أ ء)^2 = ب ء × ء جـ ∴ (٦)^2 = س (س + ٥)

∴ ٣٦ = س^2 + ٥ س ∴ س^2 + ٥ س − ٣٦ = ٠

∴ (س + ٩)(س − ٤) = ٠ ∴ س = −٩ (مرفوض) ، س = ٤

١٤ في Δ أ ب جـ:

∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ (أ جـ)^2 = (٣)^2 + (٤)^2 = ٢٥

∴ أ جـ = ٥ سم (وهو المطلوب (أ))

في Δ أ ء جـ :

∵ (أ ء)^2 = (١٣)^2 = ١٦٩

، (أ جـ)^2 + (جـ ء)^2 = (٥)^2 + (١٢)^2 = ١٦٩

∴ (أ ء)^2 = (أ جـ)^2 + (جـ ء)^2

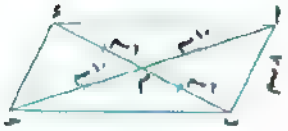
∴ ق(∠ أ جـ ء) = ٩٠° (وهو المطلوب (ب))

١٥ ∵ أ ب جـ ء متوازي أضلاع.

∴ (القطران ينصف كل منهما الآخر)

∴ أ م = م جـ = ٨ سم ، ب م = م ء = ٦ سم

في Δ أ ب م



∵ (أ م)^2 = (٨)^2 = ١٠٠

، (أ ب)^2 + (ب م)^2

= (٨)^2 + (٦)^2 = ١٠٠

∴ (أ م)^2 = (أ ب)^2 + (ب م)^2 = ١٠٠

∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠° (وهو المطلوب)

١٦ (أ) $\overline{\text{أ ء}}$ (ب) النقطة ء

١٧ ∵ ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

∴ (أ ب)^2 = ب ء × ب جـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أ ب = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

، (أ ء)^2 = ء ب × ء جـ = ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ أ ء = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

، (أ جـ)^2 = جـ ء × جـ ب = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أ جـ = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم

١٨ ∵ ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

∴ ب جـ = $\sqrt{(٦)^2 + (٨)^2}$ = ١٠ سم

، أ ء = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم (وهو المطلوب (أ))

∵ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو $\overline{\text{ء ب}}$

∴ ء ب = $\frac{(\text{أ ب})^2}{\text{ب جـ}} = \frac{(٦)^2}{١٠}$ = ٣,٦ سم (وهو المطلوب (ب))

١٩ ∵ ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

(أ) ∴ (أ ب)^2 = ب ء × ب جـ = ٢ × ٨ = ١٦

∴ أ ب = $\sqrt{١٦}$ = ٤ سم

(ب) طول مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = صفر

٢٠ ∵ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{د ب}$

∴ د ب = $\sqrt{(١٥)^٢ - (١٢)^٢}$ = ٩ سم

∴ طول $\overline{د ب}$ = ٩ سم (وهو المطلوب (أ))

∵ $(أ د)^٢$ = ب د × د حـ

∴ د حـ = $\frac{(أ د)^٢}{ب د}$ = $\frac{(١٢)^٢}{٩}$ = ١٦ سم (وهو المطلوب (ب))

٢١ ∵ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

(أ) $(أ ب)^٢$ = ب د × ب حـ

∴ ب د = $\frac{(أ ب)^٢}{ب حـ}$ = $\frac{(١٠)^٢}{٢٠}$ = ٥ سم

(ب) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ د}$ هو $\overline{أ د}$

∴ أ د = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٥)^٢}$ = $٥\sqrt{٣}$ سم

٢٢ ∵ $\overline{ب حـ}$ أكبر الأضلاع طولاً.

∴ $(ب حـ)^٢$ = $(١٣)^٢$ = ١٦٩

$(أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = (١٢)^٢ + (٧)^٢$ = ١٩٣

∵ $(ب حـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢$

∴ Δ أ ب حـ حاد الزوايا

٢٣ ∵ $(أ ب)^٢ = (٧)^٢$ = ٤٩

$(ب حـ)^٢ + (أ حـ)^٢ = (٣)^٢ + (٥)^٢$ = ٣٤

∵ $(أ ب)^٢ > (ب حـ)^٢ + (أ حـ)^٢$

∴ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في حـ

٢٤ ∵ $(أ حـ)^٢ = (١٣)^٢$ = ١٦٩

$(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = (٥)^٢ + (١٢)^٢$ = ١٦٩

∴ $(أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢$

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

إجابة مهارات تراكمية أساسية في الهندسة

١ ١٣	٢ ١٢٠°	٣ ٤، ٦، ٨	٤ >
٥ س = ص = ٢	٦ ٠	٧ ٥٠	٨ ٦٠°
٩ ٢٥	١٠ ١٠٨π	١١ ٥٠°	١٢ ٤٥

١ $\frac{١}{٢}$	٢ ١٤٤ $\sqrt{٣}$	
٣ ١٣٥ $\sqrt{٥}$ ، ٢٧٠	٤ ٢ ، $\frac{١}{٦}$	

إجابة نماذج اختبارات الهندسة من الكتاب المدرسي

النموذج الأول

١ أ حـ	٢ حـ	٣ النقطة أ
٤ ١٥٤	٥ ٤٥	

١ منفرجة	٢ ٣٠	٣ ٣ : ٥
٤ ٢٠	٥ ١١٠	٦ ١٠٨°

٣ (أ) نفرض أن المثلثين المتشابهين هما Δ أ ب حـ (الأول)، Δ د هـ و (الآخر)

∴ $\frac{محيط Δ أ ب حـ}{محيط Δ د هـ و}$ = $\frac{٣٢}{٦٤}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ $\frac{٣}{د هـ}$ = $\frac{٤}{هـ و}$ = $\frac{٥}{د و}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ د هـ = ٩ سم، هـ و = ١٢ سم، د و = ١٥ سم

(ب) ∵ أ ب حـ د متوازي أضلاع

∴ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ ب}$ // $\overline{د حـ}$

∵ Δ Δ م د ب ، م د حـ مشتركان في قاعدة واحدة $\overline{م د}$ ، $\overline{م د}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ مـ (Δ م د ب) = مـ (Δ م د حـ) ⇐ (١)

∵ Δ Δ د س ب ، حـ س ب

مرسومان على قاعدة مشتركة $\overline{س ب}$ ، $\overline{س ب}$ // $\overline{د حـ}$

∴ مـ (Δ د س ب) = مـ (Δ حـ س ب) ⇐ (٢)

∵ مـ (Δ حـ س ب) = مـ (Δ حـ م د) (معطى) ⇐ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

مـ (Δ م د ب) = مـ (Δ س د ب)

وهما مرسومان على قاعدة مشتركة $\overline{د ب}$ وفي جهة واحدة منها.

∴ $\overleftrightarrow{س م}$ // $\overleftrightarrow{ب د}$ (وهو المطلوب)

٤ (أ) في Δ أ د ب (قائم الزاوية في د)

∴ $(أ ب)^٢ = (أ د)^٢ + (ب د)^٢$ = ١٦ + ٤ = ٢٠ ⇐ (١)

في Δ أ د حـ (مثلث قائم الزاوية في د)

∴ $(أ حـ)^٢ = (أ د)^٢ + (د حـ)^٢$ = ١٦ + ٦٤ = ٨٠ ⇐ (٢)

∵ $(ب حـ)^٢ = (١٠)^٢$ = ١٠٠ سم^٢ ⇐ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

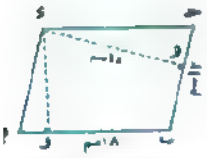
∴ $(ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢$

∴ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠°

(ب) ∵ مساحة متوازي الأضلاع

= ب حـ × د هـ = ١٢ × ١٥ = ١٨٠ سم^٢

∴ الارتفاع د و = $\frac{المساحة}{أ ب}$ = $\frac{١٨٠}{١٨}$ = ١٠ سم



٥ (أ) ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٥٠° + ٦٠°) = ٧٠°

∴ ق(∠حـ) > ق(∠ب) > ق(∠أ)

∴ ترتيب أطوال أضلاع المثلث تنازليًا هو أ ب > أ حـ > ب حـ

(ب) Δ أ ب د ، Δ أ جـ د مشتركان في القاعدة $\overline{أد}$ ، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

∴ مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ أ جـ د

بحذف مساحة Δ أ هـ د من الطرفين

∴ مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د جـ هـ

النموذج

١ ١ متناسبة، متساوية في القياس. ٢ ٦ ٣ ب

٤ منفرج ٥ الارتفاع المناظر لها

٢ ١ ٧ ٢ ٤٥ ٣ ٦

٤ {د} ٥ ٢٥ ٦ ٦

٣ أولًا: مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ و = $\frac{1}{2}$ × ٧ × ٥ = ١٧,٥ سم²

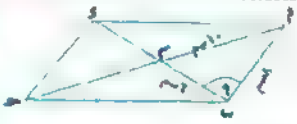
ثانيًا: ∵ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ جـ × ب هـ

١٧,٥ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ب هـ

∴ ب هـ = ٣,٥ سم

٤ (أ) ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر



∴ أ م = جـ م = ١٠ سم ، ب م = م د = ٦ سم

في Δ أ ب م (أ م)² = ١٠٠

(أ ب)² + (ب م)² = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠ = (أ م)²

∴ ق (∠ أ ب د) = ٩٠°

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = ٨ × ١٢ = ٩٦ سم²

(ب) ∵ د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$ (وهو المطلوب (١))

∵ Δ د ب جـ ، Δ هـ ب جـ مشتركان في القاعدة $\overline{بجـ}$ ، $\overline{دهـ}$ // $\overline{بجـ}$

∴ مساحة Δ د ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ (وهو المطلوب (٢))

٥ (أ) ∵ Δ د ب أ ~ Δ أ ب جـ

∴ ق (∠ أ د ب) = ق (∠ جـ أ ب) = ٩٠°

∴ $\overleftarrow{أد}$ ⊥ $\overleftarrow{بجـ}$ (وهو المطلوب أولًا)

في Δ أ ب جـ (قائم الزاوية في أ)

(ب جـ)² = (أ ب)² + (أ جـ)²

(ب جـ)² = (٨)² + (٦)² = ١٠٠

∴ ب جـ = ١٠ سم

∵ ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$

∴ (أ ب)² = ب د × ب جـ

∴ ب د = $\frac{(أ ب)^2}{ب جـ}$ = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤ سم (وهو المطلوب ثانيًا)

(ب) في Δ أ د ب (قائم الزاوية في د)

(ب د)² = (أ ب)² − (أ د)²

∴ (ب د)² = (٢٦)² − (٢٤)² = ١٠٠

∴ ب د = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

في Δ أ د جـ (قائم الزاوية في د)

(د جـ)² = (أ جـ)² − (أ د)² = (٣٠)² − (٢٤)² = ٣٢٤

د جـ = $\sqrt{٣٢٤}$ = ١٨ سم

∵ ب جـ = ب د + د جـ = ١٠ + ١٨ = ٢٨ سم

مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ د = $\frac{1}{2}$ × ٢٨ × ٢٤ = ٣٣٦ سم²

النموذج الثالث (للطلاب المدمجين)

١ ١ ٢٤ ٢ قائم الزاوية ٣ ٣٠

٤ ٧ ٥ المربعات

٢ ١ موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم المعلوم.

٢ < ٣ ٣٢

٤ يكونان متساويين في المساحة. ٥ طول القاعدة.

٣ ١ ٢,٤ ٢ ب هـ جـ ٣ أ جـ د

٤ متطابقان ٥ ٣,٦

٤ المعطيات: مساحة الشكل أ ب س ص = مساحة الشكل د جـ س ص ، ص منتصف $\overline{بجـ}$

المطلوب: إثبات أن $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

البرهان: ∵ $\overline{سص}$ متوسط في Δ س ب جـ

∴ مساحة Δ س ب ص = مساحة Δ س جـ ص ⇐ (١)

∵ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل د جـ ص س ⇐ (٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ د جـ س ، بإضافة مساحة Δ أ د س للطرفين

∴ مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ أ جـ د

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

٥ ∵ Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د

∴ $\frac{أب}{أهـ}$ = $\frac{ب جـ}{هـ د}$ = $\frac{جـ أ}{د أ}$ ∴ $\frac{٨}{٤}$ = $\frac{٨}{هـ د}$ = $\frac{جـ أ}{٣}$

∴ هـ د = ٤ سم ، أ جـ = ٦ سم ، هـ جـ = ٢ سم

ومن التشابه ق (∠ ب) = ق (∠ أ هـ د) = ٤٤°

إجابة امتحانات المحافظات والإدارات على الهندسة بنظام سنة ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤

١ محافظة القاهرة

إدارة عين شمس التعليمية - توجيه الرياضيات

١ ١ ٢٤ ٢ ≥ ٣ متناسبة

٤ = ٥ ٦ سم

٢ ١ متطابقان ٢ ١٨٠ ٣ ٥ ٤ $\overline{\text{ب د}}$

٣ (أ) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥$

∴ أ حـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

في Δ د أ حـ

$(\text{أ د})^2 + (\text{أ حـ})^2 = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩$ ⇐ (١)

، $(\text{د حـ})^2 = (١٧)^2 = ٢٨٩$ ⇐ (٢)

من (١)، (٢)

∴ $(\text{د حـ})^2 = (\text{أ د})^2 + (\text{أ حـ})^2$

∴ (∠ د أ حـ) قائمة (وهو المطلوب)

(ب) في Δ ب د هـ ، Δ حـ هـ د

∵ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{د هـ}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ م(Δ حـ د هـ) = م(Δ ب هـ د)

بإضافة م(Δ أ د هـ) لكل منهما

∴ م(Δ أ حـ د) = م(Δ أ ب هـ) (وهو المطلوب)

٤ (أ) ∵ Δ Δ أ د ب ، أ حـ ب

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ ب}}$ وفي جهة واحدة منها ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{د حـ}}$

∴ م(Δ أ د ب) = م(Δ أ حـ ب)

بطرح م(Δ أ م ب) من الطرفين

∴ م(Δ أ م د) = م(Δ ب م حـ) ⇐ (١)

∵ $\overline{\text{م هـ}}$ متوسط في Δ م د حـ

∴ م(Δ م د هـ) = م(Δ م حـ هـ) ⇐ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ م(الشكل أ د هـ م) = م(الشكل ب حـ هـ م) (وهو المطلوب)

(ب) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(٤ + ٨)}{٢} \times ١٠ = ٦٠$ سم²

٥ (أ) ∵ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب حـ

∴ $\frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ حـ}}$

∴ $\frac{٣}{٥} = \frac{\text{د هـ}}{٦} = \frac{\text{أ هـ}}{٤}$

∴ د هـ = $\frac{٦ \times ٣}{٥} = \frac{١٨}{٥}$ = ٣,٦ سم

∴ أ هـ = $\frac{٤ \times ٣}{٥} = \frac{١٢}{٥}$ = ٢,٤ سم

(ب) ∵ ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

∴ $(\text{أ ب})^2$ = ب د × ب حـ

$(\text{أ ب})^2 = ٩ \times ٢٥ = ٢٢٥$

∴ أ ب = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

، $(\text{أ حـ})^2$ = حـ د × حـ ب = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أ حـ = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم

٢ محافظة القاهرة

إدارة المرج التعليمية - توجيه الرياضيات

١ ١ حادة ٢ ٥٠ ٣ ≥

٤ ٤٠ ٥ ٢٥

٢ ١ صفر ٢ متشابهان ٣ متساويان

٤ ١٣٠

٣ (أ) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

، $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ∴ $(\text{أ ب})^2$ = ب د × ب حـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أ ب = ١٥ سم

، $(\text{أ حـ})^2$ = حـ د × حـ ب = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠ ∴ أ حـ = ٢٠ سم

، $(\text{أ د})^2$ = د ب × د حـ = ٩ × ١٦ = ١٤٤ ∴ أ د = ١٢ سم

(ب) ∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ حـ) بالتبادل

، ق(∠ د) = ق(∠ ب) بالتبادل

، ق(∠ أ هـ د) = ق(∠ حـ هـ ب) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ هـ د ~ Δ حـ هـ ب (وهو المطلوب (١))

ويتضح أن $\frac{\text{أهـ}}{\text{حهـ}} = \frac{\text{هـ ب}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{حـ ب}}$

∴ $\frac{٣}{\text{حهـ}} = \frac{٢}{\text{هـ ب}} = \frac{٤}{٨}$

∴ هـ ب = $\frac{٢ \times ٨}{٤}$ = ٤ سم

∴ حهـ = $\frac{٣ \times ٨}{٤}$ = ٦ سم (وهو المطلوب (٢))

---

٤ (أ) ∵ م منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ $\overline{\text{أ م}}$ متوسط في Δ أ ب حـ

∴ هـ (Δ أ م ب) = هـ (Δ أ م حـ) (١)

∵ $\overline{\text{هـ م}}$ متوسط في Δ هـ ب حـ

∴ هـ (Δ هـ م ب) = هـ (Δ هـ م حـ) (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ هـ (Δ أ هـ ب) = هـ (Δ أ هـ حـ) (وهو المطلوب)

(ب) ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ (أ حـ)^٢ = (١٠)^٢ = ١٠٠

∵ (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٤٩ + ٦٤ = ١١٣

∴ (أ حـ)^٢ < (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

∴ Δ أ ب حـ حاد الزوايا

---

٥ (أ) ∵ Δ أ ب حـ ، Δ ء ب حـ مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ وفي جهة واحدة منها،

، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ هـ (Δ أ ب حـ) = هـ (Δ ء ب حـ)

بطرح هـ (Δ م ب حـ) من الطرفين

∴ هـ (Δ أ م ب) = هـ (Δ ء م حـ) (وهو المطلوب)

(ب) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(٦ + ٨)}{٢} \times ١٠ = ٧ \times ١٠ = ٧٠$ سم^٢

٣ محافظة الجيزة

إدارة العمرانية التعليمية - توجيه الرياضيات

١ ١ ٣٠ ٢ = ٣ ٦٠°

٤ المستطيل ٥ ١٦

---

٢ ١ متشابهان ٢ ٤ : ١ ٣ أ ٤ سم

---

٣ (أ) ∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ ب) بالتناظر

، ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ حـ) بالتناظر

، (∠ أ) مشتركة في Δ Δ أ ء هـ ، أ ب حـ

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ المطلوب (١)

∴ $\frac{\text{أ ء}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ حـ}}$

∴ $\frac{٢}{٦} = \frac{\text{ء هـ}}{٩} = \frac{٣}{\text{أ حـ}}$

∴ ء هـ = $\frac{٢ \times ٩}{٦}$ = ٣ سم ، أ حـ = $\frac{٣ \times ٦}{٢}$ = ٩ سم

∴ هـ حـ = ٩ - ٣ = ٦ سم

(ب) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(١٢ + ٨)}{٢} \times ٦ = ١٠ \times ٦ = ٦٠$ سم^٢

---

٤ (أ) في Δ Δ أ س ء ، حـ ص ء

∵ س ء = ص ء ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ، حـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

∴ هـ (Δ أ س ء) = هـ (Δ حـ ص ء) ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{ب ء}}$ متوسط في Δ ب س ص

∴ هـ (Δ ب س ء) = هـ (Δ ب ص ء) ⟸ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ هـ (Δ أ س ء) + هـ (Δ ب س ء) = هـ (Δ حـ ص ء) + هـ (Δ ب ص ء)

∴ هـ (Δ أ ب ء) = هـ (Δ حـ ب ء) (وهو المطلوب)

(ب) ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً

∴ (أ حـ)^٢ = (١٥)^٢ = ٢٢٥ ⟸ (١)

∴ (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥ ⟸ (٢)

من (١)، (٢)

∴ (أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

---

٥ (أ) في Δ أ ب حـ ∵ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

∴ (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ ب حـ = ١٥ سم

∵ $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

∴ أ ء = $\frac{\text{أ ب} \times \text{أ حـ}}{\text{ب حـ}}$ = $\frac{٩ \times ١٢}{١٥}$ = ٧,٢ سم

∵ (أ ب)^٢ = ب ء × ب حـ

∴ ب ء = $\frac{(\text{أ ب})^٢}{\text{ب حـ}}$ = $\frac{٨١}{١٥}$ = ٥,٤ سم

(ب) ∵ Δ ب هـ حـ قائم الزاوية في هـ

∴ م(Δ ب هـ حـ) = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم² (وهو المطلوب (١))

∵ Δ هـ ب حـ يشترك مع ▱ أ ب حـ د

في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$

∴ م(Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب حـ د)

∴ م(▱ أ ب حـ د) = ٢ × ٢٤ = ٤٨ سم² (وهو المطلوب (٢))

٤ محافظة الجيزة

إدارة شمال الجيزة التعليمية - توجيه الرياضيات

١ ١٨ ٢ ≥ ٣ ٢ : ٥

٤ ٣٠° ٥ (٥ ، ٠)

٢ ١ متساوية في القياس ٢ ١٢٠° ٣ منفرجة ٤ ٥

٣ (١) ∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) بالتبادل

، ق(∠د) = ق(∠ب) بالتبادل

، ق(∠أ هـ د) = ق(∠حـ هـ ب) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ هـ د ~ Δ حـ هـ ب (وهو المطلوب (١))

وينتج أن: $\frac{\text{أ هـ}}{\text{حـ هـ}} = \frac{\text{هـ د}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أ د}}{\text{حـ ب}}$

$\frac{3}{\text{حـ هـ}} = \frac{2}{\text{هـ ب}} = \frac{4}{8}$

∴ هـ ب = $\frac{2 \times 8}{4}$ = ٤ سم

∴ حـ هـ = $\frac{3 \times 8}{4}$ = ٦ سم (وهو المطلوب (٢))

(ب) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(6 + 8)}{2}$ × ٥ = ٣٥ سم²

٤ (١) ∵ Δ هـ ب حـ ، ▱ أ ب حـ د مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ م(Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب حـ د) ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{هـ ب}}$ متوسط في Δ هـ و حـ

∴ م(Δ هـ ب حـ) = $\frac{1}{2}$ م(Δ هـ و حـ) ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م(Δ هـ و حـ) = م(▱ أ ب حـ د) (وهو المطلوب)

(ب) ∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر أضلاع المثلث طولاً

∴ (أ حـ)² = (١٠)² = ١٠٠

، (أ ب)² + (ب حـ)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ (أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)²

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

٥ (١) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ د}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ (أ ب)² = ب د × ب حـ

= ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أ ب = ٢٠ سم

، (أ حـ)² = حـ د × حـ ب = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أ حـ = ١٥ سم

∴ (أ د)² = د ب × د حـ = ١٦ × ٩ = ١٤٤

∴ أ د = ١٢ سم

(ب) ∵ $\overline{\text{أ د}}$ متوسط في Δ أ ب حـ

∴ م(Δ أ ب د) = $\frac{1}{2}$ م(Δ أ ب حـ)

∴ م(Δ أ ب د) = $\frac{1}{2}$ × ١٦ = ٨ سم² (وهو المطلوب (١))

∵ $\overline{\text{د هـ}}$ متوسط في Δ أ ب د

∴ م(Δ أ د هـ) = $\frac{1}{2}$ م(Δ أ ب د)

∴ م(Δ أ د هـ) = $\frac{1}{2}$ × ٨ = ٤ سم² (وهو المطلوب (٢))

٥ محافظة الإسكندرية

إدارة غرب التعليمية

١ ١ ١٠٨° ٢ ٣٠ ٣ ١

٤ د ب ٥ حادة

٢ ١ الارتفاع المناظر لها ٢) ٥٠ ٣ ٥ : ٣

٤ النقطة حـ نفسها

٣ (١) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(8 + 12)}{2}$ × ٥ = ٥٠ سم²

(ب) ∵ Δ Δ أ ب د ، أ حـ د:

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أ د}}$

، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ أ حـ د)

بطرح م(Δ أ م د) من الطرفين

∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ د م حـ) ⟸ (١)

∵ $\overline{\text{م هـ}}$ متوسط في Δ م ب حـ

∴ م(Δ م ب هـ) = م(Δ م حـ هـ) ⇐ (٢)

بجمع (١)، (٢)

∴ م(الشكل أ ب هـ م) = م(الشكل ء حـ هـ م) (وهو المطلوب)

---

٤ (أ) ∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) بالتبادل

ق(∠ء) = ق(∠ب) بالتبادل

، ق(∠أ هـ ء) = ق(∠حـ هـ ب) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ هـ ء ~ Δ حـ هـ ب (وهو المطلوب (١))

وينتج أن: $\frac{أهـ}{حهـ} = \frac{هـ ء}{هـ ب} = \frac{أ ء}{حـ ب}$

∴ $\frac{٣}{حهـ} = \frac{٢}{هـ ب} = \frac{٤}{٨}$

∴ حـ هـ = $\frac{٣ \times ٨}{٤}$ = ٦ سم (وهو المطلوب (٢))

(ب) ∵ $\overline{أ حـ}$ أكبر أضلاع المثلث طولاً

∴ (∠ب) أكبر زاوية في القياس

∵ $(أ حـ)^٢ = (١٤)^٢ = ١٩٦$

، $(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٦٤ + ١٢١ = ١٨٥$

∴ $(أ حـ)^٢ > (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢$

∴ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في ب

---

٥ (أ) ∵ $(ب حـ)^٢ = (١٠)^٢ = ١٠٠$

، $(أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠$

∴ $(ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢$

∴ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠°

في Δ أ ب حـ

أ ء = $\frac{أ ب \times أ حـ}{ب حـ} = \frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

(ب) ∵ $\overline{أ حـ}$ قطر في المستطيل أ ب حـ ء

∴ م(Δ أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ م(المستطيل أ ب حـ ء) ⇐ (١)

∵ $\overline{أ ء}$ قاعدة مشتركة بين المستطيل أ ب حـ ء، Δ أ ء هـ

، $\overleftrightarrow{ب هـ}$ // $\overline{أ ء}$

∴ م(Δ أ هـ ء) = $\frac{١}{٢}$ م(المستطيل أ ب حـ ء) ⇐ (٢)

من (١)، (٢)

∴ م(Δ أ ب حـ) = م(Δ أ هـ ء) (وهو المطلوب)

٦ الهندسة المستوية

إدارة قليوب التعليمية - توجيه الرياضيات

١ ١ متفرجة ٢ ٤٨ ٣ ٩٠ ٤ ٢٠ ٥ ٨٠

---

٢ ١ النقطة أ ٢ ب ٣ ٦٤ ٤ ١٢

---

٣ (أ) ∵ $\overline{أ ء}$ متوسط في Δ أ ب حـ

∴ م(Δ أ ب ء) = م(Δ أ حـ ء) ⇐ (١)

، ∵ $\overline{هـ ء}$ متوسط في Δ هـ ب حـ

∴ م(Δ هـ ب ء) = م(Δ هـ حـ ء) ⇐ (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ م(Δ أ ب هـ) = م(Δ أ حـ هـ) (وهو المطلوب)

(ب) Δ أ ب حـ، Δ هـ ء حـ فيهما (∠حـ) مشتركة

، ق(∠ب) = (∠هـ ء حـ) = ٩٠°

∴ ق(∠أ) = (∠حـ هـ ء)

∵ الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ ء حـ (وهو المطلوب (١))

∴ $\frac{أ ب}{هـ ء} = \frac{ب حـ}{ء حـ} = \frac{أ حـ}{هـ حـ}$

$\frac{٦}{٣} = \frac{ب حـ}{ء حـ} = \frac{أ حـ}{٥}$

∴ أ حـ = $\frac{٦ \times ٥}{٣}$ = ١٠ سم

في Δ أ ب حـ

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ $(ب حـ)^٢ = (أ حـ)^٢ - (أ ب)^٢ = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤$

∴ ب حـ = ٨ سم ∴ ب هـ = ٨ − ٥ = ٣ سم

---

٤ (أ) في Δ أ ب حـ

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ $(أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥$

∴ أ حـ = ٢٥ سم

في Δ أ ء حـ

∵ $(أ ء)^٢ + (ء حـ)^٢ = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥ = (أ حـ)^٢$

∴ ق(∠ء) = ٩٠° (وهو المطلوب (١))

مساحة الشكل أ ب حـ ء = م(Δ أ ب حـ) + م(Δ أ ء حـ)

= $\frac{١}{٢} \times ٧ \times ٢٤ + \frac{١}{٢} \times ١٥ \times ٢٠$

= ٨٤ + ١٥٠ = ٢٣٤ سم²

(ب) ∵ م (Δ أ ب م) = م (Δ ء ح م)

بإضافة م (Δ م ب ح) للطرفين

∴ م (Δ أ ب ح) = م (Δ ء ح ب)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{ب ح}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب ح}$ (وهو المطلوب)

---

٥ (أ) ∵ Δ هـ ب ح يشترك مع المستطيل أ ب ح ء

في القاعدة $\overline{ب ح}$، هـ ∈ $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب ح}$ // $\overline{أ ء}$

∴ م (Δ هـ ب ح) = $\frac{1}{2}$ م (المستطيل أ ب ح ء)

= $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم²

(ب) ∵ ق (∠ أ ب ح) = ٩٠° ، $\overline{ب ء}$ ⊥ $\overline{أ ح}$

∴ (أ ح)² = (أ ب)² + (ب ح)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أ ح = ١٠ سم

∵ (أ ب)² = أ ء × أ ح

٣٦ = أ ء × ١٠

∴ أ ء = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦ سم

ب ء = $\frac{أ ب × ب ح}{أ ح}$ = $\frac{٦ × ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

٧ محافظة القليوبية

١ (١) ٣٢ (٢) المربعات (٣) ≥

(٤) ٤٠ (٥) ١٢٠°

---

٢ (١) متساويين في المساحة (٢) ٩٦ (٣) ب (٤) ١

---

٣ (أ) مساحة شبه المنحرف = $\frac{(٥ + ٧)}{٢}$ × ٤ = ٤٢ سم²

(ب) ∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية في أ ، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب ح}$

∴ (أ ب)² = ب ء × ب ح

= ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أ ب = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم

، (أ ء)² = ء ب × ء ح

= ١٦ × ٩

∴ أ ء = ١٢ سم

---

٤ (أ) ∵ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ ء هـ ح)

بإضافة م (Δ هـ ب ح) للطرفين

∴ م (Δ أ ب ح) = م (Δ ء ب ح)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{ب ح}$ ، وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب ح}$

(ب) ∵ أ ب = ٧ سم هو أكبر الأضلاع طولاً

∴ (أ ب)² = ٤٩

، (ب ح)² + (أ ح)² = ٩ + ٢٥ = ٣٤

∴ (أ ب)² > (ب ح)² + (أ ح)²

∴ Δ أ ب ح منفرج الزاوية

---

٥ (أ) ∵ (Δ أ ء هـ) = م (Δ أ ب ح)

فيهما: ق (∠ أ) مشتركة (١)

، ق (∠ أ ء هـ) = ق (∠ ب) بالتناظر (٢)

لأن: $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب ح}$

، بالمثل:

، ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ح) بالتناظر (٣)

لأن: $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب ح}$

من (١)، (٢)، (٣)

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب ح

∴ $\frac{أ ء}{أ ب}$ = $\frac{أ ب}{ب ح}$ = $\frac{هـ أ}{ح ب}$

∴ $\frac{٣}{أ ب}$ = $\frac{٥}{١٠}$

∴ أ ب = ٦ سم

(ب) في Δ أ ب ح القائم الزاوية في ب

∵ ق (∠ أ ب ح) = ٣٠°

، أ ب = $\frac{1}{2}$ أ ح

∴ أ ح = ٧,٥ × ٢ = ١٥ سم

في المثلث أ ء ح

∵ (أ ح)² = (١٥)² = ٢٢٥

، (أ ء)² + (ء ح)² = (١٢)² + (٩)² = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∴ (أ ح)² = (أ ء)² + (ء ح)²

∴ ق (∠ ء) = ٩٠°

وهو المطلوب

٨ محافظة الدقهلية

إدارة المطرية التعليمية - توجيه الرياضيات

١ (١) ٣٦ (٢) حادة (٣) متناسبة (٤) النقطة ب

---

٢ (١) ٥ : ٣ (٢) ٦ (٣) ٤ (٤) ٨٠ (٥) ٥٠°

---

٣ (أ) ∵ أ ب ح ء متوازي أضلاع

∴ أ ب = ء ح = ٨ سم

في Δ أ ب ح

(أ ح)² = (١٩)² = ٣٦١

(أ ب)² + (ب ح)² = (٨)² + (١٥)² = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩

∴ (أحـ)² > (أب)² + (بحـ)²

∴ ∠ أبحـ منفرجة

(ب) ∵ Δ Δ أبحـ ، ءبحـ مشتركان في القاعدة $\overline{\text{بحـ}}$ وفي جهة واحدة منها

$\overline{\text{بحـ}}$ // $\overline{\text{أء}}$

∴ م (Δ أبحـ) = م (Δ ءبحـ)

بطرح م (Δ بمحـ) من الطرفين

∴ م (Δ أبم) = م (Δ ءحـم) (١)

∵ هـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ ∴ $\overline{\text{مهـ}}$ متوسط في Δ أمب

∴ م (Δ أهـم) = $\frac{١}{٢}$ م (Δ أبم) (٢)

∵ ن منتصف $\overline{\text{محـ}}$ ∴ $\overline{\text{ءن}}$ متوسط في Δ ءحـم

∴ م (Δ ءنحـ) = $\frac{١}{٢}$ م (Δ ءحـم) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ م (Δ أهـم) = م (Δ ءنحـ) (وهو المطلوب)

---

٤ (أ) ∵ م (Δ لسـن) = م (Δ لمـم)

بطرح م (Δ لسـم) من الطرفين

∴ م (Δ سـمن) = م (Δ مـن لـ سـ)

وهما مشتركان في القاعدة $\overline{\text{سـمـ}}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{سـمـ}}$ // $\overline{\text{مـن}}$ (وهو المطلوب)

(ب) ∵ Δ أبحـ قائم الزاوية في ب

∴ (أحـ)² = (أب)² + (بحـ)² = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ أحـ = ١٥ سم

∵ $\overline{\text{بهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أحـ}}$

∴ بهـ = $\frac{\text{أب} \times \text{بحـ}}{\text{أحـ}}$ = $\frac{٩ \times ١٢}{١٥}$ = ٧,٢ سم

في Δ أحـء ، (أء)² = (٢٥)² = ٦٢٥

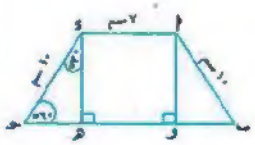
، (أحـ)² + (حـء)² = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∴ (أء)² = (أحـ)² + (حـء)²

∴ ق (∠ أحـء) = ٩٠° (وهو المطلوب)

---

٥ (أ) نرسم $\overline{\text{ءهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{بحـ}}$ ، $\overline{\text{أو}}$ ⊥ $\overline{\text{بحـ}}$



∵ ق (∠ حـ) = ٦٠°

∴ ق (∠ هـ ءحـ) = ٣٠°

∴ هـ حـ = $\frac{١}{٢}$ ءحـ = ٥ سم

∴ (ءهـ)² = ١٠٠ − ٢٥ = ٧٥

∴ ءهـ = ٥ $\sqrt{٣}$ سم

∵ أب = ءحـ = ١٠ سم

، ∴ بو = هـ حـ = ٥ سم ، أء = وهـ = ٧ سم

∴ مساحة شبه المنحرف أبحـء = $\frac{(١٧ + ٧)}{٢}$ × ٥ $\sqrt{٣}$

= ١٢ × ٥ $\sqrt{٣}$ = ٦٠ $\sqrt{٣}$ سم²

(ب) Δ أءهـ ، Δ أحـب فيهما

ق (∠ أءهـ) = ق (∠ حـ) معطى ، (∠ أ) مشتركة

∴ ق (∠ أهـء) = ق (∠ ب)

∴ Δ أءهـ ~ Δ أحـب

∴ $\frac{\text{أء}}{\text{أحـ}}$ = $\frac{\text{ءهـ}}{\text{حـب}}$ = $\frac{\text{أهـ}}{\text{أب}}$

∴ $\frac{٦}{\text{أحـ}}$ = $\frac{٧}{١٤}$

∴ أحـ = $\frac{١٤ \times ٦}{٧}$ = ١٢ سم

∴ هـ حـ = ١٢ − ٧ = ٥ سم

٩ محافظة دمياط

مديرية التربية والتعليم - توجيه الرياضيات

١ ١ ٥ ٢ ١ ٣ نقطة

٤ ٨ ٥ بء × بحـ

٢ ١ ٨ ٢ ١٨٠ ٣ مفرجة ٤ ١٠

---

٣ (أ) ∵ أبحـء مستطيل ∴ $\overline{\text{أء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ ∴ $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{هـو}}$

، ∵ $\overline{\text{أهـ}}$ // $\overline{\text{ءو}}$ ∴ أهـ و ء متوازي أضلاع

، ∵ المستطيل أبحـء ، ومتوازي الأضلاع أهـ و ء مشتركان في القاعدة $\overline{\text{أو}}$

، $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بو}}$ ∴ م (المستطيل أبحـء) = م (▱ أهـ و ء)

بطرح م (Δ أمء) من الطرفين

∴ م (الشكل أبحـم) = م (الشكل ءمهـ و) (وهو المطلوب)

(ب) في Δ أبحـ

∵ ق (∠ أبحـ) = ٩٠°

∴ (بحـ)² = (أحـ)² − (أب)² = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ بحـ = ١٢ سم (وهو المطلوب (١))

في Δ بحـء

(بء)² = (١٥)² = ٢٢٥ ⟸ (١)

، (بحـ)² + (حـء)² = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥ ⟸ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ (بء)² = (بحـ)² + (حـء)²

∴ ق (∠ بحـء) = ٩٠° (وهو المطلوب (٢))

---

٤ (أ) ∵ ء ، هـ منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$

∴ $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$

∵ Δ Δ بء هـ ، حـ هـ ء

مشتركان في القاعدة $\overline{\text{ءهـ}}$ وفي جهة واحدة منها ، $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$

∴ م (Δ بء هـ) = م (Δ حـ هـ ء) (وهو المطلوب)

(ب) ∵ $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) بالتبادل

ق(∠د) = ق(∠ب) بالتبادل

، ق(∠أهـ د) = ق(∠حـ هـ ب) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أهـ د ~ Δ حـ هـ ب (وهو المطلوب (١))

وينتج أن: $\frac{أهـ}{حـهـ} = \frac{هـ د}{هـ ب} = \frac{أد}{حـب}$

∴ $\frac{٣}{حـهـ} = \frac{٤}{٨}$

∴ حـ هـ = $\frac{٣ \times ٨}{٤}$ = ٦ سم (وهو المطلوب (٢))

---

٥ (١) ∵ م(Δ بـ م حـ) = م(Δ أ م د)

بإضافة م(Δ أ م ب) إلى الطرفين

∴ م(Δ أ حـ ب) = م(Δ أ د ب)

وهما مشتركان في القاعدة في $\overline{أب}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{دحـ}$ (وهو المطلوب)

(ب) ∵ ق(∠ص س ع) = ٩٠° ، $\overline{س هـ}$ ⊥ $\overline{ص ع}$

∴ (س ص)² = ص هـ × ص ع = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥ ∴ س ص = ١٥ سم

، ∵ (س هـ)² = هـ ص × هـ ع = ٩ × ١٦ = ١٤٤ ∴ س هـ = ١٢ سم

١٠ محافظة الشرقية

إدارة الإبراهيمية التعليمية – توجيه الرياضيات

١ (١) ≥ (٢) = (٣) المربعات

(٤) ٦ (٥) ١٠٨

---

٢ (١) متناسبة (٢) (٠ ، ٥) (٣) ٥٠ (٤) ٢٤ سم²

---

٣ (١) ∵ م(Δ أ ب هـ) = م(Δ أ حـ د)

بطرح م(Δ أ د هـ) من الطرفين.

∴ م(Δ ب د هـ) = م(Δ حـ هـ د)

وهما مشتركان في $\overline{دهـ}$ وفي جهة واحدة منها

∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بحـ}$ (وهو المطلوب)

(ب) ∵ ق(∠ب) = ٩٠° في Δ أ ب حـ

∴ (أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)² = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ حـ = ٥ سم

في Δ أ حـ د

(أ د)² = (١٣)² = ١٦٩ ⇐ (١)

(أ حـ)² + (حـ د)² = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ ⇐ (٢)

من (١) ، (٢)

∴ (أ د)² = (أ حـ)² + (حـ د)² ∴ ق(∠أ حـ د) = ٩٠°

∴ Δ أ حـ د قائم الزاوية في حـ

---

٤ (١) مساحة ▱ = ٧ × ٤ = ٢٨ سم²

(ب) ∵ $\overline{أد}$ قاعدة مشتركة وفي جهة واحدة في ΔΔ أ ب د ، د حـ أ ، $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ د حـ أ) ⇐ (١)

ΔΔ أ ب د ، د ص أ فيهما $\overline{أد}$ قاعدة مشتركة ، $\overline{أد}$ // $\overline{بص}$

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ د ص أ) ⇐ (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ م(Δ أ ب ب) = م(Δ د حـ ص) (وهو المطلوب)

---

٥ (١) ∵ $\overline{دهـ}$ // $\overline{بحـ}$

∴ ق(∠أ د هـ) = ق(∠ب) بالتناظر

، ق(∠أ هـ د) = ق(∠حـ) بالتناظر

، (∠أ) مشتركة في ΔΔ أ د هـ ، أ ب حـ

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب حـ (وهو المطلوب (١))

وينتج أن: $\frac{أد}{أب} = \frac{دهـ}{بحـ} = \frac{أهـ}{أحـ}$

$\frac{٣}{٩} = \frac{٥}{بحـ} = \frac{أهـ}{أحـ}$

∴ ب حـ = $\frac{٥ \times ٩}{٣}$ = ١٥ سم (وهو المطلوب (٢))

(ب) ∵ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

∴ (أ د)² = د حـ × د ب

٣٦ = د حـ × ٤,٥ ∴ د حـ = $\frac{٣٦}{٤,٥}$ = ٨ سم

(أ حـ)² = حـ د × حـ ب = ٨ × ١٢,٥ = ١٠٠

∴ أ حـ = ١٠ سم

١١ محافظة بور سعيد

توجيه الرياضيات

١ (١) ٣٠ (٢) المربعات (٣) متوسط

(٤) حـ (٥) شعاع (٦) ب د

(٧) {د} (٨) ضعف (٩) ٢٤

(١٠) منفرجة (١١) ١ (١٢) يوازي

(١٣) القاعدة المتوسطة (١٤) ٢٠ (١٥) ب

(١٦) ٤٠ (١٧) ٣٦٠ (١٨) قائم الزاوية

(١٩) ٣ (٢٠) = (٢١) ٦

---

٢ (٢٢) ∵ ΔΔ أ ب حـ ، د ب حـ

مشتركان في القاعدة $\overline{بحـ}$ ، وفي جهة واحدة منها ، $\overline{أد}$ // $\overline{بحـ}$

∴ م(Δ أ ب حـ) = م(Δ د ب حـ)

بطرح م(Δ م ب حـ) من الطرفين

∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ د م حـ) (وهو المطلوب)

(٢٣) ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ د ب هـ

∴ $\frac{أب}{دب} = \frac{بحـ}{بهـ} = \frac{أحـ}{دهـ}$

$\frac{٦}{٩} = \frac{٨}{ب هـ}$

∴ ب هـ = $\frac{٩ \times ٨}{٦}$ = ١٢ سم (وهو المطلوب ١)

∴ نسبة التكبير بين Δ د ب هـ ، Δ أ ب حـ

هي: $\frac{د ب}{أ ب} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$ (وهو المطلوب ٢)

٢٤ (أ حـ)^٢ + (حـ ب)^٢ = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩ ، (أ ب)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩

∴ (أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ + (حـ ب)^٢ ∴ ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

١٢ محافظة الإسماعيلية

مديرية التربية والتعليم - توجيه الرياضيات

١ ١ ١٢ ٢ ٣٠ ٣ = ٤ نصف ٥ ٣٦٠

٢ ١ ٣٠ ٢ ١٠ ٣ منفرج ٤ ١

٣ (أ) ∵ $\overline{أ حـ}$ قطر في ▱ أ ب حـ د

∴ م (Δ أ ب حـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب حـ د) ⟸ ١

∵ $\overline{أ ب}$ متوسط في Δ أ هـ حـ

∴ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ أ ب حـ) ⟸ ٢

من ١ ، ٢

∴ م (Δ أ ب هـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب حـ د) (وهو المطلوب)

(ب) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ

∴ (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠

∴ ب حـ = ١٠ سم (وهو المطلوب ١)

∵ $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ أ د = $\frac{أ ب \times أ حـ}{ب حـ}$ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم (وهو المطلوب ٢)

٤ (أ) ∵ Δ س ص ع ، Δ ل ص ع مشتركان في القاعدة $\overline{ص ع}$ وفي جهة واحدة منها ،

$\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$

∴ م (Δ س ص ع) = م (Δ ل ص ع)

بطرح م (Δ هـ ص ع) من الطرفين

∴ م (Δ س ص هـ) = م (Δ ل ع هـ) (وهو المطلوب)

(ب) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ (أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ حـ = ٥ سم (وهو المطلوب ١)

في Δ أ حـ د

∵ (أ د)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩ ، (أ حـ)^٢ + (د حـ)^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (أ د)^٢ = (أ حـ)^٢ + (د حـ)^٢ ∴ ق (∠ أ حـ د) = ٩٠°

أي أن: $\overline{حـ د}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$ (وهو المطلوب ٢)

٥ (أ) ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

، أ د = أ ب ، $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ الشكل أ ب هـ د مربع طول ضلعه = ٤ سم

∴ هـ حـ = ٧ − ٤ = ٣ سم

∴ مسقط $\overline{د حـ}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ هو $\overline{هـ حـ}$

، هـ حـ = ٣ سم (وهو المطلوب ١)

مساحة شبه المنحرف أ ب حـ د = $\frac{(٧ + ٤)}{٢} \times ٤$ = ٢٢ سم^٢ (وهو المطلوب ٢)

(ب) Δ Δ أ ب حـ ، هـ د حـ فيهما

ق (∠ ب) = ق (∠ د) = ٩٠° معطى

ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ هـ حـ د) معطى

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) (وهو المطلوب ١)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ د حـ

∴ أ حـ = $\sqrt{(أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢}$ = $\sqrt{٨١ + ١٤٤}$ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

∴ $\frac{أ ب}{هـ د} = \frac{ب حـ}{د حـ} = \frac{أ حـ}{هـ حـ}$ (من التشابه)

∴ $\frac{٩}{٣} = \frac{١٢}{د حـ} = \frac{١٥}{هـ حـ}$

∴ د حـ = $\frac{١٢ \times ٣}{٩}$ = ٤ سم ، هـ حـ = $\frac{١٥ \times ٣}{٩}$ = ٥ سم

المحافظات ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ راجع إجابتك في (100% إجابات)

نهضة مصر للنشر

رقم الإيداع: ٢٠٢٤/١٩٧٤٦

ترخيص رقم: ١٠٣ / ١٠ / ١ / ٢٦٠

خدمة العملاء: 16766